



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи

Криворученко Михаил Иванович

МОДИФИКАЦИЯ СВОЙСТВ АДРОНОВ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

МОСКВА 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	9
Глава 1 Парные корреляции в кварковой материи и ядрах	22
1.1 $SU(2)$ цветовая сверхпроводимость.....	22
1.1.1 Формулировка модели, функции Грина.....	23
1.1.2 Решение уравнений Горькова-Дайсона.....	26
1.1.3 Спаривание в канале $J_3 = 0$	28
а) Щель в спектре возбуждений.....	28
б) Распределение кварков по импульсам.....	30
в) Спиновая плотность кварков.....	31
г) Температура фазового перехода	31
1.1.4 Спаривание в канале $J_3 = \pm 1$	32
а) Щель в спектре возбуждений.....	32
б) Распределение кварков по импульсам.....	33
в) Спиновая плотность кварков.....	34
г) Температура фазового перехода	35
1.1.5 Обсуждение.....	35
1.2 Некоторые точные результаты в теории сверхпроводимости конечных ферми-систем.....	38
1.2.1 Введение.....	38
1.2.2 Факторизация оператора вращений в циклическом базисе.....	41
1.2.3 БКШ состояние с pn спариванием	47
1.2.4 Проекция на состояние с определенным числом частиц	52
1.2.5 Матричные элементы	57

а) Среднее поле.....	58
б) Энергетическая щель	59
в) Энергия взаимодействия.....	60
1.2.6 Спаривание в одной и двух оболочках.....	61
1.2.7 Выводы.....	71
Глава 2 Дибарионы в ядерной материи	74
2.1 Дибарионы как примитивы и как резонансы	77
2.2 Связь полюсов P матрицы	
с полюсами Кастильехо-Далица-Дайсона.....	80
2.3 Свойства bq примитивов из фазового анализа упругого	
рассеяния нуклонов	87
2.4 Точно решаемая модель бозе-конденсации	
двух-фермионных резонансов в ферми-жидкости.	92
2.4.1 Бете анзац.....	94
2.4.2 Условия квантования бозе-систем.....	101
2.4.3 Термодинамический предел.....	103
2.4.4 Условия квантования ферми-систем	103
2.4.5 Двух-фермионные резонансы в ферми-системах	106
2.5 Дибарионы в ядерной материи в теории	
среднего поля.....	109
2.6 Дибарионы в ядерной материи в релятивистском	
приближении Хартри	122
2.6.1 Функции Грина и смешивание.....	123
2.6.2 Однопетлевые скалярная и векторная плотности	
и уравнение состояния.....	131
2.6.3 Термодинамическая самосогласованность теории	
среднего поля	137
2.6.4 Условие равновесия гетерофазных состояний.....	139

2.8 Ограничения на массы дибарионов и константы связи σ - и ω -мезонов из существования массивных нейтронных звезд	141
Глава 3 Рождение резонансов на ядрах.....	155
3.1 Подавление нуклонных резонансов в реакции фотопоглощения на ядрах.....	156
3.1.1 Полное сечение фотопоглощения.....	157
а) Комптоновское рассеяние вперед и ферми-движение.....	157
б) Распространение резонансов в ядерной среде.....	159
в) Паули-блокировка	166
3.1.2 Численные результаты	167
а) Фитирование сечений фотопоглощения на протоне и нейтроне.....	167
б) Фитирование сечения фотопоглощения на уране	171
в) Сравнение с другими подходами	174
3.1.3 Оценки $N*N$ сечений рассеяния.....	176
3.1.4 Выводы.....	178
3.2 Двухкомпонентная форма амплитуды когерентного рождения резонансов на ядрах.....	179
3.2.1 Введение.....	180
3.2.2 Когерентное рождение резонансов на ядрах.....	182
3.2.3 Численный анализ.....	192
3.2.4 Выводы.....	195
Глава 4 Рождение электрон-позитронных пар в столкновениях тяжелых ионов	198
4.1 Дилептонные распады легких нестранных мезонов.....	201
4.1.1 Полные парциальные ширины радиационных и	

дилептонных распадов.....	203
4.1.2 Спектр дилептонов в распадах ρ -мезонов.....	205
4.1.3 Спектр дилептонов в распадах ω -мезонов.....	208
4.1.4 Спектр дилептонов в распадах ϕ -мезонов.....	211
4.1.5 Спектр дилептонов в распадах η - и η' -мезонов.....	212
4.1.6 Спектр дилептонов в распадах π^0 -, f_0^- , и a_0 -мезонов.....	215
4.1.7 Выводы.....	215
4.2 Дилептонные распады нуклонных резонансов.....	217
4.2.1 Радиационные и дилептонные распады $\Delta(1232)$	217
4.2.2 Радиационные и дилептонные распады нуклонных резонансов с произвольным спином и четностью.....	220
4.3 Рождение электрон-позитронных пар в pp соударениях	236
4.3.1 Реакция $pp \rightarrow e^+e^-X$	238
4.3.2 Переходные форм-факторы, правила кваркового счета и распады нуклонных резонансов	246
а) Распады нуклонных резонансов в нерелятивистском приближении	246
б) Распады нуклонных резонансов в релятивистском формализме.....	250
4.3.3 Спектр дилептонов в pp столкновениях. Сравнение с данными DLS (Bevalac)	252
4.3.4 Выводы.....	258
4.4 Рождение ω -мезона в нуклон-нуклонных столкновениях вблизи порога.....	259
4.4.1 Введение.....	260
4.4.2 Резонансная модель.....	262

4.4.3 Сечение $pp \rightarrow pp \omega$. Сравнение с данными коллабораций SATURNE и COSY-TOF.....	271
а) Сильная $N^*(1535)N\omega$ связь.....	271
б) Слабая $N^*(1535)N\omega$ связь.....	278
4.4.4 Выводы.....	282
4.5 Транспорт в методе квантовой молекулярной динамики.....	285
4.6 Спектр электрон-позитронных пар в столкновениях тяжелых ионов.....	291
4.6.1 Спектральные функции векторных мезонов в ядерной среде.....	291
а) Резонансный вклад.....	292
б) Нерезонансный вклад.....	295
в) Спектральная функция ρ -мезона.....	297
г) Спектральная функция ω -мезона.....	300
д) Самосогласованный расчет.....	302
4.6.2 Рождение дилептонов. Сравнение с данными коллаборации NADES (Darmstadt).....	305
а) Вакуумные спектральные функции.....	306
б) Столкновительное уширение.....	309
в) Сценарий уменьшения массы.....	311
г) Полные спектральные функции.....	313
4.6.3 Выводы.....	317
Глава 5 Транспорт в методе квантовых характеристик.....	320
5.1 Правило соответствия Вигнера-Вейля и \star -произведение.....	324
5.2 Квантовые траектории в фазовом пространстве как	

характеристики.....	328
5.2.1 Образ Вейля унитарного преобразования	329
5.2.2 Фазовый поток, порожденный действием оператора эволюции	331
5.3 Квазиклассическое разложение $f(\star u(\xi, \tau))$	334
5.4 Квазиклассическое разложение квантовых характеристик ..	335
5.4.1 Квантовые уравнения Гамильтона	336
5.4.2 Поля Якоби.....	337
5.5 Усреднение по функции Вигнера в методе Монте-Карло	341
5.6 Задача рассеяния.....	343
5.7 Выводы.....	344
Глава 6 Свойства мезонов при конечной температуре	347
6.1 Модификация свойств каонов в горячей пионной материи.....	348
6.2 Эффективная парциальная ширина распада ϕ -мезонов на дилептонную пару	356
Глава 7 Индуцированная майорановская масса нейтрино в ядерной материи	360
7.1 Ограничения на масштаб нарушающих полное лептонное число взаимодействий.....	361
Заключение	370
Приложения.....	380
Приложение 1	380
Приложение 2	386
Библиография	390

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор признателен Б. В. Мартемьянову, А. Фейслеру, К. Фуксу, А. Бухману, Е. Сантини, М. М. Джианнини, К. Г. Борескову, М. Г. Щепкину, Ф. Шимковицу, Ю. А. Симонову, В. Дитриху, С. Г. Коваленко за сотрудничество и ценные обсуждения. На различных этапах работа финансировалась ИТЭФ, МФТИ, фондом Гумбольдта, INFN (Italy), GSI (Darmstadt), BMBF (Germany), грантами РФФИ, ИНТАС, DFG (Germany).

ВВЕДЕНИЕ

Свойства элементарных частиц и их взаимодействия модифицируются в среде. Некоторые особенности фундаментальных взаимодействия проявляют себя более отчетливо в процессах, связанных с наличием среды, что позволяет получить новую информацию о параметрах фундаментальных взаимодействий. Для описания коллективных свойств, а также свойств отдельных частиц в среде, используются методы квантовой теории поля.

При увеличении плотности и температуры происходит фазовый переход вещества в кварк-глюонную материю. Высокотемпературная кварк-глюонная плазма существовала в Ранней Вселенной. В столкновениях тяжелых ионов создаются условия для образования кварк-глюонной плазмы при плотности вблизи плотности насыщения и температурах порядка массы пиона. Холодная кварковая материя может существовать в ядрах массивных нейтронных звезд [1]. Не исключена возможность существования абсолютно стабильной странной кварковой материи [2], [3], [4] с барионным числом от ~ 100 до 10^{57} . Верхний предел отвечает странным звездам [2].

Свойства кварковой материи интенсивно изучались с середины 70-х годов в рамках теории возмущений и на основе феноменологических моделей. Последние годы имел место заметный прогресс в решеточных калибровочных теориях, где удалось получить ряд предсказаний исходя из первых принципов, в том числе уравнение состояния кварк-глюонной материи при близком к нулю химическом потенциале. Детальное исследование фазового перехода, показало, что его природа чувствительна к числу сортов кварков и их массе. Для случая, представляющего физический интерес, переход в кварковую материю происходит в узкой конечной области температуры. Этот переход получил название «кроссовер». При увеличении химического потенциала на фа-

зовой диаграмме возникает критическая точка, и при дальнейшем его увеличении имеет место фазовый переход первого рода (см., например, [5]).

Холодная кварковая материя не поддается анализу с использованием стандартных методов решеточной КХД в силу того, что фермионный детерминант при отличном от нуля химическом потенциале положителен не для всех конфигураций калибровочного поля. Исключением является цветовая группа $SU(2)$ с четным числом сортов кварков. В этой теории свойства холодной материи удастся исследовать исходя из первых принципов [6].

Калибровочная теория с цветовой группой $SU(2)$ обладает асимптотической свободой [7]. Пертурбативные аспекты взаимодействий в холодной кварковой материи изучены достаточно хорошо. В работах [8], [9], [10] мы указали на существование эффекта сверхпроводимости в $SU(2)$ цветовой кварковой материи и исследовали его в рамках модели Намбу-Иона-Лазинио (НИЛ). Данный эффект является по своей природе непертурбативным, он возникает благодаря притяжению между кварками.

Описание парных корреляций в $SU(3)$ кварковой материи сопряжено с необходимостью учета конфайнмента [8] - [14]. В цветовой группе $SU(3)$ волновая функция БКШ содержит примесь цветных состояний. Бесцветная компонента может быть выделена в рамках проекционной теории БКШ. Данное обобщение теории БКШ используется в ядерной физике, где при описании спаривания нуклонов возникает необходимость проектировать волновую функцию БКШ на состояния с определенным числом частиц. Проекционная техника также используется для группы пространственных вращений и изоспина. В случае группы $SU(3)$ технические трудности, связанные с процедурой проекции на бесцветные состояния, преодолены только частично.

В течение последнего десятилетия имел место замечательный прогресс в наблюдательной астрофизике в отношении нейтронных звезд, включая измерение масс и радиусов, температуры и скорости остывания, особенностей

спектра рентгеновского излучения и др. (см., например, [15] - [18]). В настоящее время не существует единственной общепринятой модели нейтронных звезд. Высказываются предположения о существовании экзотических классов релятивистских звезд, таких как, кварковые или странные звезды. Ситуация, которая сложилась в физике компактных объектов, представляет большой интерес для теоретиков, стимулируя изучение свойств ядерной материи при плотности выше плотности насыщения.

Повышенный интерес к уравнению состояния ядерной материи вызван в том числе ограничениями, полученными в лабораторных исследованиях из данных по коллективному потоку и подпороговому рождению каонов в столкновениях тяжелых ионов [19], [20].

При увеличении плотности становится энергетически выгодным рождение дибарионов в ядерной среде [21]. Дибарионы модифицируют уравнение состояния ядерной материи и оказывают влияние на свойства нейтронных звезд [22], [22]. Наиболее интересны узкие экзотические дибарионы, которые не связаны сильными взаимодействиями с каналом NN . Большой интерес вызвало указание Джаффе [24] на возможность существования H дигиперона, стабильного относительно сильных распадов. Многочисленные поиски H дигиперона, а также других дибарионных резонансов [25] - [27] в различных реакциях, не дали убедительных результатов. Недавно в реакции $pn \rightarrow NN\pi\pi$ был обнаружен дибарионный резонанс с квантовыми числами $IJ^P = 03^+$, который интерпретируется как связанное состояние $\Delta\Delta$ [28]. Масса и ширина резонанса равны $M = 2.37$ ГэВ и $\Gamma = 70$ МэВ. В работе [29] высказано предположение о том, что б q -примитивы, которые надежно отождествляются в нуклон-нуклонном рассеянии и которые в моделях s -канального обмена являются неустойчивыми, под действием возмущений, в том числе в ядерной среде, могут покидать унитарный разрез, превращаясь в узкие дибарионные резонансы.

В течение последних двух десятилетий проблема описания адронов в плотной и горячей ядерной материи привлекала большое внимание. Хорошо известно, что частицы изменяют свои свойства, когда помещаются в среду. Уже в семидесятые годы уменьшение массы нуклонов в ядерной среде было положено в основу в модели Валечки (Walecka) в рамках теории среднего поля [30], [31]. Позже этот эффект был поставлен на прочную теоретическую основу. В настоящее время он рассматривается как следствие частичного восстановления киральной симметрии. Изменение свойств мезонов обсуждается в рамках «квантовой адродинамики» (quantum hadrodynamics) [32] и в правилах сумм КХД при конечной плотности [33]. Модель Намбу-Иона-Лазинио также указывает на уменьшение массы нуклонов при конечной плотности и температуре [34]. Ядерная среда изменяет свойства нейтрон-антинейтронных осцилляций [35] - [40].

Нуклонные резонансы с массой выше массы дельта-изобары подвергаются «плавлению», как установлено из измерения полных сечений фотопоглощения на тяжелых ядрах [41], [42], [43]. Эффект, приводящий к изменению формы резонансного пика в ядрах, связан с движением Ферми, а также эффектом столкновительного уширения.

Цель исследований, которые проводились в последнее время, состояла в определении сдвига массы и уширения адронов в ядерной материи. Постановка задачи аналогична постановке задачи в атомной спектроскопии, где сдвиги атомных уровней и уширение спектральных линий в газах хорошо изучены экспериментально.

Одним из наиболее эффективных способов изучения свойств векторных мезонов в среде является изучение распределений дилептонных пар, которые возникают из распадов векторных мезонов в столкновениях тяжелых ионов. Лептоны практически не взаимодействуют со средой, в отличие, например, от

пионов. Использование дилептонов для изучения свойств кварк-глюонной плазмы предлагалось Э. Шуряком в 1978 году [44].

Современные исследования дилептонных спектров мотивировались также необходимостью проверки так называемого «скейлинга Брауна-Ро» [45], согласно которому масса векторных мезонов должна уменьшаться в ядерной среде аналогично массе нуклонов. Спектр теоретических моделей, описывающих поведение мезонов в ядерном веществе, чрезвычайно широк, и предсказания моделей разнонаправлены. В частности, знак сдвига массы векторных мезонов модельно зависим. В настоящее время этот вопрос решен экспериментально с помощью изучения дилептонных спектров.

Транспортные модели обеспечивают солидную феноменологическую основу для динамического описания сложных ядерных процессов. Квантовые эффекты когерентности и нелокальности, однако, выходят за рамки этих моделей. Проблема внутренней согласованности приближений остается предметом обсуждений, стимулируя дальнейшее развитие транспортных моделей [46], [47]. Особенностью транспортных моделей является использование траекторий, по которым распространяются частицы или их волновые пакеты. Рассеяние частиц может быть описано с помощью стандартных компьютерных программ решения обыкновенных дифференциальных уравнений. В то же время эволюция волновых функций многих частиц представляет собой теоретико-полевою задачу с бесконечным числом степеней свободы, которая не решается ни аналитически, ни численно. Любое моделирование многочастичной квантовой динамики так или иначе опирается на траектории как на тот, по-видимому, единственный элемент, который позволяет получить доступ к приближенному численному моделированию квантовой эволюции сложных систем.

Понятие фазовой траектории естественно возникает в формализме деформационного квантования через преобразование Вейля операторов канониче-

ских координат и импульсов в представлении Гейзенберга. Эти траектории подчиняются квантовым уравнениям Гамильтона и играют роль квантовых характеристик, с помощью которых находятся зависящие от времени вейлевские символы операторов. В классическом пределе квантовые характеристики превращаются в классические траектории. Знание всех квантовых траекторий эквивалентно знанию квантовой динамики. Квазиклассическое разложение квантовых траекторий позволяет последовательно учитывать квантовые эффекты, включая нелокальность и когерентность. Данный формализм, как можно надеяться, найдет применение в транспортных моделях.

Поиск сигналов, связанных с модификацией свойств адронов при высокой плотности, является одной из основных задач при измерении каонных наблюдаемых в реакциях с тяжелыми ионами [41]. Транспортные модели указывают на возможность наблюдения модификации свойств каонов в ходе таких реакций. Эта картина дополнена измерением рождения каонов в протон-ядерных реакциях [42] - [44].

В литературе обсуждаются нестандартные механизмы безнейтринного двойного бета ($0\nu\beta\beta$) распада (см., например, [52], [53], [54]). Все механизмы распада основаны на взаимодействиях, нарушающих полное лептонное число (LNV) в вакууме. Ядерная среда может влиять на LNV процессы в сторону их усиления.

Основная цель работ, представленных в диссертации, состоит в получении информации о свойствах фундаментальных взаимодействий, исходя из анализа экспериментальных данных о поведении элементарных частиц в среде и о коллективных свойствах ядерной среды.

Научная новизна. В работах [8], [9], [10] впервые предсказано (1991 г.) существование сверхпроводимости в холодной кварковой материи для цветовой группы $SU(2)$. В 2006 г. это предсказание подтверждено вычислениями на решетках [55].

Эффекты сверхпроводимости в кварковой материи изучаются с использованием КХД-мотивированной модели взаимодействия, которая представляет собой релятивистское обобщение модели БКШ. Построены явные выражения для пропагатора кварков и аномальных функций Грина, и найдены законы дисперсии квазичастиц в кварковой материи. Для одного сорта кварков существуют два вида сверхпроводящих состояний, соответствующих различным спиновым состояниям куперовских кварковых пар. Даны оценки параметров порядка и построены выражения для спиновой плотности в сверхпроводящей кварковой материи.

В задаче многих тел в рамках проекционного формализма БКШ с учетом протон-нейтронного спаривания найдены явные выражения для средних значений гамильтониана и матричных элементов одно-, двух-, и четырех-частичных операторов. Средние значения аналитически выражаются через единственную функцию $Q(N)$, зависящую от числа частиц N . Функция $Q(N)$ вычисляется с помощью одномерной рекурсии по N , в которой параметры волновой функции БКШ не изменяются. На численном примере проведено сравнение особенностей решений стандартной БКШ, проекционной БКШ с проекцией после вариации, проекционной БКШ с вариацией после проекции, и точное решение [58].

Согласно Дайсону [59] полюса Кастильехо-Далица-Дайсона (КДД) соответствуют связанным состояниям и резонансам. В работе [60] автором впервые указано на существование нового типа КДД полюсов, соответствующих так называемым «примитивам», то есть полюсам P матрицы, которые отвечают нулям D -функции на унитарном разрезе. Найдено обобщение уравнения Лоу для амплитуды упругого рассеяния с примитивами. Взаимосвязь между полюсами КДД и примитивами иллюстрируется с помощью описания S -волновых фазовых сдвигов нуклон-нуклонного рассеяния.

Дибарионы оказывают влияние на уравнение состояния ядерной материи и, соответственно, структуру нейтронных звезд. В работе [61] в рамках точно решаемой одномерной модели исследуются особенности ядерной материи с дибарионным бозе-конденсатом. Поведение уравнения состояния вблизи критической плотности допускает интерпретацию с точки зрения образования бозе-конденсата дибарионов.

В реалистичной релятивистской модели среднего поля показано, что для широкого набора параметров ядерная материя с дибарионами энергетически более выгодна, чем обычная ядерная материя. Построены функции Грина равновесной бинарной смеси нуклонов и дибарионов как решения системы уравнений Горькова-Дайсона. Уравнение состояния гетерофазной ядерной материи найдено в релятивистском приближении Хартри.

Влияние дибарионных резонансов на уравнение состояние ядерной материи и на структуру нейтронных звезд исследуется в теории среднего поля и в релятивистском приближении Хартри. Существование массивных нейтронных звезд налагает ограничения на константы связи векторных и скалярных мезонов с дибарионами. В разрешенной области параметрического пространства бозе-конденсат легких дибарионов устойчив к сжатию. Это свидетельствует о стабильности гетерофазного состояния ядерной материи с бозе-конденсатом легких дибарионов [62] – [54].

Проанализированы данные ядерного фотопоглощения [41], [42], [43], которые указывают на отсутствие при рождении на ядрах резонансов с массой выше $P_{33}(1232)$. Ферми движение, столкновительное уширение и Паули блокировка искажают форму спектральной функции резонансов в ядерной среде. Показано, что движение Ферми и столкновительное уширение играют основную роль. Из данных по фотопоглощению на уране дана оценка полных сечений рассеяния резонансов $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$, и $D_{33}(1700)$ на нуклонах [66].

В работе [67] показано, что распределение по массе продуктов распада резонансов, рожденных в столкновении с ядром, имеет двухкомпонентную структуру, соответствующую распаду резонанса вне и внутри ядра. Первая (узкая) компонента имеет Брейт-Вигнеровскую форму, определяемую вакуумными значениями массы и ширины резонанса. Вторая (широкая) компонента соответствует взаимодействию резонанса с ядерной средой. Она может быть описана амплитудой Брейта-Вигнера с параметрами, зависящими от сечения взаимодействия резонанса с нуклонами и ядерной плотности.

В столкновениях тяжелых ионов дилептоны рождаются в результате мезонных распадов и распадов нуклонных резонансов. Проведено детальное изучение мезонных распадов на лептонные пары $\ell^+\ell^-$, которые рождаются при кинетической энергии $T_{\text{LAB}} < 2$ ГэВ/нуклон. В рамках эффективной теории взаимодействия мезонов рассчитан спектр инвариантных масс электрон-позитронных пар (дилептонов) в распаде легких нестранных мезонов с массой ниже 1 ГэВ в конечные состояния, содержащие наряду с электрон-позитронными парами один фотон, один мезон и два мезона. Полученные результаты широко использовались для моделирования спектра электрон-позитронных пар в столкновениях нуклонов и тяжелых ионов, а также для экспериментальных поисков дилептонных мод распада легких нестранных мезонов [68].

Детально изучены дилептонные моды распады нуклонных резонансов. Получены релятивистские, кинематически полные, феноменологические выражения для ширин дилептонных распадов нуклонных резонансов с произвольным спином и четностью. Ширины и спектры электрон-позитронных пар в распадах нуклонных резонансов с массой ниже 2 ГэВ оцениваются с помощью обобщенной модели векторной доминантности (eVMD). Модель обеспечивает единое описание фото - и электророждения векторных мезонов, распадов нуклонных резонансов в каналы с векторными

мезонами и электрон-позитронными парами. Учтены ограничения на переходные форм-факторы из правил кваркового счета [69], [70].

В работе [72] получено описание рождения дилептонов в столкновениях $pp \rightarrow e+e-X$ при энергиях $T_{\text{LAB}} = 1-5$ ГэВ в рамках резонансной модели нуклон-нуклонных столкновений $pp \rightarrow RN$, $R \rightarrow NXe+e-$ с использованием eVMD модели для переходных электромагнитных форм-факторов нуклонных резонансов [69], [70]. Впервые получено самосогласованное совместное описание распадов $R \rightarrow N\gamma$ и $R \rightarrow N\rho(\omega)$.

В рамках развитой ранее резонансной модели найдено околопороговое сечение $pp \rightarrow pp\omega$. Показано, что $N^*(1535)$ резонанс играет в реакции выделенную роль. В результате сильной $N\omega$ связи этот резонанс дает вклад на порядок больший, чем экспериментально измеренный пиковый вклад ω . После вычитания гладкого теоретического фона, возникающего из-за рождения ω вне массовой поверхности, экспериментальные данные точно воспроизведены во всем диапазоне энергий от 5 МэВ до нескольких ГэВ выше порога. Сценарий слабой связи $N^*(1535)$ также обсуждается. В последнем случае вклад массовой поверхности существенно уменьшается, при этом описание экспериментального сечения выше порога оказывается хуже [73].

Вычислены спектральные функции ρ - и ω -мезонов и уширение нуклонных резонансов при конечной плотности барионов в самосогласованной схеме, основанной на eVMD и резонансной модели неупругих мезон-нуклонных и нуклон-нуклонных столкновений [75], [76], [77]. Исследуется влияние модификации свойств векторных мезонов на спектр электронно-позитронных пар в столкновениях тяжелых ионов. Спектр электронно-позитронных пар моделируется для реакции $C + C$ при 2,0 АГэВ и далее сравнивается с данными коллаборации NADES. Динамика столкновений описывается в транспортной модели релятивистской квантовой молекулярной динамики (QMD/RQMD) Тюбингена/ИТЭФ. Самосогласованный расчет спектральных

функций векторных мезонов обеспечивает описание экспериментальных данных в области масс $0.45 \leq M \leq 0.75$ ГэВ и несколько недооценивают выход дилептонов в области $m_\pi \leq M \leq 0.4$ ГэВ. Проведено сравнение с экспериментальными данными HADES сценариев столкновительного уширения и уменьшения массы векторных мезонов в ядерном веществе.

Основной результат работ [78] - [81] состоит в доказательстве возможности сведения квантово-механической задачи эволюции к статистико-механической задаче построения ансамбля квантовых характеристик и их полей Якоби. Сведение задачи к конечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений возможна в любом фиксированном порядке разложения по постоянной Планка. После построения квантовых характеристик физические наблюдаемые находятся без дальнейшего обращения к динамике. Метод квантовых характеристик может быть полезен для расчета рассеяния сложных квантовых систем - атомов, молекул, ядер - и может служить теоретической основой транспортных моделей.

Массы каонов и потенциалы среднего поля найдены в изотопически симметричной термализованной пионной материи в однопетлевом приближении киральной теории возмущений. Результаты обобщаются далее на температуры RHIC с использованием экспериментальных данных о фазах πK рассеяния. Уширение каонов в среде приводит к увеличению скорости распада $\phi \rightarrow K\bar{K}$. Увеличение парциальной ширины распада ϕ -мезона на электронно-позитронные пары, обнаруженное коллаборациями NA50, NA49 и PHENIX, интерпретируется как результат перерасеяния вторичных каонов внутри термализованной пионной материи [82], [83].

Скалярное четырех-фермионное взаимодействие между майорановским нейтрино и кварками изменяет майорановскую массу нейтрино в среднем поле ядра, что отражается на вероятности безнейтринного двойного бета-

распада. Представлен феноменологически полный набор скалярных токов майорановских нейтрино, включающих производные не выше первого порядка, и построена матрица смешивания нейтрино в ядерной среде. Получены ограничения на константы связи четырех-фермионного взаимодействия с использованием данных по безнейтринному двойному бета-распаду, одиночному бета-распаду и астрофизических данных. Наблюдение безнейтринного двойного бета-распада совместно с более сильными ограничениями на массу нейтрино в вакууме указало бы на существование нового типа взаимодействия вне рамок Стандартной модели [54].

Представленные в диссертации работы удовлетворяют критериям новизны, принятым в ведущих международных рецензируемых физических журналах.

Апробация диссертации. Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на семинарах Теоретического отдела Института теоретической и экспериментальной физики, Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, Научно-исследовательского института ядерной физики им. Д. В. Скобелицина МГУ им. М. В. Ломоносова, Физического факультета Университета г. Пиза, Института теоретической физики Университета г. Тюбингена и ряда других научных центров и университетов. Результаты, составляющие разделы диссертации, докладывались на международных конференциях, школах, совещаниях и семинарах: «10-ом Международном семинаре по проблемам в физике высоких энергий: перспективы ядерной физики при промежуточных энергиях» (г. Триест, 1991), «Международной конференции по мезонам и ядрам при промежуточных энергиях» (1994, Дубна), «3-ей Международной конференции по нуклон-антинуклонной физике» (г. Москва, 1995), «13-ом Международном семинаре по проблемам в релятивистской ядерной физике и квантовой хромодинамике» (г. Дубна, 1996), «Совещании по КХД при конечной барионной

плотности: Сложные системы со сложным действием» (г. Белефелд, 1998), «3-ей Международной Сахаровской конференции по физике» (г. Москва, 2002), «10-й Международной конференции по структуре барионов» (г. Палайзеу, Франция, 2004), «12-й Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц» (г. Москва, 2006), «13-ом Ежегодном семинаре по нелинейным явлениям в сложных системах: Хаос, фракталы, фазовые переходы, самоорганизация» (г. Минск, 2006), «Международной летней школе по коллективным явлениям и фазовым переходам в ядерных системах» (г. Предеал, Румыния, 2006), «Весенней сессии Немецкого физического общества» (г. Дармштадт, 2004, 2008, 2011), «Международной школе ядерной физики: 30-й курс: Столкновения тяжелых ионов от кулоновского барьера до кварк-глюонной плазмы» (г. Эриче, Сицилия, 2008), «4-ом Международном совещании: критическая точка и начало деконфайнмента» (г. Дармштадт, 2007), «Совещании HADES 2008» (г. Дармштадт, 2008), «Международной школе ядерной физики: 35-й курс: Физика нейтрино, настоящее и будущее» (г. Эриче, Сицилия, 2013) , «24-й Международной конференции по теории транспорта» (г. Таормина, Сицилия, 2015) и других научных форумах.

Основные результаты диссертации изложены в 22 журнальных статьях [8], [9], [54], [58], [60] – [70], [72], [73], [75] - [76], [79], [80], [82], опубликованных в ведущих международных рецензируемых физических журналах, а также трудах конференций, научных школ и сборниках статей [10], [23], [71], [74], [81], [83].

Структура диссертации. Диссертация состоит из Введения, семи глав основного текста, содержащих 27 разделов, 14 таблиц и 82 рисунков, Заключение, двух приложений и списка цитируемой литературы из 383 наименований. Объем диссертации составляет 411 страниц.

ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В КВАРКОВОЙ МАТЕРИИ И ЯДРАХ

1.1 $SU(2)$ цветовая сверхпроводимость

На факт нарушения куперовской устойчивости в $SU(3)$ кварковой материи было впервые указано Бароисом [11]. Из теории сверхпроводимости известно, что сколь угодно малое притяжение между фермионами приводит к куперовскому спариванию с образованием связанных состояний [86], [87], [88].

Цветной кулоновский потенциал между кварками является отталкивающим или притягивающим в зависимости от того, находятся кварки в симметричном или антисимметричном состоянии по цвету. В антисимметричном состоянии имеет место притяжение, поэтому вероятно, что спаривание существует при любой цветовой группе и любом числе ароматов.

Условие цветовой нейтральности пробной волновой функции приводит к необходимости использования проекционной техники, которая была разработана ранее для описания парных корреляций нуклонов в ядрах. В $SU(2)$ цветной кварковой материи куперовские пары бесцветны, поэтому применима стандартная теория БКШ. В $SU(3)$ все парные каналы несут цветной заряд, здесь проекция на бесцветные состояния представляется необходимой.

Мы рассмотрим эффекты сверхпроводимости в кварковой матери в $SU(2)$ цветовой группе на основе КХД-мотивированного взаимодействия кварков в рамках релятивистского обобщения модели БКШ. Будут построены в явном виде выражения для пропагатора кварков и аномальных функций Грина, найдены законы дисперсии квазичастиц в кварковой материи, рассмотрены термодинамические свойства. При одном сорте кварков существуют два вида сверхпроводящих состояний вещества, соответствующих различным спино-

вым состояниям куперовских пар. Будут даны оценки параметров порядка и найдены спиновые плотности в сверхпроводящих состояниях кварковой материи.

В случае $SU(3)$ цветовой группы куперовские пары находятся в антисимметричном по цвету состоянии, где существует притяжение. Это состояние не является цветовым синглетом. Основное состояние сверхпроводника представляет собой суперпозицию состояний с разным числом куперовских пар и, следовательно, волновая функция БКШ содержит примесь цветных состояний. Цветные объекты не наблюдались экспериментально, поэтому они должны исключаться в вариационной задаче. В методе функций Грина, развитом для описания сверхпроводимости Горьковым [89], трудности возникают, когда мы пытаемся определить аномальную функцию Грина в качестве матричного элемента упорядоченного по времени произведения двух кварковых полевых операторов между основными состояниями вещества с числом фермионов N и $N + 2$. В цветовой группе $SU(3)$ одно из этих состояний или оба несут открытый цвет, в результате аномальные функции Грина не могут быть корректно определены.

Предположение Бароиса [9] о том, что в $SU(3)$ кварковой материи доминируют 6-кварковые корреляции, представляет собой возможный способ избежать трудностей, связанных с существованием открытого цвета.

В $SU(2)$ цветовой группе два кварка в антисимметричном по отношению к цвету канале (с притягивающим кулоновским взаимодействием) бесцветны, что обеспечивает возможность использования развитых ранее методов.

1.1.1 Формулировка модели, функции Грина

Мы рассматриваем модель, которая может быть получена из КХД в кварковой материи заменой точного пропагатора глюонов выражением

$$D(k)_{\mu\nu}{}^{ab} = \frac{1}{k^2} \delta^{ab} g_{\mu\nu}, \quad (1.1.1)$$

где μ, ν и a, b - лоренцевы и цветовые индексы, соответственно. Глюоны в кварковой материи приобретают массу динамического происхождения, поэтому выражение (1.1.1) можно рассматривать как длинноволновый предел точного глюонного пропагатора. Величина κ интерпретируется как эффективная масса глюона.

В низшем порядке по взаимодействию эффективный лагранжиан можно записать в виде

$$L_{eff} = \bar{\psi}(i\hat{\nabla} + \hat{\mu} - m)\psi - \frac{1}{2} g^2 (\bar{\psi}\gamma_\sigma t^a \psi)(\bar{\psi}\gamma^\sigma t^a \psi) \quad (1.1.2)$$

где $g^2 = 4\pi\alpha_s / \kappa^2$, α_s - кварк-глюонная константа связи, $\hat{\mu} = \mu_\sigma \gamma^\sigma$, $\mu_\sigma = (\mu, 0)$ - вектор, времениподобная компонента которого в системе покоя вещества представляет собой химический потенциал, t^a - генераторы цветовой группы $SU(2)$. Данная модель представляет собой релятивистское обобщение модели БКШ, где взаимодействие между частицами предполагается контактным. Разница обусловлена наличием цветовых степеней свободы, релятивистской инвариантностью и векторным характером взаимодействия. Предполагается некоторое обрезание при больших импульсах.

Модель, описываемую лагранжианом (1.1.2), также можно рассматривать как одну из версий модели Намбу-Иона-Лазинио (НИЛ). Для безмассовых кварков лагранжиан (1.1.2) является кирально инвариантным.

Если система обнаруживает сверхпроводящее поведение, в дополнение к обычной функции Грина

$$iG(1, 2) = \langle N | T(\psi(1)\bar{\psi}(2)) | N \rangle$$

существуют и играют фундаментальную роль аномальные функции Грина [89]

$$\begin{aligned} iF(1, 2) &= \langle N | T(\psi(1)\psi(2)) | N + 2 \rangle, \\ i\bar{F}(1, 2) &= \langle N + 2 | T(\bar{\psi}(1)\bar{\psi}(2)) | N \rangle, \end{aligned}$$

которые соединяют основные состояния с различным, макроскопически большим числом фермионов N и $N + 2$. Эти функции Грина впервые были введены Горьковым. В майорановском представлении трансформационные свойства аномальных функций Грина при преобразованиях Лоренца такие же, как кваркового пропагатора. Из антикоммутируемости кварковых полей следует, что $F(1,2) = \gamma^0 F(2,1)\gamma^0$ и $\bar{F}(1,2) = \gamma^0 \bar{F}(2,1)\gamma^0$.

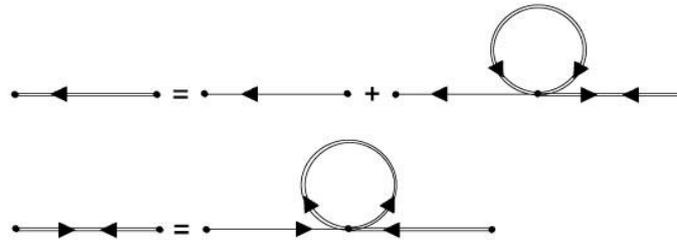


Рисунок 1. Система уравнений Горькова-Дайсона для функций Грина в сверхпроводнике. Аномальные функции Грина показаны двойной сплошной линией с направленными в разные стороны стрелками.

Уравнения эволюции для операторов кварковых полей, полученные из эффективного лагранжиана (1.1.2), можно использовать для нахождения уравнений, которым удовлетворяют функции Грина. Эти уравнения представлены графически на Рис. 1. Сплошная двойная линия с одной стрелкой обозначает пропагатор кварка с учетом взаимодействий, с двумя стрелками – аномальную функцию Грина. Сплошная одинарная линия обозначает пропагатор свободного кварка.

Эти уравнения можно упростить и решить с помощью факторизационного правила Горькова. В импульсном пространстве полученные выражения для обратных функций Грина имеют вид

$$\begin{aligned} G^{-1}(p) &= (\hat{f} - m) - g^4 A(\hat{q} + m)\bar{A} / (q^2 - m^2), \\ -i\bar{F}^{-1}(p) &= (\hat{f} - m)\bar{A}^{-1}(\hat{q} - m) - g^4 A, \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

где $f_\sigma = (p + \mu)_\sigma$, $q_\sigma = (p - \mu)_\sigma$ и $A = \gamma_\sigma t^a F(0) \gamma^\sigma \tilde{t}^a$, $\bar{A} = \gamma_\sigma \tilde{t}^a \bar{F}(0) \gamma^\sigma t^a$, $F(0)$ и $\bar{F}(0)$ - аномальные функции Грина в нуле координатного пространства, знак \sim означает транспонирование матрицы. Используя соотношения симметрии и формулы (1.1.3), находим $A = \gamma_0 \tilde{A} \gamma_0$, $\bar{A} = \gamma_0 \tilde{\bar{A}} \gamma_0$, транспонирование применяется как к лоренцевым индексам, так и к цветовым индексам. Можно также показать, что $A^* = \bar{A}$ и $\bar{A} = \gamma_0 A^+ \gamma_0$.

1.1.2 Решение уравнений Горькова-Дайсона

Два кварка в бесцветном антисимметричном состоянии образуют куперовскую пару. Из-за контактного характера взаимодействия спаривание происходит только при нулевом орбитальном моменте, в результате пары должны иметь суммарный спин $J = 1$ и положительную четность. Поэтому помимо параметров, входящих в лагранжиан, существует дополнительный аксиальный вектор a_σ , характеризующий систему. С учетом надлежащих соотношений симметрии наиболее общий вид матрицы A следующий: $A = a_\sigma \gamma^\sigma$ (соответственно, $\bar{A} = -a^*_\sigma \gamma^\sigma = \hat{a}^*$).

В бесцветном состоянии

$$(a_\sigma)_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta} a_\sigma,$$

$$G(p)_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} G(p),$$

$$F(p)_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta} F(p),$$

$$\bar{F}(p)_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta} \bar{F}(p),$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta}$ - полностью антисимметричный тензор. Обращая матрицы (1.1.3),

можно найти пропагатор кварка и аномальные функции Грина:

$$G(p) = G_1 G_2 \prod_{s_1 s_2} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{s_1 s_2}^2}, \quad (1.1.4)$$

$$\bar{F}(p) = ig^2 [(\hat{q} + m)\hat{a}^*(\hat{f} + m) + g^4 a^{*2} \hat{a}] G_2 \prod_{s_1 s_2} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{s_1 s_2}^2}, \quad (1.1.5)$$

где

$$G_1 = \gamma_0 \tilde{G}^{-1}(p) \gamma_0 (q^2 - m^2),$$

$$\begin{aligned} G_2 = & -(f^2 - m^2)(q^2 - m^2) - g^8 a^{*2} a^2 \\ & - 2g^4 \{(-m^2 + (fg))(a^* a) - (fa^*)(qa)\} \\ & - (qa^*)(fa) + 2ig^4 (-[fa^* qa] + m[qa^* a\gamma] + m[fa^* a\gamma])\gamma_5, \end{aligned}$$

и используется обозначение $[abcd] = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta$. Вектор a_σ должен быть пространственным, $a_\sigma = (0, \mathbf{a})$, чтобы обеспечить регулярность аномальных функций Грина в нуле. Полюса функций Грина возникают при

$$\begin{aligned} \omega_{s_1 s_2}^2 = & E^2 + \mu^2 + g^4 (\mathbf{a}^* \mathbf{a}) \\ & + s_1 \{4E^2 \mu^2 + 4g^4 (\mathbf{p} \mathbf{a}^*)(\mathbf{p} \mathbf{a}) + g^8 [(\mathbf{a}^* \mathbf{a})^2 - \mathbf{a}^{*2} \mathbf{a}^2]\} \\ & + s_2 g^4 4\mu \{m^2 [(\mathbf{a}^* \mathbf{a})^2 - \mathbf{a}^{*2} \mathbf{a}^2] - (\mathbf{p}[\mathbf{a}^* \times \mathbf{a}])^2\}^{1/2}\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

где $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$. Индексы $s_i = \pm 1$ фиксируют 4 (= 2 цвета \times 2 спина) ветви квазичастичных возбуждений с положительными и отрицательными значениями энергии. Абсолютное значение вектора a_σ находится из уравнения

$$\bar{F}(0) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \bar{F}(p), \quad (1.1.7)$$

в то время как его направление остается неопределенным и выбирается системой случайно, что приводит к спонтанному нарушению вращательной симметрии.

Уравнение (1.1.7) является матричным уравнением для компонент вектора a_σ . Этот вектор описывает различные спиновые состояния куперовской пары, и его компоненты могут быть выражены через волновые функции e_μ состояний частицы со спином $J = 1$ в сферическом базисе. Поскольку $e_{\pm 1}^2 = 0$ и $e_0 \propto e_0^*$, мы имеем два нетривиальных решения:

$$\text{A) } e_0 \propto e_0^*,$$

$$\text{B) } a^2 = a^{*2} = 0.$$

Решение (A) соответствует нулевой спиновой проекции конденсированных пар на ось z и всем другим состояниям, которые могут быть получены из исходного состояния вращением координатной системы. Решение (B) описывает состояния с проекцией спина ± 1 . Состояние $J_3 = 0$ не может быть переведено вращениями в чистые состояния $J_3 = \pm 1$, поэтому решения (A) и (B) независимы. Заметим, что все чистые спиновые состояния фермиона с $J = 1/2$, напротив, переводятся друг в друга.

1.1.3 Спаривание в канале $J_3 = 0$

а) Щель в спектре возбуждений

Рассмотрим спаривание в канале $J_3 = 0$. Векторы a и a^* параллельны, поэтому собственные частоты вырождены по отношению к индексу s_2 . Минимальное значение квадрата частоты в общем случае отлично от нуля и может быть записано в виде

$$\Delta^2 = g^4 \left((a^* a) - (a^* n)(an) \frac{-m^2 + \mu^2 + g^4 (a^* n)(an)}{\mu^2 + g^4 (a^* n)(an)} \right) \geq 0, \quad (1.1.8)$$

где $n = p/|p|$. Существует, таким образом, разрыв в спектре квазичастичных возбуждений, так как частоты в интервале $-\Delta < \omega < \Delta$ отсутствуют. Ве-

личина энергетической щели зависит от направления импульса и является в общем случае неотрицательной; она обращается в нуль при нулевой массе кварка, когда импульс квазичастицы параллелен вектору \mathbf{a} . Это не означает, что парные корреляции исчезают, поскольку щель обращается в нуль лишь в двух точках ферми-сферы. В идеальном ферми-газе минимальное значение частоты, напротив, равно нулю на всей двумерной поверхности Ферми. Это отличие играет важную роль в обеспечении существования нетривиального решения уравнения (1.1.8) для безмассовых кварков в случае нулевой энергетической щели.

После подстановки (1.1.6) в уравнение (1.1.7) и интегрирования, мы получаем уравнение следующего вида:

$$1 = g^2 \frac{3}{2} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sum_{s_1=\pm 1} \frac{1}{\omega_{s_1}} \left(1 + 2s_1 \frac{(\mathbf{a}^* \mathbf{p})(\mathbf{a}\mathbf{p})}{(\mathbf{a}^* \mathbf{a})R} \right), \quad (1.1.9)$$

где

$$R = 2[\mu^2 E^2 + g^2 (\mathbf{a}^* \mathbf{p})(\mathbf{a}\mathbf{p})]^{1/2}.$$

Для нулевой щели интеграл в правой части уравнения (1.1.9) расходится логарифмически вблизи поверхности Ферми. Сингулярный вклад вносит слагаемое, пропорциональное $1/\omega_{s_1}$ с $s_1 = -1$. С логарифмической точностью мы получаем

$$g^4 (\mathbf{a}^* \mathbf{a}) \propto \exp\left(-\frac{8\pi^2}{(6g^2)\mu^2 v_F (1 - v_F^2/3)} \right), \quad (1.1.10)$$

где $v_F = \sqrt{\mu^2 - m^2} / \mu$ - скорость кварка на поверхности Ферми. Коэффициент перед экспонентой зависит от процедуры обрезания и имеет размерность квадрата массы. В теории БКШ в качестве множителя входит квадрат дебаевской частоты. В нерелятивистском пределе результат (1.1.10) совпадает с теорией БКШ.

б) Распределение кварков по импульсам

Распределение кварков по импульсам находится усреднением нормально упорядоченного оператора плотности $\rho = 1/2[\bar{\psi}, \gamma_0 \psi]$ по основному состоянию. Среднее значение плотности, выраженное через функцию Грина, принимает вид

$$n(\mathbf{p}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int \frac{d\omega}{2\pi i} \frac{e^{i\omega\varepsilon} + e^{-i\omega\varepsilon}}{2} \text{tr} G(\mathbf{p}, \omega) \gamma_0. \quad (1.1.11)$$

Интеграл определяется вычетами в полюсах функции Грина. Разбивая выражение на две части, замыкаем контур интегрирования в верхней и нижней части комплексной ω -плоскости. В результате находим

$$n(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \sum_{\omega_{s_1}} \text{sgn}(\omega_{s_1}) \text{res}_{\omega_{s_1}} \text{tr} G(\mathbf{p}, \omega) \gamma_0.$$

Знак ω_s может быть любым, поскольку распределение кварков определяется вычетами при положительных и отрицательных ω . С помощью выражения (1.1.6) находим:

$$\text{res}_{\omega_{s_1}} \text{tr} G(\mathbf{p}, \omega) \gamma_0 = 2 - 2\mu \frac{\tilde{\mu} + s_1 E}{\tilde{\mu} \omega_{s_1}},$$

где $\tilde{\mu} = R / (2E)$. Окончательно получаем

$$n(\mathbf{p}) = \sum_{s_1} 2\mu \frac{\tilde{\mu} + s_1 E}{\tilde{\mu} |\omega_{s_1}|}.$$

В пределе $g^2 = 0$ распределение становится ступенчатым: при $E < \mu$ $n(\mathbf{p}) = 4$ ($= 2_{\text{color}} \times 2_{\text{spin}}$) и при $E > \mu$ $n(\mathbf{p}) = 0$. Для $g^2 \neq 0$ распределение кварков не является сферически симметричным. Например, вблизи поверхности Ферми при $E > \tilde{\mu}$ существует избыток кварков с импульсами, поперечными вектору \mathbf{a} , в то время как при $E < \tilde{\mu}$ возникает избыток кварков с импульсами, параллельными \mathbf{a} .

в) Спиновая плотность кварков

Среднее значение оператора спиновой плотности,

$$j^\gamma = \bar{\psi} \frac{1}{2} \sigma^\gamma \psi,$$

может быть найдено с помощью функции Грина:

$$j^\gamma = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} j^\gamma(\mathbf{p}),$$

где

$$j^\gamma(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} \sum_{s_1} \text{sgn}(\omega_{s_1}) \text{res} \text{tr} \left(\frac{1}{2} \sigma^\gamma G(\omega, \mathbf{p}) \gamma^0 \right). \quad (1.1.12)$$

В рассматриваемом случае величина $\text{tr} \left(\frac{1}{2} \sigma^\gamma G(\omega, \mathbf{p}) \gamma^0 \right)$ тождественно обращается в нуль, в результате усредненная спиновая плотность вещества также оказывается равной нулю. Этот результат является ожидаемым, поскольку, если для частицы со спином $J = 1$ выполняется условие $J_3 = 0$, то $\langle J_\alpha \rangle = 0$ для $\alpha = 1, 2, 3$.

г) Температура фазового перехода

Обобщение модели на случай конечных температур выполняется с помощью замены интегрирования суммированием по мацубаровским частотам

$$\omega \rightarrow \omega_n = (2n + 1)\pi i T \text{ согласно правилу}$$

$$\int \frac{d\omega}{2\pi i} \rightarrow T \sum_n,$$

суммирование ведется по целым n .

Для конечных температур модификация уравнения щели выглядит следующим образом

$$1 = g^2 \frac{3}{2} \int \frac{dp}{(2\pi)^3} \sum_{s_1=\pm 1} \frac{1}{\omega_{s_1}} \tanh\left(\frac{\omega_{s_1}}{2T}\right) \left(1 + 2s_1 \frac{(\mathbf{a}^* \mathbf{p})(\mathbf{a} \mathbf{p})}{(\mathbf{a}^* \mathbf{a})R}\right).$$

Это уравнение определяет зависимость \mathbf{a}^2 от температуры. Критическая температура, T_c , фазового перехода находится из условия $\mathbf{a}^2 = 0$. С логарифмической точностью $T_c \sim \Delta$.

Найдем коэффициент пропорциональности для случая, когда взаимодействие ограничивается узкой областью фазового пространства вблизи поверхности Ферми. Расчеты дают

$$\begin{aligned} & (1 - v_F^2 / 3) \ln^2(\pi T_c / \gamma \Delta) \\ & + \frac{1}{v_F} \left[\frac{-2 + v_F}{3} (1 + v_F)^2 \ln(1 + v_F) \right. \\ & \quad \left. + \frac{2 + v_F}{3} (1 - v_F)^2 \ln(1 - v_F) + \frac{4v_F}{3} - \frac{2v_F^3}{9} \right] = 0, \end{aligned}$$

где $\gamma = \exp(C)$, $C = 0.577\dots$ - константа Эйлера. В нерелятивистском пределе мы воспроизводим результат теории БКШ

$$T_c = \gamma \Delta / \pi.$$

Для безмассовых кварков

$$T_c = 2\gamma \exp\left(-\frac{5}{6}\right) \Delta / \pi.$$

1.1.4 Спаривание в канале $J_3 = \pm 1$

а) Щель в спектре возбуждений

Рассмотрим спаривание в канале $J_3 = \pm 1$. Вектор \mathbf{a} может быть разложен на действительную и мнимую части: $\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} + i\boldsymbol{\beta}$. Из уравнения $\mathbf{a}^2 = \mathbf{a}^{*2} = 0$ следует, что $(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}) = 0$, $\boldsymbol{\alpha}^2 = \boldsymbol{\beta}^2$. Вместо двух векторов $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ все физические величины могут быть выражены через один вещественный вектор $\boldsymbol{\nu}$:

$|\mathbf{v}| \mathbf{v} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\beta}$. Введем обозначение $E_{\mathbf{v}} = \sqrt{m^2 + (\mathbf{p}\mathbf{v}) / v^2}$. В низшем порядке по константе связи щель в спектре может быть представлена в виде

$$\Delta^2 = g^4 v^2 \left((s_2 E_{\mathbf{v}} - \mu) / \mu \right)^2.$$

Величина Δ зависит от направления импульса и исчезает в моде $(s_1, s_2) = (-1, +1)$, когда $\mathbf{v} \parallel \mathbf{p}$. Возбуждения второй ветви квазичастиц $(s_1, s_2) = (-1, -1)$ отделены от основного состояния конечной щелью, которая также зависит от направления импульса и принимает минимальное значение для $\mathbf{v} \parallel \mathbf{p}$.

Уравнение для определения параметра порядка \mathbf{v} имеет вид

$$1 = g^2 \frac{3}{4} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sum_{s_1 s_2} \frac{1}{\omega_{s_1 s_2} R(s_2)} \left(R(s_2) + s_1 (E^2 - E_{\mathbf{v}}^2 + 2g^4 v^2) + s_1 s_2 E_{\mathbf{v}} \right) \quad (1.1.13)$$

Сумма берется по четырем парам индексов $(s_1, s_2) = (\pm 1, \pm 1)$,

$$R(s_2) = 2[E^2 \mu^2 + (6g^2)^2 v^2 (E^2 - E_{\mathbf{v}}^2 + s_2 \mu E) + (6g^2)^4 v^4].$$

Расходящаяся в пределе $\Delta = 0$ часть интеграла возникает для мод $(s_1, s_2) = (-1, \pm 1)$. С логарифмической точностью получаем

$$g^4 v^2 \propto \exp \left(- \frac{8\pi^2}{(6g^2) \mu^2 v_F (1 - v_F^2 / 3)} \right) \quad (1.1.14)$$

Результат (1.1.14) совпадает с таковым для сверхпроводника типа (А).

б) Распределение кварков по импульсам

Распределение по импульсам находится по формуле (1.1.13). Используя выражение для функции Грина состояния конденсата $\mathbf{a}^{*2} = \mathbf{a}^2 = 0$, получаем

$$n(\mathbf{p}) = \sum_{s_1 s_2} \frac{\mu(\tilde{\mu} + s_1 E) + s_1 s_2 (6g^2)^2 v^2}{\tilde{\mu} |\omega_{s_1 s_2}|}.$$

В пределе $g^2 = 0$ распределение превращается в ступенчатое распределение идеального ферми-газа. В общем случае $g^2 \neq 0$ распределение не является сферически симметричным, что естественно, поскольку возникновение сверхпроводящей фазы сопровождается спонтанным нарушением вращательной симметрии.

в) Спиновая плотность кварков

Согласно формуле (1.1.14) спиновая плотность определяется функцией Грина кварков $G(\omega, \mathbf{p})$. Требуется найти след

$$\text{tr} \sigma^\gamma G_1(p) G_2(p) \gamma_0 = i \text{tr} \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta G_1(p) G_2(p) \gamma_0.$$

Под знаком следа содержатся следующие комбинации:

$$\begin{aligned} \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \hat{f} \gamma_0 &\rightarrow 0, \\ \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \hat{a}^* \hat{q} \hat{a} \gamma_0 &\rightarrow (\omega - \mu) 2i |\mathbf{v}| v^\gamma, \\ \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \hat{f} \gamma_5 \gamma_0 &\rightarrow i p^\gamma, \\ \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \hat{a}^* \hat{q} \hat{a} \gamma_5 \gamma_0 &\rightarrow -2i (\mathbf{v} p) v^\gamma, \\ \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \gamma_5 \hat{v} \gamma_0 &\rightarrow -i v^\gamma, \\ \gamma^\alpha \wedge \gamma^\beta \hat{a}^* \hat{a} \gamma_5 \hat{v} \gamma_0 &\rightarrow 2i v^2 v, \end{aligned}$$

справа показана их эквивалентная замена. Индексы α, β, γ образуют четную перестановку 1, 2, 3. После указанных преобразований для $\omega = \omega_{s_1 s_2}$ получаем

$$\begin{aligned} \text{tr} \sigma^\gamma G_1(p) G_2(p) \gamma_0 &= (6g^2)^2 64 \mu |\mathbf{v}| [(-q^2 + m^2)(m^2 v^\gamma + (\mathbf{v} p) p^\gamma) \\ &\quad + (6g^2)^2 2 \mathbf{v}^2 E (E + s_2 (\omega_{s_1 s_2} - \mu)) v^\gamma]. \end{aligned}$$

Знаменатель функции Грина находится, как при вычислении плотности кварков в импульсном пространстве. Используя выражение (1.1.4), получаем

$$\begin{aligned} j^\gamma(\mathbf{p}) &= \sum_{s_1 s_2} s_1 s_2 \{ (\mu^2 + s_1 \tilde{\mu} E + g^4 \mathbf{v}^2) [(\mathbf{v} p) p^\gamma - (\mathbf{v} p)^2 / \mathbf{v}^2 v^\gamma] \\ &\quad + E_{\mathbf{v}} (\mu^2 E_{\mathbf{v}} + s_1 \tilde{\mu} E E_{\mathbf{v}} + s_2 g^4 \mathbf{v}^2 \mu) v^\gamma \} \times (2 |\omega_{s_1 s_2}| |\mathbf{v}| \tilde{\mu} E E_{\mathbf{v}})^{-1}, \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

где $\tilde{\mu} = R(s_2)/(2E)$. После усреднения по направлениям импульса первый член в фигурных скобках исчезает.

г) Температура фазового перехода

Уравнение для определения параметра порядка ν как функции температуры имеет вид

$$1 = g^2 \frac{3}{4} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sum_{s_1 s_2} \frac{1}{\omega_{s_1 s_2} R(s_2)} \tanh\left(\frac{\omega_{s_1 s_2}}{2T}\right) \times (R(s_2) + s_1(E^2 - E_\nu^2 + 2g^4 \nu^2) + s_1 s_2 E_\nu).$$

Предел $T = 0$ получается заменой $\tanh(\omega_{s_1 s_2} / (2T)) \rightarrow 1$. С логарифмической точностью

$$g^4 \nu^2 \propto T_c^2 \propto \exp\left(-\frac{8\pi^2}{(6g^2)\mu^2 \nu_F (1 - \nu_F^2 / 3)}\right)$$

где T_c - критическая температура, при которой параметр ν обращается в нуль. В нерелятивистском пределе мы воспроизводим результат теории БКШ. В ультрарелятивистском пределе

$$T_c = \gamma \exp(-\frac{1}{3}) \Delta / \pi.$$

1.1.5 Обсуждение

Решеточные вычисления показывают, что при нулевой плотности барионного числа в области фазового перехода доминируют непертурбативные эффекты. Трудность в построении полной фазовой диаграммы КХД состоит в том, что в евклидовой формулировке действие КХД при ненулевой плотности является комплексным, в результате чего решеточная техника оказывается неприменимой.

Данная «проблема знака» успешно решается в $SU(2)$ калибровочной теории с четным числом сортов кварков, что позволяет изучать фазовую плоскость $\mu-T$ без ограничений. Решеточное моделирование барионной материи при нулевой температуре и конечном химическом потенциале показало наличие эффекта сверхпроводимости/сверхтекучести при увеличении плотности кварковой материи [55], [56]. Аналогичные выводы получены в модели Полякова-Намбу-Иона-Лазинио [57]. Плотная фаза кварковой материи, моделируемая на решетках, обычно называется «кваркониевой» фазой, чтобы подчеркнуть, что элементарные возбуждения над ферми-сферой являются бесцветными состояниями, в отличие от сверхпроводников. В кваркониевой фазе, как и в сверхпроводящей фазе, имеют место спаривание кварков, щель в энергетическом спектре и сверхпроводимость (сверхтекучесть). Коллективные свойства материи, такие как плотность энергии и давление, определяются заполнением кварками ферми-сферы.

Мы рассмотрели задачу о сверхпроводимости в КХД с одним сортом кварков, в которой куперовская пара имеет квантовые числа $(I, J^P) = (1, 1^+)$. В решеточной КХД рассматривается кварковая материя с двумя сортами кварков, где возможно спаривание в канале $(I, J^P) = (0, 0^+)$. Указанное отличие имеет алгебраический характер, описание сверхпроводимости в канале $(0, 0^+)$ с технической точки зрения значительно проще, потому что куперовская пара является полным скаляром. В случае двух сортов необходимо проверять, какой из двух каналов $(1, 1^+)$ или $(0, 0^+)$ является энергетически более выгодным.

В цветовой группе $SU(3)$ волновая функция БКШ кварковой материи содержит примесь цветных состояний. Исследование корреляций в кварковой материи основаны преимущественно на модели НИЛ и ее модификациях, которые удовлетворяют киральной симметрии, но не приводят к конфайнменту. Энергия состояний, несущих открытый цвет, в модели НИЛ хорошо определена и конечна, что является артефактом. В модели мешков МИТ граничные

условия, накладываемые на поля кварков и глюонов, приводят к конфайнменту, в результате выживают лишь бесцветные состояния. Среди этих состояний волновой функции БКШ нет. Можно, однако, выделить бесцветную компоненту волновой функции БКШ, и на нее наложить граничные условия конфайнмента.

Проблема цветовой сверхпроводимости формулируется корректно следующим образом: Следует проектировать волновую функцию БКШ на бесцветные состояния и затем применять вариационный метод. Аналогичный подход известен и давно используется в ядерной физике при описании куперовского спаривания нуклонов в ядрах [91]. Проекция осуществляется на состояния с фиксированным числом нуклонов и фиксированным изоспином [92] или на состояния с фиксированным числом протонов и нейтронов [93].

Влияние условия цветовой нейтральности на термодинамические функции идеального газа кварков и глюонов изучалось в работах [94]-[98]. Было найдено, что в пределе бесконечного объема термодинамический потенциал обесцвеченного газа совпадает с термодинамическим потенциалом цветного газа. В одной петле вычислительные трудности не преодолены. Вопрос о влиянии проекции на термодинамические свойства кварк-глюонного газа с учетом взаимодействия остается, таким образом, открытым.

Описание парных корреляций в кварковой материи сопряжено с необходимостью учета конфайнмента [8] - [14].

Бароис [9] рассмотрел 6-и кварковый бесцветный конденсат.

Проекция на состояния, нейтральные по цвету, рассмотрены в работе [13]. В рамках модели НИЛ авторы выполнили вариацию до проекции по углам БКШ (функциональная производная соответствует бесконечному числу варьируемых параметров) и вариацию по величине щели после проекции (обычная производная, один параметр). Результаты проекционной БКШ оказались близкими к результатам стандартной модели БКШ. Не ясно, как повлиял вы-

бор бесконечного числа параметров до проекции на численные результаты. В проекционной технике Пайерлса-Йокося [92], [93] вариационная задача решается обычно после проекции. В качестве приближенной схемы используется также вариация до проекции. В работе [13] представлена смешанная схема.

В настоящее время, таким образом, эффект обесцвечивания волновой функции БКШ для группы $SU(3)$ практически не изучен. Требуется обоснование или ревизия существующих схем, например, в рамках проекционной техники.

Применению проекционной теории БКШ для описания спаривания фиксированного числа частиц посвящен следующий раздел.

1.2 Некоторые точные результаты в теории сверхпроводимости конечных ферми-систем

1.2.1 Введение

Вскоре после возникновения теории сверхпроводимости [86]-[88] стало очевидно, что формализм может работать в ядрах, хотя составляющие число частиц в ядрах относительно невелико [99], [100]. Для описания спаривания использовалась, как правило, одна константа взаимодействия. Расчеты были основаны на предположении, что число частиц сохраняется в среднем. Возник серьезный вопрос, в какой степени сохранение числа частиц влияет на физические наблюдаемые свойства. В поисках ответа на этот вопрос многие авторы применяли формализм проекции числа частиц [91]. Были использованы два различных подхода. Вероятность заселения уровней определяется сначала, исходя из вариационного принципа, со стандартной волновой функцией БКШ и далее выделяется компонента этой волновой функции с заданным числом нуклонов. Данная процедура обычно называется «проекционная БКШ» (ПБКШ) и, как мы уже сказали, проекция осуществляется

после вариации. Во втором варианте вариация выполняется после проекции (СБКШ – «совершенная БКШ»).

Проекция на состояния с определенным числом частиц была впервые рассмотрена Байманом [101]. В этой работе средние значения гамильтониана, в том числе среднее поле и спаривающие члены, а также среднее значение оператора числа частиц, выражались через некоторый интеграл, который оценивался методом перевала. Условие экстремума приближенно удовлетворяет уравнению, которое аналогично уравнению числа частиц в формализме БКШ. При данных условиях уравнения Эйлера-Лагранжа, полученные с фиксированным числом частиц идентичны стандартным уравнениям БКШ. Проекционная процедура была усовершенствована в работах [102], [103]. Интегралы вычислялись методом перевала, в котором путь интегрирования выбран так, чтобы он пересекал точку экстремума в направлении наискорейшего спуска. Кроме того, были представлены двумерных рекуррентные формулы для вычисления интегралов. Подробный анализ в рамках обычной БКШ, ПБКШ (проекционной БКШ с проекцией после вариации) и СБКШ (вариация после проекции) был проведен для модельной двухуровневой системы [103].

Еще один эффект, который был рассмотрен, связан с центробежным эффектом сил Кориолиса. Силы Кориолиса приводят к уменьшению спаривания, в результате чего при некоторой критической угловой частоте спаривание исчезает - остаются лишь тривиальные решения. В работах [104], [105] было установлено, что переход к критическому значению частоты вращения приводит к исчезновению спаривания, что, однако, не подтверждается расчетами в рамках СБКШ [103]. Очевидно, что вероятности заселения уровней, предсказанные в методе СБКШ, отличаются от тех, которые получаются в рамках обычной теории БКШ, причем отклонение существенно зависит от потенциала взаимодействия.

Методы проекция числа частиц были распространены на описание ядер с фиксированным угловым моментом. Одновременная проекция числа частиц и углового момента в системах многих частиц с учетом спаривания и с учетом корреляций была рассмотрена для легких ядер в работе [106]. Большое число работ было посвящено указанным выше проблемам. Также уделялось внимание объяснению других свойств, таких как параметров щели, момента инерции, спектроскопических факторов, влияние на спаривание ядерной деформации и углового момента.

Хотя и не так широко, также исследовался эффект куперовского спаривания протона и нейтрона [107]-[112]. Следует обратить внимание, что в обобщенном БВ формализме, как общее число нуклонов, так и третья компонента изоспина (T_3) и изоспин (T) не сохраняются. Следовательно, необходимо одновременное проектирование всех трех квантовых чисел. Этот тип проекции рассматривался многими авторами как численно, так и аналитически [92], [93], [113]. Интегрируемость модели pn спаривания изучалась различными методами в работах [114], [115]. В данном контексте спаривающий гамильтониан был введен Ричардсоном и Шерманом [116]. Этот гамильтониан изучался в рамках квантового метода обратной задачи рассеяния. Было показано, что модель является интегрируемой, были построены явно сохраняющиеся коммутирующие операторы. Собственные значения этих операторов были определены с помощью Бете-анзаца и были получены собственные значения энергии системы [114]. Другой метод применяется в работе [115] для изучения модели Ричардсона, включающей нарушение изоспиновой симметрии.

Возникает впечатление, что общее математическое содержание эффекта спаривания в коррелированных системах является серьезным основанием для рассмотрения аналогичных эффектов в других физических случаях. Силы притяжения, действующие между кварками в двухцветной КХД, приво-

дят к цветовой сверхпроводимости [8], [9]. Этот феномен подтверждается моделированием в решеточных калибровочных теориях [55]. Сверхпроводимость металлических наночастиц обсуждается в работах [117]-[120].

Благодаря своей первостепенной важности имеет смысл упростить формализм, чтобы дать возможность его обобщения на другие системы, следуя успешному пути, который использовался ранее для описания спаривания нуклонов.

В этом контексте мы рассматриваем спаривание в изовекторном канале с сохраняющимся числом частиц. Мы нацелены на получение согласованных уравнений для нормировочных интегралов и матричных элементов рассматриваемых состояний. В разделе 1.2.2 изучается процедура разбиения вращения на произведение вращений, каждое из которых соответствует генератору $SU(2)$ в циклическом базисе. Поводом для этого исследования является тот факт, что волновая функция БКШ получается действием такого оператора на незаполненную оболочку, как показано в разделе 1.2.3. Волновая функция с фиксированным числом частиц описана в разделе 1.2.4. Результаты анализа средних значений различных наблюдаемых с учетом взаимодействия приведены в разделе 1.2.5. Результаты расчетов для спаривающего гамильтониана для ограниченного набора оболочек приведены в разделе 1.2.6. Окончательные выводы суммируются в разделе 1.2.7.

1.2.2 Факторизация оператора вращений в циклическом базисе

В теории сверхпроводимости билинейные формы операторов рождения и уничтожения pn удовлетворяют коммутационным соотношениям генераторов вращения. По этой причине, мы сначала получим некоторые весьма полезные для вычислений алгебраические соотношения для операторов вращения.

В квантовой механике, вращение волновой функции задается вещественным углом θ и вещественным единичным вектором \mathbf{n}

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \exp(-i\theta\mathbf{n}\mathbf{J})\Psi, \quad (1.2.1)$$

генераторы вращения, приведены в декартовых координатах. Мы интересуемся различными эквивалентными представлениями оператора вращений. Конкретно, мы хотели бы установить связь между параметрами вращения θ, \mathbf{n} формулы (1.2.1) и параметрами α_μ и β_μ ($\mu = \pm, 0$), которые определяют две факторизованные формы одного и того же оператора вращения:

$$\begin{aligned} \exp(-i\theta\mathbf{n}\mathbf{J}) \equiv U &= \exp(i\theta n_- J_+ - i\theta n_0 J_0 + i\theta n_+ J_-) \\ &= \exp(i\alpha_- J_+) \exp(-i\alpha_0 J_0) \exp(i\alpha_+ J_-) \\ &= \exp(i\beta_+ J_-) \exp(-i\beta_0 J_0) \exp(i\beta_- J_+). \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

Индексы относятся к компонентам координат в циклическом базисе:

$$\mathbf{n}\mathbf{J} = -n_- J_+ + n_0 J_0 - n_+ J_-,$$

где

$$J_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(J_1 \pm iJ_2), \quad J_0 = J^3. \quad (1.2.3)$$

В настоящем разделе обозначения согласуются с обозначениями [121]. Сферические компоненты единичного вектора равны

$$\begin{aligned} n_\pm &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\Theta) \exp(\pm i\Phi), \\ n_0 &= \cos(\Theta), \end{aligned}$$

где Θ и Φ - полярный и азимутальный углы. Условие единичной длины вектора, в циклическом базисе, выглядит следующим образом

$$-2n_- n_+ + n_0^2 = 1.$$

Разложение (1.2.2) является аналогом разложения Эйлера оператора вращения в произведение трех вращений. Разница заключается в том, что в уравнении (1.2.2) участвуют все три генератора, и только один из них эрми-

тов. Разложение (1.2.2) является также частным случаем разложения Бейкера-Кэмбелла-Хаусдорфа. Для $n_0 = 0$ явный вид α_μ и β_μ приводится в работах [122], [123].

Соотношение между параметрами вращения может быть найдено взятием производной в левой и правой стороне одной из строк (1.2.2) с помощью соотношений коммутации генераторов. Дифференцирование по θ дает

$$\begin{aligned} (in_- J_+ - in_0 J_0 + in_+ J_-) \exp(-i\theta \mathbf{nJ}) = & i\alpha'_- J_+ \exp(i\alpha_- J_+) \exp(-i\alpha_0 J_0) \exp(i\alpha_+ J_-) \\ & - i\alpha'_0 \exp(i\alpha_- J_+) J_0 \exp(-i\alpha_0 J_0) \exp(i\alpha_+ J_-) \\ & + i\alpha'_+ \exp(i\alpha_- J_+) \exp(-i\alpha_0 J_0) J_- \exp(i\alpha_+ J_-). \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

Здесь символ "''" обозначает производную по θ . Используя коммутационные соотношения для компонент углового момента,

$$\begin{aligned} [J_+, J_-] &= -J_0, \\ [J_\pm, J_0] &= \mp J_\pm, \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

находим

$$\begin{aligned} \exp(i\alpha_- J_+) J_0 \exp(-i\alpha_- J_+) &= J_0 - i\alpha_- J_+, \\ \exp(-i\alpha_0 J_0) J_- \exp(i\alpha_0 J_0) &= J_- \exp(i\alpha_0), \\ \exp(i\alpha_- J_+) J_- \exp(-i\alpha_- J_+) &= J_- - i\alpha_- J_0 - \frac{\alpha_-^2}{2} J_+. \end{aligned}$$

При выводе этих соотношений мы использовали уравнение

$$e^A B e^{-A} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \underbrace{[A, [A, \dots [A, B] \dots]]}_k,$$

которое справедливо для любых операторов A и B . Таким образом, мы приходим к уравнению

$$in_- J_+ - in_0 J_0 + in_+ J_- = i\alpha'_- J_+ - i\alpha'_0 (J_0 - i\alpha_- J_+) + i\alpha'_+ \exp(i\alpha_0) (J_- - i\alpha_- J_0 - \frac{\alpha_-^2}{2} J_+).$$

Оно разделяется на три уравнения

$$\begin{aligned}
n_- &= \alpha'_- + i\alpha'_0\alpha_- - \alpha'_+ \exp(i\alpha_0) \frac{\alpha_-^2}{2}, \\
n_0 &= \alpha'_0 + i\alpha'_+ \exp(i\alpha_0)\alpha_-, \\
n_+ &= \alpha'_+ \exp(i\alpha_0),
\end{aligned}
\tag{1.2.6}$$

которые могут быть преобразованы к эквивалентной форме:

$$\begin{aligned}
n_- &= \alpha'_- + in_0\alpha_- + \frac{n_+\alpha_-^2}{2}, \\
n_0 &= \alpha'_0 + in_+\alpha_-, \\
n_+ &= \alpha'_+ \exp(i\alpha_0).
\end{aligned}$$

Используя граничные условия

$$\alpha_-(0) = \alpha_0(0) = \alpha_+(0) = 0,$$

получаем

$$\begin{aligned}
\alpha_{\pm}(\theta) &= \frac{n_{\pm} 2 \tan(\theta/2)}{1 + in_0 \tan(\theta/2)}, \\
\alpha_0(\theta) &= -2i \ln(\cos(\theta/2) + in_0 \sin(\theta/2)).
\end{aligned}
\tag{1.2.7}$$

Вид функций $\alpha_{\mu}(\theta)$ зависит только от коммутационных соотношений и, следовательно, результат должен быть один и тот же для различных представлений. Воспользуемся этим замечанием. Рассмотрим фундаментальное представление, и заменим операторы вращения матрицами Паули поделенными на 2. Далее, разложим левую и правую части выражения (1.2.2) по параметрам θ и α_{μ} . Разложение по α_{\pm} обрывается на линейных по α_{\pm} членах из-за уравнения $J_{\pm}^2 = 0$ для спина 1/2. Таким образом, получается система линейных алгебраических уравнений, решения которых, как не трудно проверить, даются уравнениями (1.2.7). Приведенный алгебраический метод полностью эквивалентен решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1.2.6).

Мы предполагали до сих пор, что угол вращения θ и единичный вектор \mathbf{n} - вещественные величины. В приведенных выше рассуждениях условия вещественности, однако, не используется. Уравнения (1.2.7) поэтому могут быть аналитически продолжены на комплексные значения параметров, вектор \mathbf{n} также может быть комплексным, при условии, что его длина равна единице:

$$\mathbf{n}^2 = -2n_+n_- + n_0^2 = 1.$$

Очевидно, это условие не ограничивает класс допустимых преобразований. Любой оператор, который может быть записан в виде экспоненты линейной комбинации генераторов вращения с комплексными коэффициентами, может быть представлен комплексным параметром θ и единичным комплексным вектором \mathbf{n} .

При вычислении матричных элементов полезно и другое представление для оператора поворота, в котором экспоненты появляются в обратном порядке в сравнении с тем, который показан во второй строке формулы (1.2.2). Обратный порядок приведен в третьей строке. Таким образом, мы ищем параметры вращения β_μ как функции α_μ .

При выводе уравнений (1.2.7) использовались только коммутационные соотношения для генераторов вращений. Явный вид $\beta_\mu(\theta)$ можно получить, пользуясь тем, что при замене $(J_+, J_-, J_0) \rightarrow (J_-, J_+, -J_0)$ коммутационные соотношения остаются неизменными. Отсюда сразу находим

$$\beta_\pm(\theta) = \frac{n_\pm 2 \tan(\theta / 2)}{1 - in_0 \tan(\theta / 2)}, \quad (1.2.8)$$

$$\beta_0(\theta) = 2i \ln(\cos(\theta / 2) - in_0 \sin(\theta / 2)).$$

Если нам удастся выразить β_μ через α_μ , то мы можем изменить порядок экспонент с разными операторами. Эти отношения, однако, совершенно элементарны:

$$\begin{aligned}\beta_{\pm} &= -\alpha_{\mp}^*, \\ \beta_0 &= \alpha_0^*.\end{aligned}$$

Эти уравнения являются необходимыми и достаточными для того, чтобы оператор являлся унитарным. Поэтому они справедливы для вещественных вращений. Эти уравнения не могут быть аналитически продолжены на комплексные значения параметров, поскольку они связаны с операцией комплексного сопряжения. В случае комплексных поворотов следует вернуться к уравнениям (1.2.7). Мы выражаем комплексные параметры θ и \mathbf{n} через α_{μ} и подставляем эти выражения в формулы (1.2.8). Простые вычисления дают

$$\begin{aligned}\beta_{\pm} &= \frac{\alpha_{\pm} \exp(i\alpha_0)}{1 + \frac{1}{2} \alpha_+ \alpha_- \exp(i\alpha_0)}, \\ \beta_0 &= \alpha_0 + 2i \ln\left(1 + \frac{1}{2} \alpha_+ \alpha_- \exp(i\alpha_0)\right).\end{aligned}\tag{1.2.9}$$

Эти формулы устанавливают связь между комплексными параметрами β_{μ} и α_{μ} . Обратное соотношение имеет вид

$$\begin{aligned}\alpha_{\pm} &= \frac{\beta_{\pm} \exp(-i\beta_0)}{1 + \frac{1}{2} \beta_+ \beta_- \exp(-i\beta_0)}, \\ \alpha_0 &= \beta_0 - 2i \ln\left(1 + \frac{1}{2} \beta_+ \beta_- \exp(-i\beta_0)\right).\end{aligned}\tag{1.2.10}$$

Условия, при которых задача факторизации может быть сведена к решению системы дифференциальных уравнений, обсуждаются в работе [124].

В заключение приведем соотношения, описывающие обратное преобразование оператора вращений:

$$\begin{aligned}
\cos(\theta/2) &= \cos(\alpha_0/2) + \frac{1}{4}\alpha_+\alpha_-\exp(i\alpha_0/2) \\
&= \cos(\beta_0/2) + \frac{1}{4}\beta_+\beta_-\exp(-i\beta_0/2), \\
n_{\pm}\sin(\theta/2) &= \frac{1}{2}\alpha_{\pm}\exp(i\alpha_0/2) \\
&= \frac{1}{2}\beta_{\pm}\exp(-i\beta_0/2), \\
n_0\sin(\theta/2) &= \sin(\alpha_0/2) + \frac{i}{4}\alpha_+\alpha_-\exp(i\alpha_0/2) \\
&= \sin(\beta_0/2) + \frac{i}{4}\beta_+\beta_-\exp(-i\beta_0/2).
\end{aligned} \tag{1.2.11}$$

1.2.3 БКШ состояние с pn спариванием

Волновую функцию БКШ можно записать в виде унитарного преобразования над вакуумом, то есть над пустыми оболочками ядра. Такое представление упрощает расчеты и придает физический смысл алгебраическим преобразованиям. По аналогии с формулой (1.2.1) можно записать

$$|BCS\rangle = e^{-iF}|0\rangle, \tag{1.2.12}$$

где

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha} \left(z_{\alpha} \sum_m c_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha \tilde{m}}^{\dagger} + z_{\alpha}^* \sum_m d_{\alpha \tilde{m}} c_{\alpha m} \right) \tag{1.2.13}$$

- некоторый эрмитовый оператор, $|0\rangle$ - состояние невозмущенного вакуума.

Здесь $c_{\alpha m}^{\dagger}$ и $d_{\alpha m}^{\dagger}$ - операторы рождения протона и нейтрона, индекс нумерует оболочки. Например, в сферической модели оболочек мы имеем набор квантовых чисел (njl) , где n - радиальное квантовое число, j - полный угловой момент, l - орбитальный угловой момент; \tilde{m} обозначает состояние, обращенное по времени $d_{\alpha \tilde{m}}^{\dagger} = (-)^{j-m} d_{\alpha, -m}^{\dagger}$.

С помощью преобразования $\exp(-iF)$ определим операторы рождения квазичастиц:

$$\begin{aligned} e^{-iF} c_{\alpha m}^\dagger e^{iF} &= c_{\alpha m}^\dagger, \\ e^{-iF} d_{\alpha m}^\dagger e^{iF} &= d_{\alpha m}^\dagger. \end{aligned} \quad (1.2.14)$$

В эквивалентном виде преобразование выглядит как

$$\begin{aligned} c_{\alpha m}^\dagger &= \cos\left(\frac{|z_\alpha|}{\sqrt{2}}\right) c_{\alpha m}^\dagger - i \frac{z_\alpha^*}{|z_\alpha|} \sin\left(\frac{|z_\alpha|}{\sqrt{2}}\right) d_{\alpha \tilde{m}}, \\ d_{\alpha m}^\dagger &= \cos\left(\frac{|z_\alpha|}{\sqrt{2}}\right) d_{\alpha m}^\dagger - i \frac{z_\alpha^*}{|z_\alpha|} \sin\left(\frac{|z_\alpha|}{\sqrt{2}}\right) c_{\alpha \tilde{m}}. \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

Здесь возникают, таким образом, преобразование Боголюбова-Валатина (БВ):

$$\begin{aligned} c_{\alpha m}^\dagger &= U_\alpha^p c_{\alpha m}^\dagger - V_\alpha^p d_{\alpha \tilde{m}}, \\ d_{\alpha m}^\dagger &= U_\alpha^n d_{\alpha m}^\dagger - V_\alpha^n c_{\alpha \tilde{m}}. \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

Используя полярное представление комплексной переменной z ,

$$z_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho_\alpha e^{-i\psi_\alpha}, \quad (1.2.17)$$

амплитуды заселенности и незаселенности уровней, V и U соответственно, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} U_\alpha^\tau &= \cos\left(\frac{\rho_\alpha}{2}\right), \\ V_\alpha^\tau &= e^{i(\psi_\alpha + \frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\rho_\alpha}{2}\right), \quad \tau = p, n, \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

Величину z_α можно интерпретировать, как циклическую компоненту $\mu = -1$ некоторого трехмерного вектора. Из уравнений (1.2.18) следует, что коэффициенты БВ преобразования удовлетворяют условиям нормировки:

$$U_\alpha^2 + |V_\alpha|^2 = 1,$$

следовательно, операторы квазичастиц подчиняются антикоммутиационным соотношениям для фермионов. В дальнейшем мы будем опускать изоспино-

вый индекс коэффициентов. Действуя оператором $\exp(-iF)$ на уравнения $c_{\alpha m}|0\rangle = d_{\alpha m}|0\rangle = 0$, получаем уравнения $c_{\alpha m}|BCS\rangle = d_{\alpha m}|BCS\rangle = 0$, которые выражают тот факт, что волновая функция БКШ является вакуумным состоянием для квазичастиц.

С помощью операторов рождения протонов и нейтронов можно определить билинейные операторы

$$\begin{aligned} J_{\alpha+} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_{\alpha m}^\dagger d_{\alpha \bar{m}}^\dagger, \\ J_{\alpha-} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_{\alpha m} d_{\alpha \bar{m}}, \\ J_{\alpha 0} &= \frac{1}{2} \sum_m (c_{\alpha m}^\dagger c_{\alpha m} - d_{\alpha m} d_{\alpha m}^\dagger), \end{aligned} \quad (1.2.19)$$

которые удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры $SU(2)$ (ср. с уравнениями (1.2.5)):

$$\begin{aligned} [J_{\alpha+}, J_{\beta-}] &= -\delta_{\alpha\beta} J_{\alpha 0}, \\ [J_{\alpha\pm}, J_{\beta 0}] &= \mp \delta_{\alpha\beta} J_{\alpha\pm}, \end{aligned} \quad (1.2.20)$$

Эти операторы называются операторами квазиспина.

Отметим некоторые полезные свойства введенных операторов: $J_{\alpha\pm}^\dagger = -J_{\alpha\mp}$, $J_{\alpha 0}$ является эрмитовым оператором. В связи с принципом Паули $J_{\alpha+}$ и $J_{\alpha-}$ являются нильпотентными:

$$(J_{\alpha-})^{2j_{\alpha+2}} = (J_{\alpha+})^{2j_{\alpha+2}} = 0. \quad (1.2.21)$$

Действуя $J_{\alpha-}$ и $J_{\alpha 0}$ на вакуумное состояние, получаем

$$\begin{aligned} J_{\alpha-}|0\rangle &= 0, \\ J_{\alpha 0}|0\rangle &= -(j_{\alpha} + \frac{1}{2})|0\rangle. \end{aligned} \quad (1.2.22)$$

При фиксированном индексе α собственные состояния протон-нейтронного гамильтониана спаривания выражаются через неприводимые представления группы $SU(2)$. Эти состояния $|J_\alpha, J_{\alpha 0}\rangle$ являются собственными состояниями операторов J_α^2 и $J_{\alpha 0}$. Интерпретация операторов квазиспина выводится из следующих равенств:

$$\begin{aligned}
 J_{\alpha-} |J_\alpha, -J_\alpha\rangle &= 0, \\
 J_{\alpha 0} |J_\alpha, J_{\alpha 0}\rangle &= J_{\alpha 0} |J_\alpha, J_{\alpha 0}\rangle \\
 &= \left(\frac{N}{2} - \frac{1}{2}(2j_\alpha + 1) \right) |J_\alpha, J_{\alpha 0}\rangle, \\
 J_{\alpha 0} &= \frac{N}{2} - \frac{1}{2}(2j_\alpha + 1).
 \end{aligned} \tag{1.2.23}$$

Так как значения N находятся в диапазоне от 0 до $2(2j_\alpha + 1)$, минимальное и максимальное значения $J_{\alpha 0}$ равны $-(2j_\alpha + 1)/2$ и $(2j_\alpha + 1)/2$, соответственно. Следовательно, квазиспин равен

$$J_\alpha = \frac{1}{2}(2j_\alpha + 1). \tag{1.2.24}$$

Состояние с минимальной проекцией квазиспина на ось z является вакуумом для понижающего оператора квазиспина. Кроме того, компонента квазиспина $J_{\alpha 0}$ связана с общим числом частиц, распределенных по оболочке.

Преобразование $\exp(-iF)$ является особенно полезным для расчета матричных элементов операторов. В качестве примера найдем матричный элемент единичного оператора между состояниями $\exp(i\beta_{\alpha-} J_{\alpha+})|0\rangle$ и $\langle 0|\exp(i\beta_{\alpha+} J_{\alpha-})$. С помощью уравнений (1.2.10) получаем

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \exp(i\beta_{\alpha+} J_{\alpha-}) \exp(i\beta_{\alpha-} J_{\alpha+}) | 0 \rangle &= \\
&= \langle 0 | \exp(i\alpha_{\alpha-} J_{\alpha+}) \exp(-i\alpha_{\alpha 0} J_{\alpha 0}) \exp(i\alpha_{\alpha+} J_{\alpha-}) | 0 \rangle \\
&= \langle 0 | \exp(-i\alpha_{\alpha 0} J_{\alpha 0}) | 0 \rangle = \langle 0 | \exp(i\alpha_{\alpha 0} (j_{\alpha} + \frac{1}{2})) | 0 \rangle \\
&= \left(1 + \frac{1}{2} \beta_{\alpha+} \beta_{\alpha-} \right)^{2j_{\alpha}+1}.
\end{aligned} \tag{1.2.25}$$

В приведенном выше случае, параметр $\beta_{\alpha 0}$ равен нулю.

При унитарном преобразовании генераторы вращений принимают вид

$$e^{-iF} J_{\alpha\mu} e^{iF} = \tilde{J}_{\alpha\mu}, \tag{1.2.26}$$

где $\mu = \pm, 0$ и

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_{\alpha+} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha\tilde{m}}^{\dagger}, \\
\tilde{J}_{\alpha-} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_{\alpha m} d_{\alpha\tilde{m}}, \\
\tilde{J}_{\alpha 0} &= \frac{1}{2} \sum_m (c_{\alpha m}^{\dagger} c_{\alpha m} - d_{\alpha m} d_{\alpha\tilde{m}}^{\dagger}),
\end{aligned} \tag{1.2.27}$$

Под действием унитарного БВ преобразования, оператор F переходит сам в себя

$$\begin{aligned}
\tilde{F} &\equiv e^{-iF} F e^{iF} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha} \left(z_{\alpha} \sum_m c_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha\tilde{m}}^{\dagger} + z_{\alpha}^* \sum_m d_{\alpha\tilde{m}} c_{\alpha m} \right) \\
&= F.
\end{aligned} \tag{1.2.28}$$

Обратные соотношения принимают вид

$$\begin{aligned}
c_{\alpha m}^{\dagger} &= e^{i\tilde{F}} c_{\alpha m}^{\dagger} e^{-i\tilde{F}}, \\
d_{\alpha m}^{\dagger} &= e^{i\tilde{F}} d_{\alpha m}^{\dagger} e^{-i\tilde{F}},
\end{aligned} \tag{1.2.29}$$

или, в явной форме,

$$\begin{aligned}
c_{\alpha m}^{\dagger} &= U_{\alpha} c_{\alpha m}^{\dagger} + V_{\alpha} d_{\alpha\tilde{m}}, \\
d_{\alpha m}^{\dagger} &= U_{\alpha} d_{\alpha m}^{\dagger} + V_{\alpha} c_{\alpha\tilde{m}}.
\end{aligned} \tag{1.2.30}$$

1.2.4 Проекция на состояния с определенным числом частиц

Проекционный оператор на состояние с определенным числом частиц определяется следующим образом

$$P_N = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i(\hat{N}-N)\varphi}. \quad (1.2.31)$$

Этот оператор удовлетворяет условию

$$P_N P_N = P_N. \quad (1.2.32)$$

Оператор числа частиц может быть выражен в терминах операторов $J_{\alpha 0}$ следующим образом:

$$\hat{N} = \sum_{\alpha} \hat{N}_{\alpha}, \quad (1.2.33)$$

где

$$\hat{N}_{\alpha} = 2J_{\alpha 0} + 2j_{\alpha} + 1. \quad (1.2.34)$$

Оператор P_N , действуя на волновую функцию БКШ, порождает состояние с определенным числом частиц

$$\begin{aligned} |BCS, N\rangle &\equiv C_N P_N |BCS\rangle \\ &= C_N \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i(\hat{N}-N)\varphi} e^{-iF} |0\rangle \\ &= C_N \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-iN\varphi} e^{-iF(\varphi)} |0\rangle, \end{aligned} \quad (1.2.35)$$

где

$$F(\varphi) = -\sum_{\alpha} \left(z_{\alpha} e^{2i\varphi} J_{\alpha+} - z_{\alpha}^* e^{-2i\varphi} J_{\alpha-} \right) \quad (1.2.36)$$

и $F = F(0)$.

Используя представление (1.2.17), оператор $F(\varphi)$ может быть записан в виде суммы скалярного произведения векторов $\rho_\alpha \mathbf{n}_\alpha$ и квазиспиновых операторов:

$$F(\varphi) = -\sum_{\alpha} \rho_{\alpha} (n_{\alpha-} J_{\alpha+} + n_{\alpha+} J_{\alpha-}). \quad (1.2.37)$$

Здесь \mathbf{n}_α - единичные векторы, заданные в циклическом базисе:

$$n_{\alpha\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(\pm i(\psi_{\alpha} - 2\varphi)), \quad (1.2.38)$$

$$n_{\alpha 0} = 0.$$

Используя уравнение (1.2.2), получаем

$$\begin{aligned} \exp(-iF(\varphi)) &= \exp(i \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} (n_{\alpha-} J_{\alpha+} + n_{\alpha+} J_{\alpha-})) \\ &= \exp(i \sum_{\alpha} \alpha_{\alpha-} J_{\alpha+}) \exp(-i \sum_{\alpha} \alpha_{\alpha 0} J_{\alpha 0}) \exp(i \sum_{\alpha} \alpha_{\alpha+} J_{\alpha-}), \end{aligned} \quad (1.2.39)$$

где, согласно формулам (1.2.7),

$$\begin{aligned} \alpha_{\alpha\pm} &= n_{\alpha\pm} 2 \tan(\rho_{\alpha} / 2), \\ \alpha_{\alpha 0} &= -2i \ln(\cos(\rho_{\alpha} / 2)). \end{aligned} \quad (1.2.40)$$

Действуя оператором $\exp(-iF(\varphi))$ на вакуумное состояние, получаем

$$\exp(-iF(\varphi)) |0\rangle = \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2))^{j_{\alpha}+1/2} \exp(i \sum_{\beta} n_{\beta-} 2 \tan(\rho_{\beta} / 2) J_{\beta+}) |0\rangle. \quad (1.2.41)$$

Теперь мы в состоянии найти искомое состояние с фиксированным числом нуклонов

$$\begin{aligned} |BCS, N\rangle &= C_N \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \exp(-iN\varphi) \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2))^{j_{\alpha}+1/2} \exp(i \sum_{\alpha} \exp(i(-\psi_{\alpha} + 2\varphi)) \sqrt{2} \tan(\rho_{\alpha} / 2) J_{\alpha+}) |0\rangle \\ &= C_N \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2))^{j_{\alpha}+1/2} \int_C \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{1}{\zeta^{N+1}} \exp(i\zeta^2 \sum_{\alpha} \exp(-i\psi_{\alpha}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\alpha} / 2) J_{\alpha+}) |0\rangle \\ &= C_N \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2))^{j_{\alpha}+1/2} \frac{1}{(N/2)!} \left(i \sum_{\alpha} \exp(-i\psi_{\alpha}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\alpha} / 2) J_{\alpha+} \right)^{N/2} |0\rangle. \end{aligned} \quad (1.2.42)$$

Контур c огибает точку $\zeta = 0$, интегрирование осуществляется в направлении увеличения фазы.

Задача нахождения нормировки сводится к вычислению перекрытия исходного и спроектированного состояний:

$$\begin{aligned}
\langle BCS, N | BCS, N \rangle &= C_N \langle BCS | BCS, N \rangle = C_N^2 \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2))^{2j_{\alpha}+1} \int_c \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{1}{\zeta^{N+1}} \\
&\times \langle 0 | \exp(i \sum_{\alpha} \exp(i\psi_{\alpha}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\alpha} / 2) J_{\alpha-}) \exp(i\zeta^2 \sum_{\alpha} \exp(-i\psi_{\alpha}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\alpha} / 2) J_{\alpha+}) | 0 \rangle \\
&= C_N^2 \int_c \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{1}{\zeta^{N+1}} \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2) + \zeta^2 \sin^2(\rho_{\alpha} / 2))^{2j_{\alpha}+1}.
\end{aligned} \tag{1.2.43}$$

Из приведенного выше уравнения получаем

$$C_N^{-2} = \int_c \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{1}{\zeta^{N+1}} \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha} / 2) + \zeta^2 \sin^2(\rho_{\alpha} / 2))^{2j_{\alpha}+1}. \tag{1.2.44}$$

При выводе (1.2.43), мы использовали уравнения (1.2.2), которые позволяют изменить порядок операторных множителей. Кроме того, мы вычисляем среднее значение произведения экспонент операторов, действующих на отдельные оболочки. Если две рассматриваемые оболочки различны, экспоненты коммутируют друг с другом, и их среднее значение по вакууму равно единице. Среднее значение, отличное от единицы, возникает только в том случае, когда две оболочки совпадают. Среднее значение распадается тем самым в произведение средних значений, вычисленных на отдельных оболочках.

Дальнейшее упрощение может быть достигнуто с использованием биномиальной формулы с последующей оценкой подынтегрального выражения стягиванием контура интегрирования в точку. В результате разложения возникает сумма большого числа членов, при этом оценка вычета подынтегрального выражения становится комбинаторной задачей, которая не являет-

ся привлекательной с вычислительной точки зрения, поскольку число слагаемых в сумме растёт экспоненциально.

С вычислительной точки зрения сведение задачи к рекурсии намного проще. Рассмотрим функцию

$$Q(N) = C_N^{-2}. \quad (1.2.45)$$

Интегрируя по частям, находим

$$Q(N) = \sum_{\beta} \int_C \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{\mathcal{G}_{\beta}(\zeta)}{\zeta^{N+1}}, \quad (1.2.46)$$

где

$$\mathcal{G}_{\beta}(\zeta) = \frac{\Omega_{\beta}}{N} \frac{\zeta^2 \sin^2(\rho_{\beta}/2)}{\cos^2(\rho_{\beta}/2) + \zeta^2 \sin^2(\rho_{\beta}/2)} \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha}/2) + \zeta^2 \sin^2(\rho_{\alpha}/2))^{2j_{\alpha}+1} \quad (1.2.47)$$

и $\Omega_{\beta} = 2(2j_{\beta} + 1)$. Разложим далее множитель перед знаком произведения по степеням ζ^2 . Каждый член полученного ряда определяет функцию $Q(N')$ при некотором значении $N' < N$. Функция $Q(N)$, таким образом, выражается в виде суммы, включающей $Q(N')$ для меньшего числа частиц. Остается только зафиксировать краевые условия. Из определения легко найти

$$Q(0) = \prod_{\alpha} (\cos^2(\rho_{\alpha}/2))^{2j_{\alpha}+1}. \quad (1.2.48)$$

Следует обратить внимание, что для отрицательных целых значений N , функция равна нулю как следствие теоремы Коши. Кроме того $Q(N) = 0$ для $N = 1 \pmod{2}$. Таким образом, получается рекурсия

$$Q(N) = \sum_{\beta} Q^{\beta}(N), \quad (1.2.49)$$

$$Q^{\beta}(N) = \frac{\Omega_{\beta}}{N} \sum_{n=1}^{N/2} (-)^{n+1} \tan^{2n}(\rho_{\beta}/2) Q(N - 2n).$$

Число операций для определения $Q(N)$ растет с ростом N лишь квадратично. С точки зрения численных расчетов оценки осциллирующих контур-

ных интегралов связаны со значительными трудностями. Мы обошли эту трудность, сведя задачу к вычислению рекуррентных соотношений. БКШ углы, а также количество оболочек, в процессе итерации остаются неизменными.

Произведение множителей в формуле (1.2.47) может быть разложено в степенной ряд $1/\zeta$. В этом случае мы получим рекурсию для вычисления функции $Q(N)$, начиная с максимального числа частиц. Рекурсия этой формы является более удобной для расчета при значениях N , близких к максимальному значению

$$\Omega = \sum_{\beta} \Omega_{\beta}. \quad (1.2.50)$$

Используя разложение $1/\zeta$, получаем в качестве первой строки уравнения (1.2.49)

$$Q^{\beta}(N) = \frac{\Omega_{\beta}}{\Omega - N} \sum_{n=1}^{(\Omega-N)/2} (-)^{n+1} \cot^{2n}(\rho_{\beta}/2) Q(N + 2n). \quad (1.2.51)$$

Это выражение следует дополнить граничным условием

$$Q(\Omega) = \prod_{\alpha} (\sin^2(\rho_{\alpha}/2))^{2j_{\alpha}+1}. \quad (1.2.52)$$

Для $N > \Omega$ функция $Q(N)$ тождественно равна нулю.

Единственная особенность подынтегрального выражения (1.2.46) находится при $\zeta = 0$, эта особенность - полюс. По этой причине мы можем деформировать контур интегрирования C , сжимая его около нуля или перемещая его на бесконечность. В первом случае имеет смысл разложение по ζ , во втором - разложение по степеням $1/\zeta$. Очевидно, что результаты второй строки (1.2.49) и уравнения (1.2.51) совпадают. Также отметим, что для $N = 0$ функции $Q^{\beta}(N)$, заданные формулой (1.2.49), не определены. В этом

случае следует использовать $1/\zeta$ -разложение по формуле (1.2.51). Для расчета $Q^\beta(\Omega)$ подходит выражение (1.2.49).

$Q(N)$ имеет смысл вероятности найти состояние с числом частиц N в волновой функции БКШ. Из интегрального представления следует соотношение, которое вполне укладывается в вероятностную интерпретацию:

$$\sum_{N=0}^{\Omega} Q(N) = 1. \quad (1.2.53)$$

Средние значения фермионных операторов могут быть выражены в терминах функции $Q(N)$. В следующем разделе это показано на нескольких примерах.

1.2.5 Матричные элементы

Спроектированное состояние используется в качестве пробной функции вариационной задачи для спаривающего pn гамильтониана. Найдем среднее значение многочастичного гамильтониана с потенциалом взаимодействия, имеющим следующую структуру:

$$\hat{H} = \sum_{\alpha} (\varepsilon_{\alpha} - \lambda) N_{\alpha} + \sum_{\alpha\beta} \mathcal{V}_{\alpha\beta} J_{\alpha+} J_{\beta-}. \quad (1.2.54)$$

В стандартном формализме БКШ вводится энергия Ферми (химический потенциал), которая определяется в результате решения уравнений БКШ. Параметр λ входит в уравнение для определения энергетической щели. Ситуация, когда $\mathcal{V}_{\alpha\beta} = -2G$, может быть использована для моделирования перехода системы pn из нормального состояния в сверхпроводящую фазу. Такая форма гамильтониана не инвариантна относительно поворотов в пространстве изоспина, однако, взаимодействие сохраняет третью компоненту изоспина. Взаимодействие включает в себя члены с изоспином 0, 1 и 2. Собственные состояния, как ожидается, являются смесью разных изоспиновых

компонент. Чтобы иметь инвариантный по изоспину гамильтониан, мы должны учитывать также pp и nn взаимодействие. Благодаря указанным ограничениям мы рассматриваем (1.2.54) в качестве примера, который позволяет проиллюстрировать основные особенности формализма.

а) Среднее поле

Энергия среднего поля определяется оператором числа частиц для каждой оболочки

$$\langle N_\alpha \rangle = \langle BCS, N | N_\alpha | BCS, N \rangle. \quad (1.2.55)$$

При перестановке порядка входящих в это выражение операторов, как описано в предыдущем разделе, это среднее превращается в выражение

$$\langle N_\alpha \rangle = Q^{-1}(N) \int_C \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{\mathcal{P}_\alpha(\zeta)}{\zeta^{N+1}}, \quad (1.2.56)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\alpha(\zeta) = & 2i \prod_\gamma (\cos^2(\rho_\gamma / 2))^{2j_\gamma + 1} \\ & \times \frac{d}{dx} \langle 0 | \exp(i \sum_\gamma \exp(i\psi_\gamma) \sqrt{2} \tan(\rho_\gamma / 2) J_{\gamma-}) \\ & \times \exp(-ix(J_{\alpha 0} + j_\alpha + 1/2)) \\ & \times \exp(i\zeta^2 \sum_\gamma \exp(-i\psi_\gamma) \sqrt{2} \tan(\rho_\gamma / 2) J_{\gamma+}) | 0 \rangle \Big|_{x=0}. \end{aligned} \quad (1.2.57)$$

Производная по x берется в точке $x = 0$. Пользуясь формулами предыдущего раздела, это выражение можно упростить:

$$\mathcal{P}_\alpha(\zeta) = N \mathcal{G}_\alpha(\zeta). \quad (1.2.58)$$

Функция $\mathcal{G}_\alpha(\zeta)$ входит в определение $Q(N)$. Объединяя уравнения (1.2.56) и (1.2.58), получаем

$$\langle N_\alpha \rangle = NQ^\alpha(N)Q^{-1}(N). \quad (1.2.59)$$

Сумма по индексу α приводит к тождеству $N = N$. С помощью (1.2.34) можно найти среднее оператора $J_{\alpha 0}$.

б) Энергетическая щель

В рамках теории БКШ выражение для энергетической щели получается в результате усреднения оператора $\sqrt{2}\sum_\alpha J_{\alpha+}$ по неспроектированным состояниям БКШ. В обобщенном формализме БКШ вычисляются матричные элементы указанного оператора между состояниями с $N + 2$ и N частицами. Рассмотрим эти матричные элементы:

$$\langle J_{\alpha+} \rangle = \langle BCS, N + 2 | J_{\alpha+} | BCS, N \rangle = C_{N+2} \langle BCS | J_{\alpha+} | BCS, N \rangle. \quad (1.2.60)$$

Параметры волновых функций БКШ начального и конечного состояний могут отличаться ($\rho_\alpha \neq \rho'_\alpha, \psi_\alpha \neq \psi'_\alpha$). Этот общий случай рассмотрен в Приложении А работы [58]. Используя методы предыдущего раздела, мы получаем соответствующие результаты для диагональных матричных элементов:

$$\begin{aligned} \langle J_{\alpha+} \rangle &= -iQ^{-1/2}(N+2)Q^{-1/2}(N)\frac{1}{2\sqrt{2}}(N+2) \\ &\times \exp(i\psi_\alpha)\cot(\rho_\alpha/2)Q^\alpha(N+2). \end{aligned} \quad (1.2.61)$$

Кроме того, эти матричные элементы можно выразить в виде многочлена по $\tan(\rho/2)$, используя разложение подынтегрального выражения по ζ , как обсуждалось ранее. В результате получаем

$$\begin{aligned} \langle J_{\alpha+} \rangle &= iQ^{-1/2}(N+2)Q^{-1/2}(N)(2j_\alpha+1)\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &\times \exp(-i\psi_\alpha)\sum_{n=0}^N(-)^n \tan^{2n+1}(\rho_\alpha/2)Q(N-2n). \end{aligned} \quad (1.2.62)$$

Матричный элемент $J_{\alpha-}$ можно найти с помощью комплексного сопряжения

$$\langle J_{\alpha-} \rangle = \langle BCS, N | J_{\alpha-} | BCS, N+2 \rangle = -\langle J_{\alpha+} \rangle^*. \quad (1.2.63)$$

Эта величина, умноженная на $\sqrt{2}$, определяет спектроскопический фактор пары состояний, которые могут быть измерены в реакциях передачи дейтрона. В силу сохранения числа частиц, среднее $G\sqrt{2}\sum_{\alpha} J_{\alpha+}$ равно нулю. По аналогии со случаем спаривания одинаковых частиц, мы называем величину

$$\Delta_{pn}^{(N)} = G \sum_{\alpha} \langle BCS, N+2 | c_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha \bar{m}}^{\dagger} | BCS, N \rangle, \quad (1.2.64)$$

параметром щели нуклонной pn системы, который в термодинамическом пределе $N \gg 1$ связан с аномальной функцией Грина в нуле и играет роль параметра порядка.

в) Энергия взаимодействия

Теперь рассмотрим pn составляющую спаривающего взаимодействия общего вида:

$$\langle J_{\alpha+} J_{\beta-} \rangle = \langle BCS, N | J_{\alpha+} J_{\beta-} | BCS, N \rangle. \quad (1.2.65)$$

Во-первых, мы помещаем операторы в аргументы экспонент с помощью двух производных по x и y в нуле:

$$\langle J_{\alpha+} J_{\beta-} \rangle = Q^{-1}(N) \int_C \frac{d\zeta}{2\pi i} \frac{\mathcal{P}_{\alpha\beta}(\zeta)}{\zeta^{N+1}}, \quad (1.2.66)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\beta}(\zeta) = & - \prod_{\gamma} (\cos^2(\rho_{\gamma}/2))^{2j_{\gamma}+1} \\ & \times \frac{d}{dx} \frac{d}{dy} \langle 0 | \exp(i \sum_{\gamma} \exp(i\psi_{\gamma}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\gamma}/2) J_{\gamma-}) \\ & \times \exp(-ixJ_{\alpha+}) \exp(-iyJ_{\beta-}) \\ & \times \exp(i\zeta^2 \sum_{\delta} \exp(-i\psi_{\delta}) \sqrt{2} \tan(\rho_{\delta}/2) J_{\delta+}) | 0 \rangle \Big|_{x=y=0}. \end{aligned} \quad (1.2.67)$$

Затем мы изменяем порядок произведения четырех экспонент, используя результаты раздела 1.2.2. Окончательные выражения выглядят следующим образом ($\alpha \neq \beta$):

$$\begin{aligned}\langle J_{\alpha+} J_{\beta-} \rangle &= Q^{-1}(N) \frac{1}{4} N ((2j_{\beta} + 1) Q^{\alpha}(N) - (2j_{\alpha} + 1) Q^{\beta}(N)) \frac{\exp(i\psi_{\beta} - i\psi_{\alpha}) \tan(\rho_{\beta} / 2) \tan(\rho_{\alpha} / 2)}{\tan^2(\rho_{\beta} / 2) - \tan^2(\rho_{\alpha} / 2)}, \\ \langle J_{\alpha+} J_{\alpha-} \rangle &= -Q^{-1}(N) \left(\frac{N}{2} Q^{\alpha}(N) + (j_{\alpha} + 1/2) \sum_{n=1}^{N/2} (-)^{n+1} \tan^{2n}(\rho_{\alpha} / 2) (2nj_{\alpha} - 1) Q(N - 2n) \right).\end{aligned}\tag{1.2.68}$$

В стандартном формализме БКШ вероятности заселения уровней протона и нейтрона совпадают

$$|V_{\alpha}^p|^2 = |V_{\alpha}^n|^2 = \sin^2(\rho_{\alpha} / 2).$$

В проекционном формализме вероятность заселения отличается от указанной выше вероятности. Здесь вероятность заселения пары состояний определяется по формуле:

$$-2\langle J_{\alpha+} J_{\alpha-} \rangle \neq \sin^2(\rho_{\alpha} / 2).$$

1.2.6 Сравнение в одной и двух оболочках

В этом разделе мы рассмотрим гамильтониан

$$\hat{H} = \sum_{\alpha m} (\varepsilon_{\alpha} - \lambda) (c_{\alpha m}^{\dagger} c_{\alpha m} + d_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha m}) - G \sum_{\alpha, \beta; m, n} c_{\alpha m}^{\dagger} d_{\alpha \bar{m}}^{\dagger} d_{\beta \bar{n}} c_{\beta n}.\tag{1.2.69}$$

В ситуации, когда пространство состояний ограничивается одной оболочкой, энергия нуклонов рассчитывается, как среднее значение гамильтониана по спроектированному состоянию. Энергия оказывается квадратично зависящей от N , причем зависимость от углов смешивания и заселенности пропадает. В связи с этим, можно утверждать, что состояние с одной оболочкой не имеет сверхпроводящих свойств. Тем не менее, спектроскопических факторы хорошо определены, они даются формулой (1.2.64), если исходные состояния определять в рамках стандартной БКШ.

Для одной оболочки функция $Q(N)$ имеет простой вид. После некоторых алгебраических преобразований находим распределение Бернулли

$$Q(N) = \binom{2j+1}{N/2} p^{N/2} (1-p)^{2j+1-N/2},$$

где $p = \sin^2(\rho/2)$ - вероятность, что уровень занят. Это уравнение можно написать сразу, исходя из интегрального представления (1.2.44) или с помощью комбинаторных рассуждений, вычисляя норму спроектированной волновой функции БКШ.

Пусть теперь нуклоны распределяются между двумя оболочками, квантовые числа которых заданы их угловыми моментами j_1 и j_2 . Потенциал, входящий в уравнение (1.2.54), теперь имеет вид

$$\mathcal{V}_{\alpha\beta} = 2G. \quad (1.2.70)$$

Энергии оболочек обозначены ε_1 и ε_2 , соответственно.

а) Стандартная теория БКШ

Энергия системы нуклонов имеет вид

$$E'(N) = \sum_{\alpha} 2(2j_{\alpha} + 1)(\varepsilon_{\alpha} - \lambda) |V_{\alpha}|^2 - \frac{|\Delta|^2}{G}, \quad (1.2.71)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{G}{2} \sum_{\alpha} 2(2j_{\alpha} + 1) U_{\alpha} V_{\alpha}, \\ N &= \sum_{\alpha} 2(2j_{\alpha} + 1) |V_{\alpha}|^2. \end{aligned} \quad (1.2.72)$$

Условия минимума энергии как функции углов БКШ могут быть использованы, чтобы выразить углы БКШ через энергетическую щель и параметр λ :

$$\left(\frac{|V_\alpha|^2}{U_\alpha^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 \mp \frac{\varepsilon_\alpha - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_\alpha - \lambda)^2 + |\Delta|^2}} \right). \quad (1.2.73)$$

Энергетическая щель может быть найдена из условия самосогласованности и ограничения на число частиц (1.2.72):

$$\begin{aligned} \sum \frac{(2j+1)(\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{(\varepsilon - \lambda)^2 + |\Delta|^2}} &= \sum (2j+1) - N, \\ \frac{G}{2} \sum \frac{2j+1}{\sqrt{(\varepsilon - \lambda)^2 + |\Delta|^2}} &= 1. \end{aligned} \quad (1.2.74)$$

Вариационная задача в принципе позволяет определить фазы. Обозначив фазу щели параметром φ ,

$$\Delta = |\Delta| e^{i\varphi},$$

можем найти $\arg V_\alpha = \arg \Delta$, используя соотношение (1.4.17):

$$\psi_\alpha + \frac{\pi}{2} = \varphi. \quad (1.2.75)$$

Средняя энергия не зависит от фазы. Абсолютная шкала фаз, следовательно, не определена. Если уравнения БКШ допускают нетривиальные решения, система по определению находится в сверхпроводящей фазе, энергия системы при этом находится по формуле (1.2.71). В случае одной оболочки решение уравнений БКШ имеет вид

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 - \lambda &= \frac{1}{2}G(2j+1-N), \\
\Delta^2 &= \frac{1}{4}G^2N(4j+2-N), \\
V_j^2 &= \frac{N}{2(2j+1)} \leq 1, \\
E'(N) &= -\frac{G}{4}N^2.
\end{aligned}
\tag{1.2.76}$$

Энергия квазичастиц равна $\frac{G}{2}(2j+1)$, в то время как энергия системы получается путем вычитания из $E'(N)$ вклада связи:

$$E_{gs}(N) = \varepsilon_1 N - \frac{1}{4}GN(4j+2-N). \tag{1.2.77}$$

Согласно теории БКШ, следовательно, частицы всегда находится в сверхпроводящей фазе. Этот вывод, однако, не подтверждается в проекционной теории БКШ. Не трудно увидеть, что средняя энергия состояния в проекционной теории БКШ не зависит от углов и фазы. Она равна

$$E(N) = \varepsilon_1 N - \frac{1}{4}GN(4j+4-N). \tag{1.2.78}$$

Этот результат также может быть получен с помощью формул предыдущих разделов, где параметр λ был положен равным нулю, используя тот факт, что после проекции волновая функция принимает вид $\sim (J_+)^{N/2} |0\rangle$. Среднее значение гамильтониана, соответствующего $\lambda = 0$, для этой компоненты дается уравнением (1.4.78). Следует обратить внимание, что неспроектированное состояние БКШ лежит выше по энергии, чем и спроектированное состояние.

Система, определяемая гамильтонианом (1.2.69), для одной оболочки является точно решаемой. В нашем случае выражение (1.4.78) оказывается

точным собственным значением спаривающего гамильтониана, а спроектированное состояние - его точной собственной функцией.

б) Проекционная теория БКШ

Здесь мы численно рассмотрим случай двух оболочек. Для дальнейшего полезно записать выражение функции $Q(N)$ в более компактной форме в виде:

$$\begin{aligned}
 Q(2) &= T_2 Q(0), \\
 Q(4) &= \frac{1}{2}(T_2^2 - T_4)Q(0), \\
 Q(6) &= \frac{1}{6}(T_2^3 - 3T_2T_4 + 2T_6)Q(0), \\
 Q(8) &= \frac{1}{24}(T_2^4 - 6T_2^2T_4 + 8T_2T_6 + 3T_4^2 - 6T_8)Q(0), \\
 Q(10) &= \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 T_{2k} Q(10-2k)
 \end{aligned} \tag{1.2.79}$$

где

$$\begin{aligned}
 Q(0) &= (\cos^2(\rho_1/2))^{2j_1+1} (\cos^2(\rho_2/2))^{2j_2+1}, \\
 T_n &= (2j_1+1)\tan^n(\rho_1/2) + (2j_2+1)\tan^n(\rho_2/2).
 \end{aligned} \tag{1.2.80}$$

Величины, определенные уравнением (1.4.49), также приобретают компактный вид:

$$\begin{aligned}
Q^\alpha(2) &= F_{\alpha 2} Q(0), \\
Q^\alpha(4) &= \frac{1}{2} Q(0) (T_2 F_{\alpha 2} - F_{\alpha 4}), \\
Q^\alpha(6) &= \frac{1}{3} Q(0) \left(\frac{1}{2} (T_2^2 - T_4) F_{\alpha 2} - T_2 F_{\alpha 4} + F_{\alpha 6} \right), \\
Q^\alpha(8) &= \frac{1}{4} Q(0) \left(\frac{1}{6} (T_2^3 - 3T_2 T_4 + 2T_6) F_{\alpha 2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} (T_2^2 - T_4) F_{\alpha 4} + T_2 F_{\alpha 6} - F_{\alpha 8} \right), \\
Q^\alpha(10) &= \sum_{p=1}^5 F_{k,2p} (-1)^{p+1} Q(10-2p),
\end{aligned} \tag{1.2.81}$$

где

$$F_{\alpha n} = (2j_\alpha + 1) \tan^n(\rho_\alpha / 2). \tag{1.2.82}$$

С использованием этих формул находится энергия системы как среднее спаривающего гамильтониана по исходным или спроектированным БКШ состояниям.

Расчеты последовательно выполняются для стандартной теории БКШ, ПБКШ (проекция после вариации) и СБКШ (вариация после проекции). Кроме того, точные собственные значения гамильтониана получены его численной диагонализацией. Вводными данными в наших расчетах являются угловые моменты оболочек

$$j_1 = 3/2, j_2 = 7/2,$$

и энергии одночастичных возбуждений

$$\varepsilon_1 = 1 \text{ МэВ и } \varepsilon_2 = 1.5 \text{ МэВ.}$$

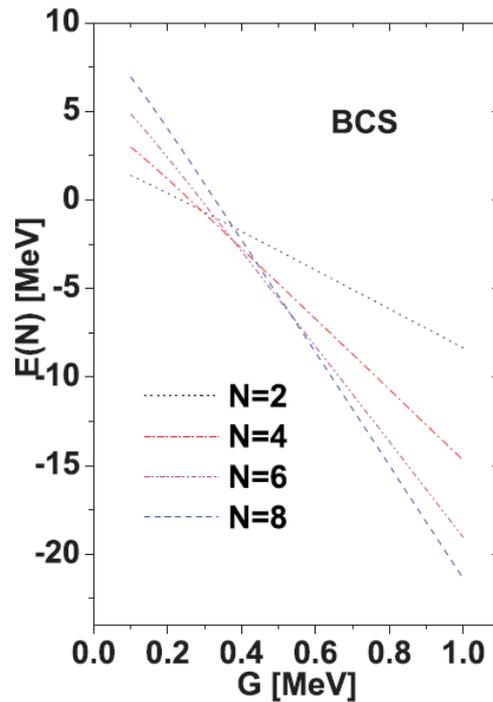


Рисунок 2. Энергия системы с N нуклонами ($N = 2, 4, 6, 8$) в рамках стандартного формализма БКШ как функция константы взаимодействия G .

Константа связи G - варьируемый параметр. Для данного значения N ($= 2, 4, 6, 8$) мы решаем уравнения БКШ и находим энергию основного состояния. Результаты для энергии приведены на Рис. 2. Некоррелированная система обладает энергией

$$E_{\text{normal}} = \varepsilon_1 N. \quad (1.2.83)$$

С параметрами $\rho_1, \rho_2, \psi_1, \psi_2$, определенными в рамках стандартного подхода БКШ, энергия системы рассчитывается в рамках формализма с фиксированным числом частиц N . Результаты вычислений показаны на Рис. 3.

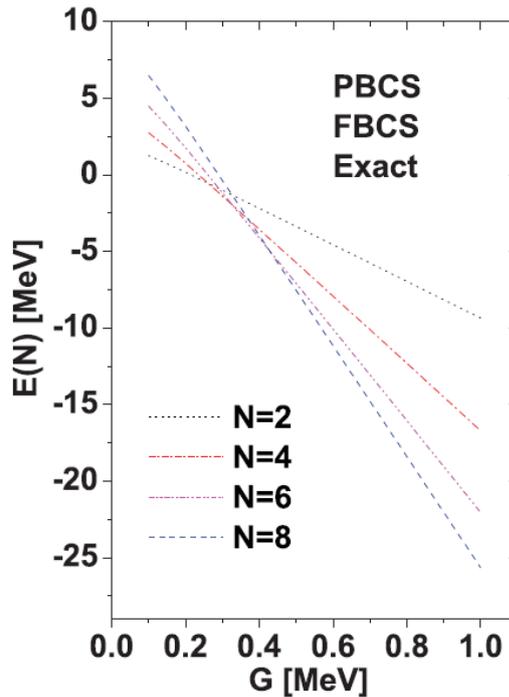


Рисунок 3. Энергия системы N нуклонов в рамках ПБКШ (PBCS), СБКШ (FBCS) и ее точное значение ($E_{\text{хаст}}$) как функция константы взаимодействия G . Энергии, предсказываемые всеми тремя методами, совпадают.

В проекционном формализме БКШ для каждого N энергия $E(N)$ минимизировалась по отношению к параметрам ρ_1 , ρ_2 , ψ_1 , ψ_2 , от которых зависят пробные волновые функции. Оказывается, что энергия основного состояния в рамках ПБКШ и СБКШ совпадают и, более того, совпадают с точным результатом, полученным в результате диагонализации гамильтониана для всех G в диапазоне 0.1 - 1.0 МэВ. Эти совпадающие значения энергии показаны на Рис. 3.

Результаты, представленные на Рис. 2 и 3, имеют некоторые общие черты. Энергии убывают с ростом G линейным образом с наклоном, зависящим от числа частиц N . При низких значениях G энергия возрастает с N , при

больших константах спаривания энергия убывает. В рассмотренных четырех подходах переход от одной последовательности уровней к другой происходит при разных значениях G . Наибольшее критическое значение G предсказывается в стандартной теории БКШ. Сверхпроводящая фаза существует при любой величине $G \geq 0.1$. Примечательно, что энергии в ПБКШ и СБКШ совпадают. Для данного набора значений G и N энергии основного состояния, полученные в различных подходах, упорядочены следующим образом:

$$E_{\text{normal}} > E_{BCS} > E_{PBCS} = E_{FBCS} = E_{\text{exact}}. \quad (1.2.84)$$

Из общих соображений можно было бы ожидать $E_{PBCS} > E_{FBCS} > E_{\text{exact}}$. В этом смысле пример достаточно специфичен.

Другой наблюдаемой, поведение которой мы анализировали, является энергетическая щель. Результаты, полученные для фиксированного числа N , показаны на Рис. 4 и 5. Эти результаты свидетельствуют о линейной зависимости щели от G . Отметим, что для данного набора N и G мы имеем $\Delta > \Delta^{(N)}$. Поскольку энергетическая щель рассматривается, вообще говоря, как мера устойчивости сверхпроводника к возмущению, можно говорить о том, что эффекты сверхпроводимости более выражены в формализмах ПБКШ и СБКШ, нежели в стандартной теории БКШ.

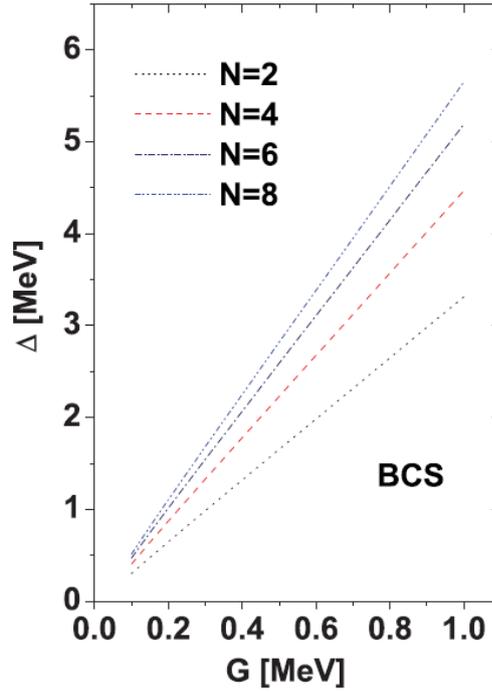


Рисунок 4. Энергетическая щель для системы N нуклонов как функция константы взаимодействия G в стандартном формализме БКШ.

Гамильтониан можно точно (численно) диагонализировать в базисе с определенным числом частиц N :

$$\begin{aligned}
 |N_1, N_2\rangle &= C_{N_1 N_2} (c_1^\dagger d_1^\dagger)^{N_1/2} (c_2^\dagger d_2^\dagger)^{N_2/2} |0\rangle, \\
 N_1 + N_2 &= N.
 \end{aligned}
 \tag{1.2.85}$$

Матричные элементы гамильтониана в этом базисе имеют вид

$$\begin{aligned}
 \langle N_1, N_2 | H | N_1, N_2 \rangle &= \varepsilon_1 N_1 + \varepsilon_2 N_2 - \frac{G}{4} (N_1(4j_1 + 4 - N_1) + N_2(4j_2 + 4 - N_2)), \\
 \langle N_1 + 2, N_2 - 2 | H | N_1, N_2 \rangle &= -\frac{G}{4} [(N_1 + 2)N_2(4j_1 + 2 - N_1)(4j_2 + 4 - N_2)]^{1/2}, \\
 \langle N_1 - 2, N_2 + 2 | H | N_1, N_2 \rangle &= -\frac{G}{4} [N_1(N_2 + 2)(4j_1 + 4 - N_1)(4j_2 + 2 - N_2)]^{1/2}.
 \end{aligned}$$

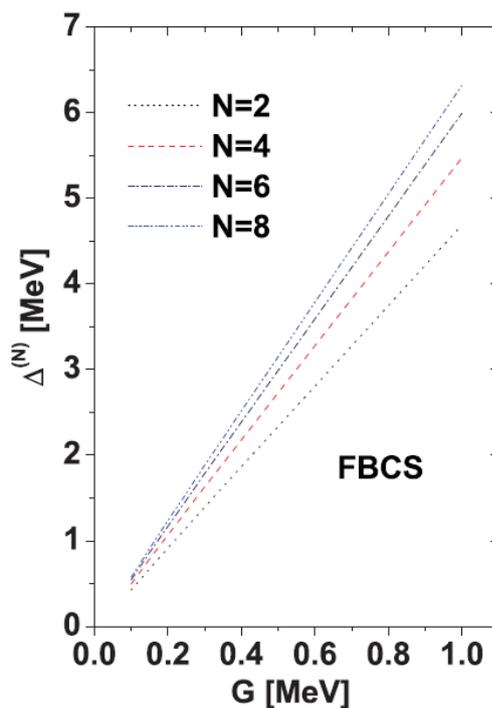


Рисунок 5. Энергетическая щель для системы N нуклонов как функция константы взаимодействия G в формализме СБКШ.

Для каждого N при фиксированном значении G мы диагонализировали матрицу и отбираем низшие собственные значения. Сравнивая их с энергией основного состояния в рамках ПБКШ и СБКШ, находим, что энергии совпадают. Это поучительный пример, когда решение вариационных уравнений точно воспроизводит энергию основного состояния. Однако в реалистичных моделях эта особенность не обязана реализовываться.

1.2.7 Выводы

С использованием факторизации оператора вращения, описанной в разделе 1.4.2, показано, что волновая функция БКШ представляет собой когерентное в смысле Переломова-Гилмора состояние группы $SU(2)$, порожденной генераторами $J_{\alpha\mu}$, составленными из билинейных форм операторов ро-

ждения и уничтожения протона и нейтрона. Наше внимание было сосредоточено на проекционном формализме БКШ. Было показано, что матричные элементы операторов, являющихся полиномами по $J_{\alpha\mu}$, выражается через нормировочные множители начального и конечного состояний. Мы, следовательно, сосредоточили внимание на вычислении нормы состояний. Одним из основных результатов раздела является одномерная рекуррентная формула для нормировочных множителей. Согласно полученному уравнению нормировочный множитель спроектированного состояния с N частицами выражается через нормировочные множители состояний с меньшим числом частиц. Для парного взаимодействия нуклонов аналогичная рекурсия была получена в работе [102]. Различие между двумя рекуррентными формулами состоит в том, что рекурсия, предложенная в работе [102], проводится по двум параметрам, в то время как у нас в рекурсии участвует один параметр.

Для того, чтобы продемонстрировать преимущества одномерной рекурсии, мы нашли в общем виде матричные элементы одно-, двух- и четырех-частичных операторов. Один из найденных матричных элементов для протонно-нейтронного спаривания интерпретируется как спектроскопический фактор в реакции передачи дейтрона. Ориентируясь на аналогию со спариванием pp и nn , мы определили величину, которая является мерой энергетической щели в случае проекции на состояние с фиксированным числом частиц и является параметром порядка сверхпроводящей фазы в пределе больших N . Кроме того, мы рассчитали вероятность заселения состояний протон-нейтронной пары.

В Приложении А работы [58] можно найти аналитические выражения для матричных элементов, участвующих в описании α распада ядер. В компактной форме представлен также матричный элемент двух-частичного протон-

нейтронного взаимодействия для состояний, связанных с материнским и дочерним ядром в двойном бета-распаде типа Ферми.

Используя гамильтониан, включающий среднее поле и потенциал протон-нейтронного спаривания, были рассчитаны энергии системы как функции числа частиц N и параметров ρ_α , ψ_α , определяющих волновые функции БКШ. Поскольку многие свойства спаривания сложных систем проявляются в ограниченном базисе, мы рассмотрели простые случаи одного и двух оболочек. Для одной оболочки энергия после проекции не зависит от параметров волновых функций БКШ. Мы приходим, следовательно, к выводу, что сверхпроводящая фаза в одной оболочке не достигается. Случай двух оболочек подходит для изучения спаривания как в стандартной теории БКШ, так и в рамках проекционного метода. Мы рассмотрели оба случая, когда вариация производится до и после проекции. Для двух уровней мы показали, что энергия основного состояния в ПБКШ и СБКШ совпадают, кроме того, найденная энергия равна точной энергии основного состояния, полученной с помощью диагонализации гамильтониана. Остается открытым вопрос, вызвано это свойство ограниченным пространством оболочек или выбором модельного гамильтониана.

Волновая функция (1.2.12) может быть обобщена путем добавления к ней двух факторов, учитывающих протон-протонное и нейтрон-нейтронное спаривание. Следует также отметить необходимость расширения нашего формализма на системы, обладающие изоспиновой симметрией. На следующем этапе следует включить протон-нейтронное спаривание и проекцию на состояния с определенным изоспином. Этот план, по сути, отражает наше убеждение в том, что новый и эффективный технический результат может сыграть решающую роль в открытии новых свойств конечных ферми-систем.

ДИБАРИОНЫ В ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

В этой главе рассматриваются эффекты образования шестикварковых состояний в ядерной материи при низкой температуре и высокой плотности - условиях, которые имеют место в обычных ядрах, в столкновениях тяжелых ионов, нейтронных звездах и в процессе коллапса сверхновых звезд. Соответствующие кварк-глюонные степени свободы в ядерной материи могут быть описаны в рамках эффективных теорий среднего поля [30] или с помощью развитого ранее в работах [125] - [127] формализма составных кварковых мешков (СКМ).

Присутствие дибарионов в ядерной среде модифицирует свойства ядерной материи.

Большой интерес вызвало указание Джаффе [24] на возможность существования H дигиперона, стабильного относительно сильных распадов. Слабые распады H рассмотрены в работе [128]. Многочисленные поиски H дигиперона в различных реакциях не дали положительных результатов.

Новый интерес к проблеме возник в связи с работой Мартемьянова и Щепкина [25], объяснявшей резонансное поведение сечения перезарядки пионов на ядрах существованием узкого экзотического нестранного дибариона $d'(2040)$, распадающегося на $NN\pi$, однако не связанного с каналом NN (см. также [26]). Узость резонанса объяснялась близостью его массы к порогу. Экспериментальные поиски $d'(2040)$ в столкновениях протонов не дали положительных результатов. Возможно, что пик в реакции двойной перезарядки, существование которого надёжно установлено, является эффектом ядерной среды.

Также было предсказано существование и проводились экспериментальные поиски дибариона с массой ниже порога $NN\pi$ [27], [129] - [133]. Такой дибарион распадается электромагнитным образом и имеет малую ширину. Экспериментаторам пока не удалось надежно подтвердить или опровергнуть его существование.

Этот исторический экскурс показывает, что поиски дибарионных резонансов требуют значительных усилий. Кварковые модели предсказывают существование дибарионов, и это стимулирует их дальнейшие экспериментальные поиски.

Нуклон-нуклонные столкновения с рождением двух пионов недавно изучались на установках CELSIUS/WASA, а также COSY-TOF и WASA@COSY. Данные для pp -каналов хорошо описываются стандартным механизмом t -канального обмена и известными нуклонными резонансами. В канале pn с рождением дейтрона и двух нейтральных пионов обнаружен узкий дибарионный резонанс с массой 2.37 ГэВ, шириной 70 МэВ и квантовыми числами $I(J^P) = 0(3^+)$ [28], [135]. Недавно было получено подтверждение существования этого резонанса в реакциях квазиупругого рассеяния поляризованных дейтронов на водородной мишени [136].

Можно дополнительно отметить хорошо известную структуру в NN парциальной волне 2D_1 , где взаимодействие имеет притягивающий характер вплоть до высоких энергий, и которую можно интерпретировать как широкое резонансное состояние.

Выше обсуждались дибарионы как резонансы, проявляющие себя в качестве полюсов S матрицы. Совершенно новый взгляд на экзотику был предложен Джаффе и Лоу [137]. Согласно Джаффе и Лоу экзотические состояния могут проявлять себя не как резонансы, а как полюса P матрицы.

Анализ нуклон-нуклонного рассеяния в парциальных волнах $L = 0,1$ ясно указывает на существование шестикварковых состояний, как полюсов P

матрицы (а не S матрицы). Возможно, что эти именно состояния несут ответственность за силы отталкивания между нуклонами [125].

Эти состояния получили название «примитивов» (прилагательное «primitive» переводится как «элементарный»). Так же как резонансы, примитивы не существуют в качестве асимптотических состояний, потому что не связаны с нуклонами на своей массовой поверхности. Однако они связаны с нуклонами вне массовой поверхности, поэтому участвуют в динамике сильных взаимодействий. Их массы и константы связи определяются модельно-зависимым образом, однако, в существовании примитивов нет никаких сомнений. Не вполне ясен лишь их теоретический статус: С точки зрения потенциальной теории рассеяния примитивы являются производными объектами, не имеющие самостоятельного значения. С точки зрения моделей s -канального обмена, например, модели СКМ, примитивы играют, напротив, фундаментальную роль.

Модель СКМ появилась в развитие P -матричного формализма Джаффе и Лоу. Чтобы дать количественное описание шестикварковых систем, мы используем релятивистскую версию этой модели, удовлетворяющую свойствам аналитичности. Динамический характер модели СКМ позволяет, в принципе, ее использовать для расчета уравнения состояния ядерной материи с параметрами, определенными из лабораторных данных.

Существование многокварковых состояний в ядре подтверждается кумулятивным эффектом в рассеянии нуклонов на ядрах [138] - [141], где примесь многокварковых состояний проявляет себя кинематически. Величина примеси входит в сечения кумулятивных и подпороговых реакций.

На возникновение бозе-конденсата шестикварковых состояний в ядерной материи впервые указано в работах Балдина с сотрудниками [21] и независимо в работе автора [22]. Здесь же впервые отмечено, что бозе-конденсация смягчает уравнение состояния и может приводить к потере устойчивости

нейтронных звезд. В 80-е годы бозе-конденсация дибарионов изучалась в работах [142] - [144], в 90-е годы - авторами из Тюбингена и ИТЭФ [62] - [65], также в работах [145] – [147]. Из недавних работ отметим [150], [151].

Бозе-эйнштейновская конденсация шестикварковых состояний может играть роль спускового механизма, обеспечивающего фазовый переход в кварковую материю. Масштаб, на котором происходит переход в смешанную фазу, в таком случае определяется массой и характером взаимодействия дибарионов. Фазовые переходы в кварковую материю широко изучаются в рамках решеточной КХД [5], динамика - с помощью аналитических и численных методов [152], [153].

2.1 Дибарионы как примитивы и как резонансы

Дибарионы могут проявлять себя как полюса S матрицы. В работах [28], [135] сообщалось о наблюдении дибариона такого типа. Дибарионы могут проявлять себя как полюса P матрицы. В моделях с s -канальным обменом возмущения смещают примитивы с унитарного разреза в комплексную плоскость, превращая их в резонансы [29]. Можно ожидать, что в окружающей среде или при наложении внешнего поля примитивы превращаются в резонансы – дибарионы.

Дибарионы изменяют свойства ядерной материи. Прежде чем перейти к реалистичным моделям мы обсудим свойства смешанной фазы в приближении идеального газа.

При увеличении плотности удвоенная энергия Ферми нейтронов становится больше массы дибариона. Начиная с этого момента двум нуклонам энергетически выгодно слиться и образовать дибарион D . Дибарионы являются бозонами и образуют конденсат Бозе-Эйнштейна. Критическая плотность, при которой начинается процесс конденсации, определяется массой самого легко-

го дибариона. Выше критической плотности химический потенциал нуклонов заморожен из-за химического равновесия относительно переходов $NN \leftrightarrow D$.

Дибарионы в конденсате имеют нулевую скорость и не дают вклада в давление. По этой причине, а также в связи с тем, что химический потенциал нуклонов заморожен, давление с увеличением плотности не растет, скорость звука обращается в нуль, смесь нуклонов и дибарионов теряет упругость. Ядерная материя, обладающая такими свойствами, не может противостоять гравитации. В результате нейтронные звезды теряют устойчивость [22].

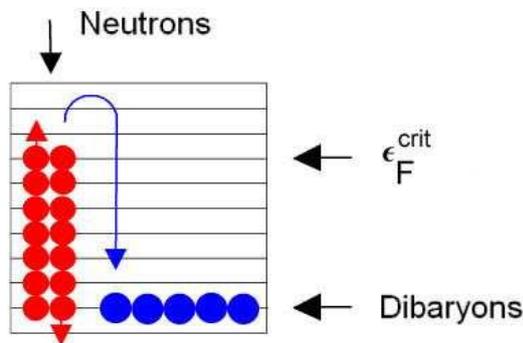


Рисунок 6. Схематическое изображение процесса дибарионной конденсации в нейтронной материи в приближении идеального газа.

Коэффициент несжимаемости ядерной материи при плотности насыщения известен экспериментально, он заведомо не равен нулю, поэтому, исходя из модели идеального газа и ее простейших модификаций, можно заключить, что дибарионный бозе-конденсат не существует в обычных ядрах. Если энергия связи дибарионов в ядре в два раза больше, чем у нуклонов, то массы дибарионов, связанных с нуклон-нуклонным каналом, должно быть больше, чем

$$m_D > 2\varepsilon_F = 1.96 \text{ GeV}, \quad (2.1.1)$$

где $\varepsilon_F = m_N + 40$ МэВ - энергия Ферми нуклонов в ядрах. Массы примитивов, которые будут получены из s -волнового нуклон-нуклонного рассеяния, $m_D = 2047$ и 2006 МэВ, удовлетворяют этому простейшему ограничению.

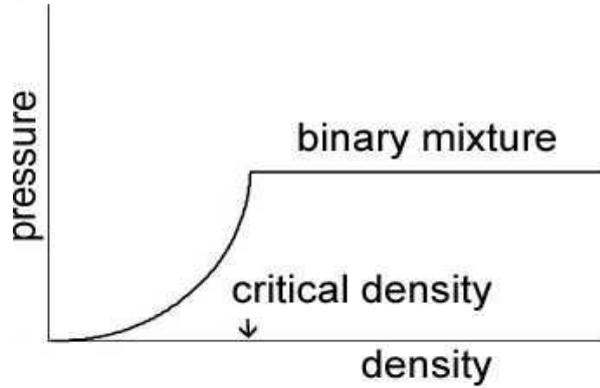


Рисунок 7. Схематический вид уравнения состояния ядерной материи с примесью дибарионов в приближении идеального газа.

Взаимодействие приводит к тому, что часть дибарионов покидает конденсат, при этом возникает давление. Уравнение бинарной смеси становится жестче, возможна устойчивость нейтронных звезд в некотором диапазоне плотности вблизи критической.

В нерелятивистском приближении изменение локальной скорости вещества внутри нейтронной звезды описывается уравнением Эйлера

$$r \frac{d\mathbf{v}}{dt} + r(\mathbf{v} \cdot \tilde{\mathbf{N}})\mathbf{v} = -\tilde{\mathbf{N}}p - r\tilde{\mathbf{N}}\Phi,$$

где Φ - гравитационный потенциал, ρ - плотность и p давление. В присутствии дибарионного бозе-конденсата давление остается постоянным, как показано на рисунке 5 (горизонтальная линия), и, следовательно, $\nabla p = 0$. Закон Гаусса говорит, что

$$\int dS \nabla \Phi = 4\pi GM(r),$$

где $M(r)$ - масса внутри сферы радиуса r , так что $\nabla\Phi \neq 0$. Таким образом, скорость вещества отлична от нуля. В приближении идеального газа образование дибарионного бозе-конденсата ведет к исчезновению статических решений. Эти рассуждения справедливы также в общей теории относительности.

Во взаимодействующем газе часть бозонов находится вне конденсата. Эти частицы вносят вклад в давление. Чем сильнее отталкивание, тем устойчивее газ. Если образование дибарионного бозе-конденсата является фазовым переходом первого рода, как на Рис. 5 (на котором плотная фаза отнесена за пределы рисунка), и скачок плотности в точке фазового перехода достаточно велик, образование новой фазы в нейтронных звездах сопровождается потерей их устойчивости [154] - [157].

С увеличением плотности энергия взаимодействия растет быстрее, чем кинетическая энергия, в результате разница между фермионами и бозонами становится менее существенной. Из стабильности нейтронных звезд получены ограничения на константы взаимодействия и массы дибарионов [65].

Существует, следовательно, связь между свойствами дибарионов и структурой и устойчивостью нейтронных звезд.

2.2 Связь полюсов P матрицы с полюсами Кастильехо-Далица-Дайсона

Кастильехо, Далиц и Дайсон ввели так называемые КДД полюса в работе [158]. Эти полюса описывают неопределенности в решениях уравнения Лоу для амплитуд рассеяния, которые удовлетворяют правильным аналитическим свойствам и унитарности [159].

Для того чтобы прояснить физический смысл полюсов КДД, Дайсон построил модель s -канального обмена [59], в которой удается проследить явную

связь КДД полюсов со связанными состояниями и резонансами. Модель Дайсона относится к классу моделей Ли [160].

Уже некоторое время назад Джаффе и Лоу [137] предложили отождествлять экзотические многокварковые состояния с примитивами, то есть состояниями, которые проявляют себя как полюса P матрицы. Анализ, проведенный для скалярных мезонов [137] и для нуклон-нуклонного рассеяния [125], [161], выявил примитивы в соответствии с ожиданиями модели мешков МИТ. Динамическая модель P матрицы была разработана Симоновым [125]. Эта модель успешно применялась к описанию нуклон-нуклонного рассеяния и малонуклонных систем [125] - [127]. Другие микроскопические модели нуклон-нуклонных сил также обсуждаются [162] - [165].

Интерес к проблеме нуклон-нуклонного взаимодействия в последнее время был связан с новыми ограничениями на уравнение состояния ядерной материи. Ограничения были получены из анализа коллективного потока и подпорогового рождения K -мезонов в столкновениях тяжелых ионов, а также из данных астрофизических наблюдений над нейтронными звездами. Модели однобозонного обмена находятся в хорошем согласии с лабораторными данными, однако предсказывают низкие значения масс нейтронных звезд в β -равновесии, то есть гиперонных звезд (см., например, [166]). На это обстоятельство ранее обращалось внимание в работе [167], где также указано, что уравнение состояния гиперонного вещества можно сделать более жестким, если учесть отталкивание, связанное с обменом $\phi(1020)$ -мезона между гиперонами. Аналогичный обмен между нуклонами подавлен в силу правила Цвейга. Расчеты показывают, что включение $\phi(1020)$ позволяет увеличить максимальную массу гиперонных звезд до $\sim 2M_{\odot}$ [168], [169].

В этом разделе, следуя работе [60], мы установим связь между полюсами КДД и примитивами. Данное соответствие полезно для моделирования нуклон-нуклонного взаимодействия в рамках P -матричного формализма.

КДД полюса возникают при взаимодействии частиц с образованием промежуточных состояний, чьи внутренние свойства существенно отличаются от свойств исходных асимптотических состояний.

В модели Дайсона рассматривается рассеяния двух частиц, например, нуклона и пиона. Нуклон может поглотить пион и превратиться в компаунд-состояние N_α с массой $M_\alpha > \sqrt{s_0} = m + \mu$, где m и μ - массы нуклона и пиона.

D функцию амплитуды рассеяния можно записать в виде

$$D(s) = \Lambda(s) - \Pi(s), \quad (2.2.1)$$

где, в релятивистских обозначениях,

$$\Lambda^{-1}(s) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{s - M_{\alpha}^2}, \quad (2.2.2)$$

$$\Pi(s) = -\frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{+\infty} \Phi_2(s') \frac{\mathcal{F}^2(s')}{s' - s} ds'.$$

Здесь

$$\Phi_2 = \frac{\pi k}{\sqrt{s}} \quad (2.2.3)$$

- двухчастичный релятивистский фазовый объем, k - импульс в системе центра масс, g_{α} - константа связи и $\mathcal{F}(s)$ - форм-фактор вершины $N_{\alpha} N \pi$. S матрица имеет вид

$$S = e^{2i\delta(s)} = \frac{D(s - i0)}{D(s + i0)}. \quad (2.2.4)$$

Полюса $\Lambda(s)$ являются КДД полюсами. Они расположены между нулями $\Lambda(s)$, то есть между массами M_{α}^2 и $M_{\alpha+1}^2$.

D функция, построенная таким образом, является обобщенной R функцией. Она не имеет комплексных нулей на первом листе римановой поверхности

комплексной s -плоскости. Она также не имеет нулей, соответствующих связанным состояниям, на действительной полуоси $(-\infty, s_0)$ при условии, что $D(s_0) < 0$ и $s_0 < M_\alpha^2$. Простые корни уравнения

$$D(s) = 0 \quad (2.2.5)$$

на втором листе римановой поверхности ниже унитарного разреза соответствуют резонансам. При малых константах связи g_α они локализованы в окрестности $s = M_\alpha^2$. $\Re s$ определяет перенормированную массу резонанса, $\Im s$ определяет ширину

$$\Gamma_\alpha = g_\alpha^2 \Im D(M_\alpha^2) / M_\alpha.$$

На КДД полюсах $\delta(s) = 0 \pmod{\pi}$, наклон фазы положителен. Если s_γ является КДД полюсом, то уравнение (2.2.2) дает $\Lambda^{-1}(s_\gamma) = 0$ и $\Lambda^{-1}(s_\gamma)' < 0$.

Раскладывая D функцию вокруг s_γ , можно найти

$$\delta(s_\gamma)' = -\Im D(s_\gamma) \Lambda^{-1}(s_\gamma)' > 0.$$

Такое поведение согласуется с формулой Брейта-Вигнера, которая говорит о том, что на изолированных резонансах с ростом энергии фаза рассеяния увеличивается на величину π . В теории потенциального рассеяния рост фазы связан с притяжением.

Модель Дайсона, следовательно, относится к классу моделей, описывающих системы, в которых доминирует притяжение, а фазы рассеяния растут с ростом энергии.

Фазы нуклон-нуклонного рассеяния, наоборот, уменьшаются с ростом энергии, что говорит о доминирующем отталкивании.

В работах [158] - [59] мнимая часть $\Im D(s)$ является строго положительной. Смягчение этого условия, $\Im D(s) \geq 0$, позволяет расширить область применимости модели Дайсона, обобщив ее на системы с отталкиванием.

Рассмотрим рассеяние двух нуклонов, идущее через некоторое компаунд состояние б_q с форм-фактором $\mathcal{F}(s)$, который имеет простой нуль (или набор простых нулей) при $s = s_p > s_0 = 4m^2$. В качестве следствия мы имеем $\Im D(s) \sim (s - s_p)^2$.

Так ведет себя форм-фактор в модели СКМ, предложенной Симоновым [125]. В этой модели сепарабельный потенциал нуклонов сосредоточен на поверхности мешка. В s -волне форм-фактор имеет вид $\mathcal{F}(s) = \sin(kb) / (kb)$, k является импульсом в системе центра масс, b - эффективный радиус взаимодействия. В релятивистских обозначениях D функция модели записывается как в уравнении (2.2.2), $\Lambda(s)$ и собственно-энергетический оператор $\Pi(s)$ также имеют вид, аналогичный (2.2.2).

Отмеченная аналогия с моделью Дайсона позволяет использовать продвинутые методы теории функций комплексного переменного [158] - [59] для параметризации амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния функциями, имеющими правильные аналитические свойства.

Если $\Re D(s) \neq 0$, то фаза касается уровня $\delta(s) = 0 \pmod{\pi}$ без пересечения. Однако, если уравнение (2.2.5) выполняется одновременно для действительной и мнимой части, то фаза пересекает уровень $\delta(s) = 0 \pmod{\pi}$ с отрицательным наклоном. В этом можно убедиться разложением $D(s)$ в степенной ряд в окрестности $s = s_p$. С помощью уравнения (2.2.4) и условий $\Im D(s_p)'' > 0$ и $\Re D(s_p)' > 0$, получаем неравенство

$$\delta(s_p)' = -\frac{\Im D(s_p)''}{2\Re D(s_p)'} < 0. \quad (2.2.6)$$

В теории потенциального рассеяния отрицательный наклон фазы связан с отталкиванием.

Уравнение Лоу модифицируется в присутствии примитивов. В системах, где $\Pi(s)$ дается выражением (2.2.2), амплитуда рассеяния $A(s) = e^{i\delta(s)} \sin \delta(s)$ может быть представлена следующим образом:

$$A(s) = -\frac{\Phi_2(s)\mathcal{F}^2(s)}{D(s)}. \quad (2.2.7)$$

Эта амплитуда удовлетворяет обобщенному уравнению Лоу

$$\frac{A(s)}{\Phi_2(s)\mathcal{F}^2(s)} = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{+\infty} \frac{|A(s')|^2}{\Phi_2(s')\mathcal{F}^2(s')} \frac{ds'}{s' - s} - \sum_b \frac{C_b}{s - s_b} - \sum_p \frac{C_p}{s - s_p} - C, \quad (2.2.8)$$

которое по существу является дисперсионным интегральным представлением обратной $D(s)$ функции с учетом того, что $D(s)$ на унитарном разрезе обладает нулями, соответствующими как связанным состояниям, так и примитивам. $A(s)$ и $\mathcal{F}(s)$ имеют простые нули в точках $s = s_p$, так что подынтегральное выражение в формуле (2.2.8) является регулярной функцией в окрестности $s = s_p$. Связанные состояния и примитивы генерируют полюса на действительной оси при $s_b < s_0$ и $s_p > s_0$, соответственно. Коэффициент

$$C_p = -\frac{2A(s_p)'}{\Phi_2(s_p)\mathcal{F}^2(s_p)'} \quad (2.2.9)$$

является положительным.

В модели СКМ P матрица имеет вид

$$P = P_{free} + \kappa^{-1} \Lambda^{-1},$$

где P_{free} - свободная P матрица. Для S волны $P_{free} = kb \cot(kb)$ и $P = kb \cot(kb + \delta(s))$. Значения κ определяются нормировкой $D(s)$. Компаунд состояния с массами M_α проявляют себя в качестве полюсов P матрицы. Полюса P матрицы разделены на две группы различной физической природы:

Первую группу образуют связанные состояния и резонансы.

Одно связанное состояние всегда существует в случае $D(s_0) > 0$. Дополнительные связанные состояния порождены компаунд состояниями с массами $M_\alpha < \sqrt{s_0}$.

Характерной особенностью резонанса является условие $\mathcal{F}(s) \neq 0$ в окрестности $s = M_\alpha^2$. Уравнение (2.2.5) может быть использовано для поиска простых полюсов матрицы рассеяния.

Корни уравнения (2.2.5), которые лежат на действительной полуоси $(-\infty, s_0)$ на втором листе римановой поверхности, отвечают виртуальным состояниям. Их число и положение, вообще говоря, зависят от свойств компаунд состояний.

Полюса второй группы связаны с корнями уравнения (2.2.5) на унитарном разрезе в окрестности $s = M_\alpha^2$. Эти полюса не проявляют себя как полюса S матрицы и не являются резонансами. Они называются примитивами в соответствии с терминологией Джаффе и Лоу. Если резонанс перемещается со второго листа римановой поверхности на унитарный разрез, полюсная особенность в S матрице исчезает (вычет в полюсе обращается в нуль). В отличие от резонансов примитивы двигают фазу вниз и имитируют отталкивание.

В модели Дайсона существует не более одного связанного состояния и не более одного резонанса, не связанного с КДД полюсами. В модели СКМ существуют связанные с примитивами КДД полюса, которые не генерируют связанных состояний или резонансов. Соседние КДД полюса зажимают массы компаунд состояний, которые при наложении возмущения образуют связанные состояния, резонансы или примитивы, как показано на Рис. 7. При увеличении числа примитивов на единицу количество КДД полюсов увеличивается на единицу.

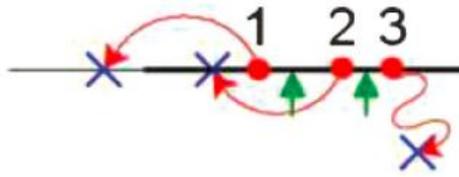


Рисунок 8. Нули D функции в комплексной s -плоскости. Унитарный разрез показан жирной линией. Компаунд состояния 1, 2 и 3 являются собственными состояниями свободного гамильтониана, не связанного с континуумом ($\Pi(s) = 0$ в уравнении (2.2.1)). При включении связи с континуумом нули переходят на новые позиции, показанные крестами. Компаунд состояния 1, 2, 3 превращаются в связанное состояние, примитив и резонанс, соответственно. КДД полюса, зажимающие компаунд состояние 2, которое превращается в примитив, обозначены стрелками.

S -волновое рассеяние нуклонов можно рассматривать как пример динамики, которая определяется КДД полюсами, связанными с примитивами.

2.3 Свойства примитивов из анализа упругого рассеяния нуклонов

Мы рассмотрим релятивистское обобщение модели СКМ, имея в виду возможные приложения к описанию ядерной материи при высокой плотности. P -матричный формализм воспроизводится, если выбрать форм-фактор в виде

$$\mathcal{F}(s) = \left(\frac{s}{s_0} \right)^{1/4} \frac{\sin(kb)}{kb}. \quad (2.3.1)$$

Уравнение (2.2.4) при $\kappa = 2mb / \pi$ дает

$$\kappa \Pi(s + i0) = -\frac{\sin(kb)}{kb} e^{ikb}. \quad (2.3.2)$$

В дополнение к взаимодействию через компаунд состояния, вводится контактное взаимодействие. Оно переопределяет $\Lambda^{-1}(s)$. В случае одного КДД полюса наиболее общее выражение для $\Lambda^{-1}(s)$ имеет вид

$$\kappa^{-1} \Lambda^{-1}(s) = c_p \left(\frac{r_p}{s - s_p} - \frac{r_p}{s_d - s_p} \right) - \frac{1}{\gamma}, \quad (2.3.3)$$

где c_p является свободным параметром, таким что $\kappa c_p r_p = g_\alpha^2$, $r_p = 8(\pi / b)^2$ -вычет P_{free} в S волне, $s_d = M_d^2$ дейтонный полюс. D функция, модифицированная контактным взаимодействием, остается обобщенной R функцией.

В 3S_1 канале фазовый сдвиг равен нулю при $T_{лаб} = 354$ МэВ. S матрица рассеяния равна единице в одном из двух случаев: $\Lambda(s) = \infty$ или $\Im D(s) \equiv -\Im \Pi(s) = 0$. Полюса $\Lambda(s)$ являются КДД полюсами. На КДД полюсах наклон фазы положителен, соответствуя притяжению. Во втором случае условие $\Im \Pi(s) = 0$ приводит к отталкиванию.

$T_{лаб} = 354$ МэВ эквивалентно $k = 408$ МэВ. Уравнение $\mathcal{F}(s) = 0$ дает $kb = \pi$. Таким образом, параметр $b = 1.52$ фм полностью определен. Поскольку $\mathcal{F}(s_p) = 0$, когда $\Re \Pi(s_p) = 0$, уравнение (2.2.4) упрощается до уравнения $\Lambda(s_p) = 0$. $\Lambda(s)$ обращается в нуль, когда $s_d = M_d^2$. Компаунд состояние проявляет себя как примитив с массой $M_\alpha = 2\sqrt{k^2 + m^2} = 2047$ МэВ.

Параметризация обеспечивает существование дейтонного полюса при выполнении условия

$$\gamma = -\kappa\Pi(s_d) > 0. \quad (2.3.4)$$

Нефизические нули D функции устраняются наложением ограничений на коэффициенты c_p . Легко показать, что $\Im D(s) \sim \Im s$ и что коэффициент пропорциональности положителен при $c_p > 0$. В этом случае $D(s)$ не имеет нулей при $\Im s \neq 0$. Предстоит еще проверить действительную полуось $(-\infty, s_0)$. Производная $D(s)$ положительна ниже порога. $D(s)$ пересекает вещественную ось в точке $s = s_d < s_0$. Это единственный нуль D функции при условии, что $\Lambda(s)$ не имеет полюсов при $s < s_0$. Поскольку $\kappa^{-1}\Lambda^{-1}(s_d) = -1/\gamma < 0$, $\Lambda^{-1}(s)' < 0$ и $\Lambda^{-1}(s)$ не имеет полюсов при $s < s_0$ по построению, условие $\Lambda^{-1}(-\infty) < 0$ является достаточными для исключения нефизических нулей D функции. Окончательно получаем, что c_p удовлетворяет ограничению

$$0 < c_p < c_p^{\max} = \frac{s_p - s_d}{\gamma r_p}. \quad (2.3.5)$$

На рисунке 9 (а) показан фазовый сдвиг в канале 3S_1 как функция кинетической энергии протонов для $c_p = 0.9c_p^{\max}$. Результаты сравниваются с парциальным анализом. Для pn системы $s = s_0 + 2m_n T_{lab}$, где m_n - масса нейтрона. КДД полюс находится при $M = 3203$ МэВ. Рождения пионов возможно при $T_{lab} > 280$ МэВ, неупругость мала вплоть до энергий порядка 350 МэВ.

На рисунке 9 (с) показаны величины $\Re D(s)$ и $\Im D(s)$ как функции T_{lab} . $\Re D(s)$ имеет один нуль ниже s_0 , соответствующий дейтрону. Второй нуль при $s > s_0$ с $\Im D(s) \neq 0$ и отрицательным наклоном $\Re D(s)$ обеспечивает пересечения уровня $\delta(s) = \pi$. Третий нуль соответствует примитиву.

В канале 1S_0 фазовый сдвиг равен нулю при $T_{lab} = 265$ МэВ. Те же рассуждения, что прежде, дают $b = 1.76$ фм и $M_\alpha = 2006$ МэВ.

$\Lambda^{-1}(s)$ имеет вид (2.11), в котором следует заменить s_d на $s_0 = 4m^2$. Вблизи порога $\kappa D(s) = -\gamma + 1 + ikb + \dots$. С другой стороны

$$D(s) \sim 1 - i\delta(k) + \dots = 1 - ika + \dots,$$

где $a = 23.56$ фм - длина рассеяния. Следует требовать

$$\gamma = 1 + \frac{b}{a}. \quad (2.3.6)$$

Функция $D(s)$ не имеет нулей для комплексных значений s . Ее производная положительна для действительных значений $s < s_0$. Для того чтобы исключить нефизические нули, достаточно потребовать

$$\kappa D(-\infty) = \frac{1}{\frac{c_p r_p}{s_0 - s_p} - \frac{1}{\gamma}} < \kappa D(s_0) = 1 - \gamma < 0. \quad (2.3.7)$$

Второе неравенство выполнено, первое дает $c_p < \min(c_p^{\max}, c_p^{\max} / (\gamma - 1))$. Поскольку $b \ll a$, условие сводится к неравенству (2.3.5), где s_d следует заменить на s_0 .

На рисунке 9 (b) показано поведение фазы pn рассеяния в канале 1S_0 в сравнении с экспериментальными данными как функция кинетической энергии протонов для $c_p = 0.9c_p^{\max}$. КДД полюс возникает при $M = 2916$ МэВ.

Реальная и мнимая части D функции показаны на рисунке 9 (d). Они обращаются в нуль в точках $s = s_p$, что наряду с пересечением уровня $\delta(s) = 0 \pmod{\pi}$ с отрицательным наклоном является признаком примитива.

Значения b и M_α близки к значениям, полученным ранее в работах [125] - [127].

Бенджаминс и ван Дейк [164] использовали гибридную модель Ли с одним компаунд состоянием в каждом из s -каналов для описания нуклон-нуклонных фаз ниже $T_{лаб} = 500$ МэВ. Авторы воспроизвели параметры, связанные с дей-

троном и виртуальным синглетным уровнем. Модель не имеет явных КДД полюсов и примитивов. Тем не менее, она может быть переформулирована в терминах модели СКМ с одним КДД полюсом и двумя компаунд состояниями, один из которых соответствует примитиву, второй с высокой массой – резонансу [60] (более подробно см. [170]).

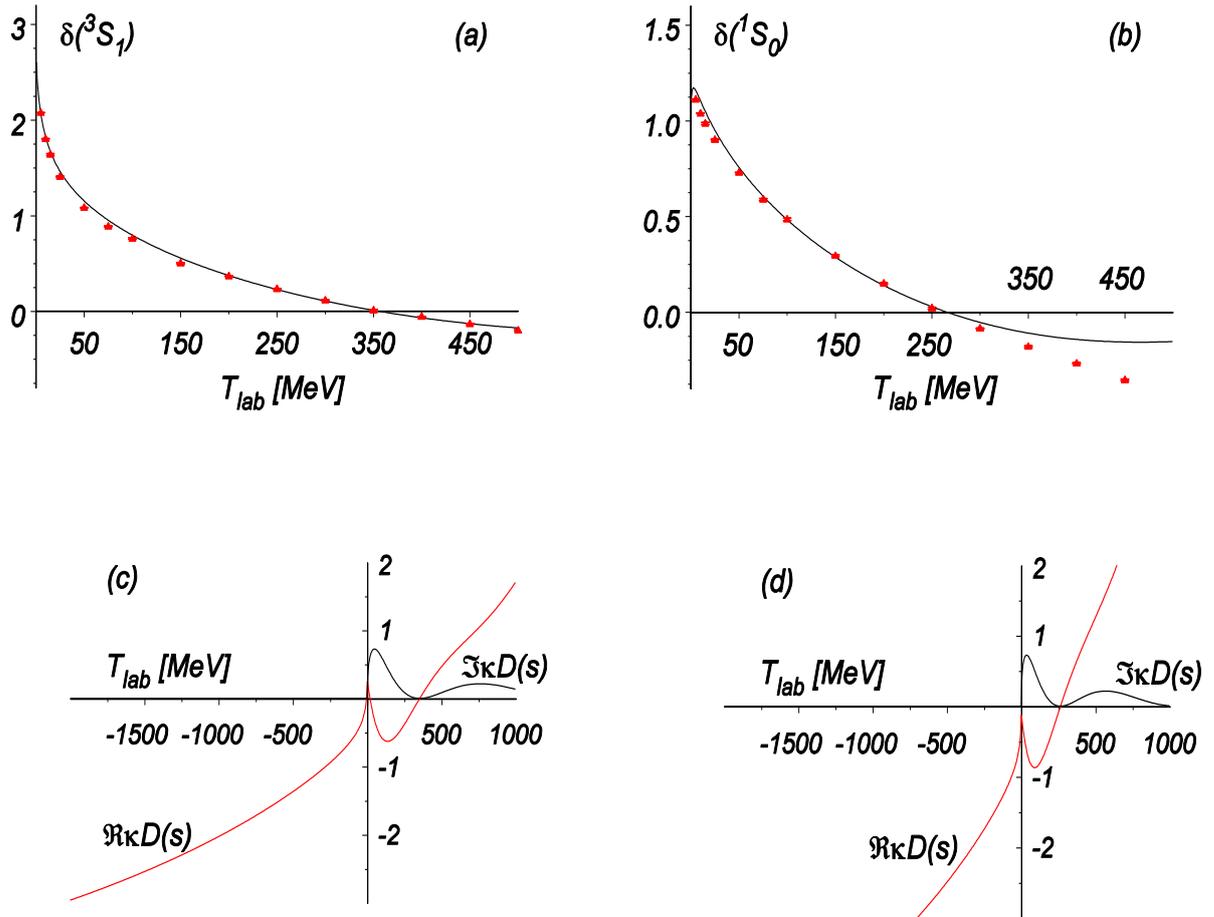


Рисунок 9. Зависимость 3S_1 и 1S_0 фаз рассеяния в радианах (верхняя панель) и реальная и мнимая части D функции (нижняя панель) от кинетической энергии протона. Сплошные кривые соответствуют параметризации релятивистской

модели СКМ. Экспериментальные фазы изображены треугольниками.

Резонансы и примитивы не существуют как асимптотические состояния. В диаграммах Фейнмана пропагаторы примитивов $1/(s - M_\alpha^2)$ умножаются на форм-факторы $\mathcal{F}(s)$. Такие комбинации не имеют полюса при $s = M_\alpha^2$.

Таким образом, мы пересмотрели физический смысл КДД полюсов. В общем случае КДД полюса соответствуют связанным состояниям, резонансам и примитивам. Примитивы - это полюса P матрицы, которые являются нулями D функции на унитарном разрезе и которые не проявляют себя как полюса S матрицы. Уравнение Лоу было обобщено для амплитуд с примитивами. КДД полюса примитивного типа возможны в системах с отталкиванием. В 3S_1 и 1S_0 нуклонных каналах КДД полюса возникают при $M = 3203$ и 2916 МэВ, соответственно. Они связаны с примитивами с массой $M_\alpha = 2047$ и 2006 МэВ. Модель, которую мы представили, обеспечивает правильные аналитические свойства амплитуды на первом листе римановой поверхности комплексной s -плоскости, при этом амплитуда удовлетворяет обобщенному уравнению Лоу.

2.4 Точно решаемая модель бозе-эйнштейновской конденсации двух-фермионных резонансов в ферми-жидкости

Точно решаемые модели обеспечивают проверку приближенных методов решения задач и представляют поэтому значительный интерес. Приближенные методы могут далее применяться к задачам, аналитические решения которых найти не удастся. Одномерные модели часто предоставляют единственную возможность изучить системы многих тел с взаимодействием, выходя за рамки теории возмущений.

Открытие конденсата Бозе-Эйнштейна в разбавленных парах атомов рубидия-87 [174] стимулировало новый интерес к явлению бозе-конденсации и описанию этого явления. Уже некоторое время назад было отмечено, что энергетический спектр одномерного газа бозе-частиц с бесконечным отталкиванием идентичен спектру идеального газа Ферми [175]. Лиебом и Линигером [176] и Лиебом [177] было найдено и исследовано точное аналитическое решение для одномерного бозе-газа газа взаимодействующих частиц с отталкивающим потенциалом в виде дельта-функции $V(x) = \alpha\delta(x)$. Модель Джирардеу [175] является частным случаем модели Лиеба и Линигера, так как в пределе $\alpha \rightarrow \infty$ частицы не проникают друг в друга. Качественные особенности энергетического спектра при конечных значениях α остаются неизменными. Термодинамические свойства бозе-газа с потенциалом взаимодействия $V(x) = \alpha\delta(x)$ обсуждались в работе [178].

Возникновение бозе-эйнштейновской конденсации двух-фермионных резонансов смягчает уравнение состояния. Этот эффект удается воспроизвести в одномерной точно решаемой модели. Предыдущие результаты [176], [177] получены для потенциального взаимодействия типа дельта-функции. Мы покажем, что одномерные модели допускают точные решения для более широкого класса сингулярных потенциалов нулевого радиуса, в том числе для тех, которые приводят к резонансам в двух-фермионном канале.

При достаточно общих условиях образование бозе-конденсата в одномерных и двумерных системах исключается теоремой Хохенберга [179]. Известен следующий простой аргумент. Число надконденсатных бозонов идеального газа в пространстве n измерений дается выражением

$$N_{E>M} = \int \frac{L^n d^n p}{(2\pi)^n} \frac{1}{e^{(E-M)/T} - 1},$$

где $E = (\mathbf{p}^2 + M^2)^{1/2}$ – энергия бозона, L – размер ящика, T – температура. При $n = 1$ интеграл расходится в инфракрасной области. Отсутствие бозе-конденсата в одномерном пространстве подтверждается фермиевским характером импульсного распределения бозе-частиц (см. [175] - [177] и раздел 2.5.2).

Известно, что теорема Хохенберга не работает в неоднородных низкоразмерных системах. Бозе-конденсация имеет место в одномерном газе невзаимодействующих бозонов в присутствии гравитационного поля [180] и в некоторых других случаях [181], [182].

Свойства одномерных ферми-систем, в которых фермионы взаимодействуют резонансным образом, как следует из точных решений раздела 2.5.5, интерпретируются в терминах бозе-конденсации двух-фермионных резонансов. В эффективной теории с бозе-конденсацией резонансов расходимость интеграла $N_{E>M}$ обрезается, очевидно, шириной двух-фермионного резонанса.

2.5.1 Бете анзац

Мы ищем точные решения уравнения Шредингера для N -частичной системы

$$\left(\sum_i \frac{\hat{p}_i^2}{2m} + \sum_{i<j} V(x_i - x_j) \right) \Psi(x_1, \dots, x_N) = E \Psi(x_1, \dots, x_N) \quad (2.4.1)$$

на интервале $x \in [0, L]$. N частиц с массой m считаются бозонами, поэтому волновая функция $\Psi(x_1, \dots, x_N)$ симметрична относительно перестановки любой пары ее аргументов. Потенциал обращается в нуль при условии $|x_i - x_j| > a$.

В конечном итоге мы перейдем к пределу $V(x) \rightarrow \infty$ при $|x| < a$ и $a \rightarrow 0$. В этом пределе существует широкий класс двух-частичных S матриц. Рассматриваемая задача имеет много общего с одномерной моделью Гейзенберга для

ферромагнетика, где взаимодействуют ближайшие соседи. Эта задача впервые была решена Бете [183].

На волновую функцию накладываются периодические граничные условия

$$\Psi(x_1, \dots, x_j = 0, \dots, x_N) = \Psi(x_1, \dots, x_j = L, \dots, x_N) \quad (2.4.2)$$

для всех j . Не трудно видеть, что функция

$$\chi(x_1, \dots, x_N) = \exp(i \sum_{j=1}^N k_j x_j) \quad (2.4.3)$$

удовлетворяет уравнению Шредингера при $a \ll |x_i - x_j|$, когда для любой пары аргументов $V(x_i - x_j) = 0$. Энергия системы равна

$$E = \sum_{j=1}^N \frac{k_j^2}{2m}.$$

(2.4.4)

Очевидно, любая функция, которая отличается от функции (2.4.3) перестановкой импульсов $(k_1, \dots, k_N) \rightarrow (k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_N})$, удовлетворяет тому же уравнению и имеет ту же энергию. Задача сводится, следовательно,

- к определению веса компонент $(k_{\alpha_1}, \dots, k_{\alpha_N})$ в областях интегрируемости, где волновая функция - суперпозиция плоских волн,
- симметризации выражения (2.4.3),
- учету периодических граничных условий, и, наконец,
- к выводу многомерного аналога правила квантования Бора-Зоммерфельда.

Упорядочим аргументы волновой функции в возрастающей последовательности, например, $x_5 < x_1 < x_3 < \dots < x_{12}$. Номера (5,1,3,...,12) представляют собой некоторый набор целых чисел $(\gamma_1, \dots, \gamma_N)$, γ_i - номер аргумента, который занимает i -е место в упорядоченной последовательности. Каждой A -области, по определению, может быть поставлен в соответствие набор целых чисел $(\gamma_1, \dots, \gamma_N)$,

который является перестановкой $(1, \dots, N)$. Существует $N!$ таких областей. Каждая из них фиксируется набором неравенств

$$x_{\gamma_j} + a < x_{\gamma_{j+1}} \quad (2.4.5)$$

для $j = 1 \dots N - 1$. Решения уравнения Шредингера в области $(\gamma_1, \dots, \gamma_N)$ могут быть записаны в виде

$$\Psi(x_1, \dots, x_N) = \sum_{\alpha_1 \dots \alpha_N} C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_N} \exp(i \sum_{j=1}^N k_j x_j). \quad (2.4.6)$$

Сумма берется по всем $N!$ перестановкам (k_1, \dots, k_N) . Предполагается, что все импульсы k_i разные. Как будет показано ниже, это - общий случай.

Волновая функция в конечных потенциалах является суперпозицией состояний с различными наборами импульсов $\{k_i\}$. В пределе $a \rightarrow 0$, однако, выживает только один набор $\{k_i\}$. Условие $a \rightarrow 0$ является необходимым условием полноты разложения по плоским волнам в A -областях.

Рассмотрим периодические граничные условия. Пусть множество аргументов волновой функции в левой части уравнения (2.4.2) относится к области $(\gamma_1, \dots, \gamma_N)$, тогда $\gamma_1 = j$ в силу условия $x_j = 0$. Набор аргументов волновой функции в правой части уравнения (2.4.2) указывает на принадлежность к области $(\lambda_1, \dots, \lambda_N)$. Ясно, что $\lambda_i = \gamma_i + 1$ для $i < N$, $\lambda_N = \gamma_1$ из-за условия $x_j = L$. Члены суммы (2.4.6) являются линейно независимыми. Таким образом, периодическое граничное условие (2.4.2) может быть однозначно спроектировано на коэффициенты разложения:

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_{N-1} \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_{N-1} \gamma_N} = C_{\alpha_2 \dots \alpha_N \alpha_1}^{\gamma_2 \dots \gamma_N \gamma_1} \exp(ik_{\alpha_1} L). \quad (2.4.7)$$

Проиллюстрируем это свойство на примере. Пусть $N = 2$, $j = 1$, тогда

$$\begin{aligned} \Psi(0, x_2) &= C_{12}^{12} \exp(ik_2 x_2) + C_{21}^{12} \exp(ik_1 x_2), \\ \Psi(L, x_2) &= C_{12}^{21} \exp(ik_1 x_2 + ik_2 L) + C_{21}^{21} \exp(ik_2 x_2 + ik_1 L). \end{aligned}$$

Из условия $\Psi(0, x_2) = \Psi(L, x_2)$ вытекает

$$C_{12}^{12} = C_{21}^{21} \exp(ik_1 L),$$

$$C_{21}^{12} = C_{12}^{21} \exp(ik_2 L).$$

При перестановке координат $x_{\gamma_s} \leftrightarrow x_{\gamma_r}$ одна область интегрируемости переходит в другую. Условия симметрии для волновых функций при перестановке аргументов могут быть сформулированы в терминах коэффициентов разложения в следующем виде

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \dots \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \dots \gamma_r \dots \gamma_N} = C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \dots \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_r \dots \gamma_s \dots \gamma_N}. \quad (2.4.8)$$

Проиллюстрируем это на примере. Действительно, для $N = 2$ и $x_1 < x_2$, мы получаем

$$\Psi(x_1, x_2) = C_{12}^{12} \exp(ik_1 x_1 + ik_2 x_2) + C_{21}^{12} \exp(ik_2 x_1 + ik_1 x_2),$$

$$\Psi(x_2, x_1) = C_{12}^{21} \exp(ik_1 x_1 + ik_2 x_2) + C_{21}^{21} \exp(ik_2 x_1 + ik_1 x_2).$$

Условие $\Psi(x_1, x_2) = \Psi(x_2, x_1)$ означает $C_{12}^{12} = C_{12}^{21}$, $C_{21}^{12} = C_{21}^{21}$.

Рассмотрим теперь условия сшивки волновых функций на границе двух A -областей конфигурационного пространства. Рассмотрим области Γ_{\pm} , которые могут быть получены друг из друга перестановкой аргументов x_{γ_s} и x_{γ_r} таких, что $s \pm 1 = r$. В последовательности возрастающих аргументов значения x_{γ_s} и x_{γ_r} занимают соседние места. В области Γ_+ x_{γ_r} находится справа, то есть $s + 1 = r$, в то время как в области Γ_- x_{γ_r} находится слева, то есть $s - 1 = r$. Пусть теперь $\xi_1 = x_{\gamma_s}$, $\xi_2 = x_{\gamma_r}$. Объединим области Γ_+ и Γ_- и снимем ограничение $|\xi_1 - \xi_2| > a$. В полученной области (далее – область Γ), ищем решения уравнения Шредингера в виде

$$\exp(i \sum_{j=1}^N k_j x_j) \chi(\xi_1, \xi_2). \quad (2.4.9)$$

Сумма распространяется на $j \neq s, r$. Пусть $q_1 = k_{\alpha_s}$, $q_2 = k_{\alpha_r}$. В области Γ функция $\chi(\xi_1, \xi_2)$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + V(\xi_1 - \xi_2) \right) \chi(\xi_1, \xi_2) = E' \chi(\xi_1, \xi_2), \quad (2.4.10)$$

где $E' = \frac{q_1^2}{2m} + \frac{q_2^2}{2m}$. Интервал $|\xi_1 - \xi_2| < a$, в котором потенциал отличен от нуля, интересен лишь для определения условий сшивки. В переменных полного и относительного импульса частиц, $K = q_1 + q_2$ и $k = (q_2 - q_1) / 2$, координат центра масс $X = (\xi_1 + \xi_2) / 2$ и расстояния $x = \xi_2 - \xi_1$ величина $\chi(\xi_1, \xi_2)$ при $x < -a$ может быть записана в виде

$$\exp(iq_1 \xi_1 + iq_2 \xi_2) = \exp(iKX + ikx). \quad (2.4.11)$$

Если входящая плоская волна $\exp(ikx)$ является частью решения, то исходящая плоская волна равна

$$\exp(iKX - ikx) = \exp(iq_2 \xi_1 + iq_1 \xi_2). \quad (2.4.12)$$

Эти две волны отличаются друг от друга перестановкой импульсов q_1 и q_2 . Мы не получим дополнительных решений в сравнении с теми, которые описываются уравнением (2.4.6). Учитывая, что коэффициенты разложения плоских волн при $x < -a$ (область Γ) известны, можно восстановить коэффициенты разложения при $x > a$ (область Γ_+).

Существуют, следовательно, два линейно независимых решения, в качестве которых можно выбрать решения, симметричные и антисимметричные при замене $x \leftrightarrow -x$ ($\xi_1 \leftrightarrow \xi_2$):

$$\chi_{\pm}(\xi_1, \xi_2) = \exp(iKX) \begin{cases} e^{ikx} + S_+(k)e^{-ikx}; & x < -a \text{ (region } \Gamma_-) \\ S_+(k)e^{ikx} + e^{-ikx}; & x > a \text{ (region } \Gamma_+) \end{cases} \quad (2.4.13)$$

$$\chi_{-}(\xi_1, \xi_2) = \exp(iKX) \begin{cases} e^{ikx} - S_{-}(k)e^{-ikx}; & x < -a \text{ (region } \Gamma_{-}) \\ S_{-}(k)e^{ikx} - e^{-ikx}; & x > a \text{ (region } \Gamma_{+}). \end{cases} \quad (2.4.14)$$

Если решение для падающей слева плоской волны представить в привычном виде

$$\chi_{in}(\xi_1, \xi_2) = \exp(iKX) \begin{cases} e^{ikx} + A(k)e^{-ikx}; & x < -a \text{ (region } \Gamma_{-}), \\ B(k)e^{ikx}; & x > a \text{ (region } \Gamma_{+}), \end{cases}$$

то величины $S_{\pm}(k)$ можно выразить через амплитуды отражения $A(k)$ и прохождения $B(k)$:

$$\begin{aligned} S_{+}(k) &= A(k) + B(k), \\ S_{-}(k) &= -A(k) + B(k). \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения в двух соседних областях интегрируемости связаны «матрицами рассеяния» $S_{\pm}(k)$. Эквивалентным образом задача может быть переформулирована для полуоси $x \in (-\infty, 0]$ с граничным условием $\chi_{+}(X, 0)' = 0$ в симметричном случае и с граничным условием $\chi_{+}(X, 0) = 0$ в антисимметричном случае (также на полуоси $[0, +\infty)$). В силу того, что $j \propto \chi\chi'$, плотность тока частиц при $x = 0$ обращается в нуль, как для симметричных, так и антисимметричных решений. Из сохранения числа частиц следует, что абсолютная величина S матрицы равна единице, если импульсы вещественны.

Связанным состояниям отвечают полюса на верхней мнимой полуоси, виртуальные уровни описываются полюсами на нижней мнимой полуоси. Полюса в нижней полуплоскости соответствуют резонансам. Нас интересует именно этот случай.

Для волновых функций общего вида $\chi(X, x) = C_{+}\chi_{+}(X, x) + C_{-}\chi_{-}(X, x)$ коэффициенты разложения входящих e^{ikx} и исходящих e^{-ikx} волн связаны однозначно разложением в областях Γ_{-} ($x < -a$) и Γ_{+} ($x > -a$). Коэффициенты

разложения выражаются через матрицы рассеяния, которые могут быть получены в результате решения уравнения (2.5.10) на отрезке $|\xi_2 - \xi_1| < a$ и последующей сшивки со свободными решениями. Мы предполагаем, что эта задача уже решена, и матрицы рассеяния известны. В уравнении (2.5.13) знаки устанавливаются в соответствии с соглашением, что для свободных частиц $S_{\pm}(k) = 1$ и $\chi_+(X, x) \propto \cos(kx)$, $\chi_-(X, x) \propto \sin(kx)$.

Отождествляя компоненты волновой функции в соответствии с коэффициентами разложения в уравнении (2.4.6), получаем

$$\begin{aligned}
C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N} &= C_+ S_+ + C_- S_- \quad (\text{region } \Gamma_+, \text{ wave } e^{ikx}), \\
C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N} &= C_+ - C_- \quad (\text{region } \Gamma_+, \text{ wave } e^{-ikx}), \\
C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_r \gamma_s \dots \gamma_N} &= C_+ + C_- \quad (\text{region } \Gamma_-, \text{ wave } e^{ikx}), \\
C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_r \gamma_s \dots \gamma_N} &= C_+ S_+ - C_- S_- \quad (\text{region } \Gamma_-, \text{ wave } e^{-ikx}),
\end{aligned} \tag{2.4.15}$$

где $S_{\pm} = S_{\pm}((k_{\alpha_r} - k_{\alpha_s})/2)$. Эта система является переопределенной. Тем не менее, она дает полностью самосогласованное решение. Из этих уравнений получаем

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_r \gamma_s \dots \gamma_N} = \frac{S_- - S_+}{S_- + S_+} C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N} + \frac{2}{S_- + S_+} C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N}. \tag{2.4.16}$$

Объединяя условия (2.5.8) и (2.5.16), получаем

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N} = S_+((k_{\alpha_r} - k_{\alpha_s})/2) C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N}. \tag{2.4.17}$$

Если сделаем еще одну перестановку индексов α_s, α_r , получим первоначальное выражение в силу условия $S_+(k)S_+(-k) = S_+(k)S_+^*(k) = 1$, что завершает проверку непротиворечивости.

2.5.2 Правила квантования

Покажем, что все коэффициенты разложения $C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_N}$ выражаются через единственный коэффициент $C_{1 \dots N}^{1 \dots N}$.

С помощью уравнения (2.5.8) верхние индексы могут быть упорядочены в последовательность $(1, \dots, N)$. Коэффициенты разложения, которые получаются друг из друга перестановкой соседних индексов, связаны уравнением (2.5.17). Любой набор индексов $(\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ можно получить из набора $(1, \dots, N)$ перестановкой соседних индексов. Все коэффициенты разложения $C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{1 \dots N}$ выражаются, следовательно, через $C_{1 \dots N}^{1 \dots N}$.

Остается убедиться, что различные последовательности парных перестановок, преобразующие $(1, \dots, N)$ в $(\alpha_1, \dots, \alpha_N)$, дают одинаковый результат. Пусть P_1 и P_2 - две таких перестановки. Очевидно, что перестановка $P_1 \times P_2^{-1}$ - тождественное преобразование. В этой последовательности каждая пара индексов меняется местами четное число раз. Поскольку $S_+((k_{\alpha_r} - k_{\alpha_s}) / 2) S_+((k_{\alpha_s} - k_{\alpha_r}) / 2) = 1$, мы получаем тождество $C_{1 \dots N}^{1 \dots N} = C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{1 \dots N}$. Обозначая результат преобразования P_1 через

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{1 \dots N} = \alpha C_{1 \dots N}^{1 \dots N} \quad (2.4.18)$$

и результат преобразования P_1^{-1} через

$$C_{1 \dots N}^{1 \dots N} = \beta C_{\alpha_1 \dots \alpha_N}^{1 \dots N}, \quad (2.4.19)$$

получаем $\alpha\beta = 1$. Следовательно, обе перестановки P_1 и P_2 приводят к одному и тому же соотношению.

Фазовый сдвиг $\delta_+(k)$ определяется из уравнения $S_+(k) = \exp(2i\delta_+(k))$. С помощью уравнений (2.5.7), (2.5.8) и (2.5.17) находим обобщенное правило квантования Бора-Зоммерфельда

$$k_j L + \sum_{l \neq j} 2\delta_+ \left(\frac{k_j - k_l}{2} \right) = 2\pi n_j. \quad (2.4.20)$$

Сумма распространяется на $l \neq j$, n_j - целые числа. Это уравнение можно наглядно пояснить следующим образом. При перемещении по замкнутому контуру $[0, L]$, частица j рассеивается поочередно на всех соседях $l \neq j$. При каждом рассеянии ее волновая функция приобретает дополнительную фазу $2\delta_+ \left(\frac{k_j - k_l}{2} \right)$. Когда частица возвращается на прежнее место, ее фаза оказывается равной выражению в левой части уравнения (2.5.20), добавочный член $k_j L$ - результат трансляции. Полная фаза равна целому кратному 2π , поскольку волновая функция частицы однозначна.

Рассмотрим важный случай, когда в S матрице существует один виртуальный уровень:

$$S_+(k) = (k - ik_0) / (k + ik_0),$$

где $k_0 = m\alpha > 0$. Данный вид S матрицы соответствует сингулярному потенциалу $V(x) = \alpha\delta(x)$ (см., например, [184]). Соответственно, $\delta_+(-\infty) = 0$, $\delta_+(+\infty) = 2\pi$, $\delta_+(0) = \pi$, в результате $S_+(0) = -1$. Из представления (2.5.13) видно, что симметричная волновая функция обращается в нуль при $k = 0$ и $S_+(0) = -1$, поэтому все импульсы частиц в наборе (k_1, k_2, \dots, k_N) должны быть разными. Данное ограничение напоминает принцип Паули, хотя мы имеем дело с бозонами. В низшем энергетическом состоянии импульсы, таким образом, заполняют «ферми-сферу». Равенство $S_+(0) = -1$ и, как следствие, данное заполнение имеют место при нечетном числе виртуальных уровней.

Для четного числа уровней, в том числе для нулевого их числа, $S_+(0) = 1$, в результате импульсы на наборе (k_1, k_2, \dots, k_N) могут совпадать. Однако, при выполнении условий $q_1 = q_2$ и $|x| > a$ уравнение (2.5.10) имеет общее реше-

ние вида $\chi_+(X, x) = (a + bx)\exp(iKX)$ с коэффициентом $b \neq 0$. По этой причине невозможно удовлетворить периодичным граничным условиям. Ненулевые значения b соответствуют состояниям рассеяния с нулевой энергией. Случай $b = 0$ является исключительным и неустойчивым. Мы, таким образом, рассматриваем потенциалы общего вида, для которых импульсы в наборе (k_1, k_2, \dots, k_N) попарно различны.

2.5.3 Термодинамический предел

В термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$ плотность числа частиц $\rho = N / L$ фиксирована, частицы занимают ферми-сферу. Сумма по всем частицам может быть представлена в виде интеграла по импульсам с некоторой весовой функцией $f(k)$

$$\sum \rightarrow \int \frac{Ldk}{2\pi} f(k),$$

где $Lf(k)dk / (2\pi)$ - число состояний в интервале dk . Функция распределения может быть найдена из уравнения

$$f(k) = 1 + \int_{-p_F}^{p_F} \frac{dk'}{2\pi} f(k') \delta'_+ \left(\frac{k - k'}{2} \right), \quad (2.4.21)$$

где $\delta'_+((k - k') / 2)$ - производная фазы рассеяния. Это уравнение получено из уравнения (2.5.20) для разности фаз частиц с соседними номерами j и $j + 1$ с учетом условия $n_{j+1} - n_j = 1$.

Уравнение (2.5.21) обобщает соответствующее уравнение работы [176] на произвольные сингулярные потенциалы нулевого радиуса.

2.5.4 Точно решаемые модели ферми-систем

Задача построения волновых функций ферми-систем решается по аналогии с бозе-газом в том случае, когда спины фермионов выстроены в одном

направлении. Такая ситуация соответствует парному взаимодействию в триплетном состоянии. Спиновая часть волновой функции системы симметрична, координатная часть антисимметрична при перестановке частиц.

Периодические граничные условия (2.5.7) не изменяются. Граничные условия выбраны, очевидно, из соображений удобства. В термодинамическом пределе они не влияют на свойства системы. Условия антисимметрии волновой функции приводят к соотношениям

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \dots \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \dots \gamma_r \dots \gamma_N} = -C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \dots \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_r \dots \gamma_s \dots \gamma_N}. \quad (2.4.22)$$

В сравнении с бозе-газом правая часть приобретает знак минус.

Сшивка компонент волновой функции в различных областях интегрируемости выполняется так же, как для бозонов. Соотношения (2.5.16) по-прежнему верны. С учетом (2.5.16) находим

$$C_{\alpha_1 \dots \alpha_s \alpha_r \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N} = S_-((k_{\alpha_r} - k_{\alpha_s}) / 2) C_{\alpha_1 \dots \alpha_r \alpha_s \dots \alpha_N}^{\gamma_1 \dots \gamma_s \gamma_r \dots \gamma_N}. \quad (2.4.23)$$

Коэффициенты разложения связаны S матрицей $S_-(k)$, которая описывает рассеяние на положительной полуоси с граничным условием $\chi(0) = 0$. $S_-(k)$ обладает свойствами S матрицы в трехмерном случае в парциальной волне с нулевым орбитальным моментом.

Обобщенное правило Бора-Зоммерфельда имеет вид, аналогичный уравнению (2.5.20):

$$k_j L + \sum_{l=1}^N 2\delta_- \left(\frac{k_j - k_l}{2} \right) = 2\pi n_j. \quad (2.4.24)$$

Фазовый сдвиг определен условием $S_-(k) = \exp(2i\delta_-(k))$. Суммирование ведется по частицам $l \neq j$, n_j - целые числа.

Следовательно, имеется сходство в поведении бозе-газа и ферми-газа частиц с параллельными спинами. Эта аналогия распространяется далее на

термодинамические соотношения. Результаты раздела 2.5.3 верны для ферми-систем, если провести замену $\delta_+(k) \rightarrow \delta_-(k)$.

В пределе $k \rightarrow 0$ фазы рассеяния $\delta_+(k)$ и $\delta_-(k)$ ведут себя по-разному. Для гладких потенциалов условие непрерывности логарифмической производной при $x = a$ в симметричном и антисимметричном случаях имеет вид, соответственно,

$$k \tan(ka + \delta_+(k)) = \kappa_+, \quad (2.4.25)$$

$$k \cot(ka + \delta_-(k)) = \kappa_-, \quad (2.4.26)$$

где κ_{\pm} не зависят от импульса, если $k \ll \kappa_{\pm}$. При малых k фазы рассеяния ведут себя следующим образом:

$$\delta_+(k) = -ka + \arctan(\kappa_+ / k), \quad (2.4.27)$$

$$\delta_-(k) = -ka + \operatorname{arccot}(\kappa_- / k). \quad (2.4.28)$$

В пределе $a \rightarrow 0$ и для произвольно малых конечных величин κ_{\pm} находим

$$\delta_+(k) \rightarrow \pi\theta(k), \quad (2.4.29)$$

$$\delta_-(k) \rightarrow 0. \quad (2.4.30)$$

В режиме слабой связи (величина κ_{\pm} мала) условия квантования (2.5.17) для симметричного случая остаются нетривиальными, поскольку дискретное условие $n_{j+1} - n_j = 1$ в любом случае невозможно изменить адиабатически. Условие (2.5.21) также остается нетривиальным, поскольку производная $\delta_+(k)$ пропорциональна дельта-функции. Данный характер режима слабой связи приводит к неаналитичности наблюдаемых при $\kappa_{\pm} = 0$. При изменении знака потенциала отталкивание заменяется притяжением. В бозе-системах притяжение, как известно, приводит к неустойчивой неустойчивости.

Согласно уравнению (2.5.30) фаза $\delta_-(k)$ и ее производные обращаются в нуль при $\kappa_- \rightarrow 0$, после чего условия квантования принимают простой вид

$k_j L = 2\pi n_j$. Режим слабой связи для фермионов, следовательно, хорошо определен, он описывает свободный случай. Поскольку притяжение в ферми системах приводит к сверхпроводимости, здесь также имеется неаналитичность по потенциалу взаимодействия.

2.5.5 Бозе-эйнштейновская конденсация двух-фермионных резонансов

В этом разделе рассмотрена задача, представляющую непосредственный физический интерес. По-прежнему мы имеем дело с системой фермионов, спины которых выстроены в одном направлении. Предположим, что в двух-фермионном канале имеется резонанс, соответствующий импульсу в системе центра $k_0 = k_1 - ik_2$, где k_1 and k_2 - вещественные, положительные числа. Можно ожидать, что при увеличении ферми-импульса k_F до величины k_1 начинается бозе-эйнштейновская конденсация резонансов. На качественном уровне этот сценарий обсуждался в разделе 2.1.

Их общих соображений ясно, что конденсация резонансов должна проявлять себя в увеличении функции распределения $f(k)$ вблизи ферми-поверхности, поскольку в бозе-конденсате резонансы покоятся, а составляющие их фермионы имеют импульсы вблизи $k \approx k_1 \approx k_F$. Эффект должен быть более ярким для узких резонансов и размываться, когда ширина резонансов увеличивается.

Вблизи резонанса S матрица может быть параметризована в виде

$$S_-(k) = \frac{(k + k_0)(k - k_0^*)}{(k + k_0^*)(k - k_0)}, \quad (2.4.31)$$

S матрица такого вида соответствует некоторому сингулярному потенциалу конечного радиуса.

На Рис. 10 показаны результаты расчета функции $f(k)$ для различных значений ферми-импульса k_F от 0.64 до 1.6 с шагом 0.12. Система

характеризуется S матрицей вида (2.4.31) с импульсом резонанса $k_1 = 1$, и малой шириной $k_2 = 0.05$.

При $k_F \ll k_1 = 1$ функция распределения фермионов $f(k)$ близка к функции распределения фермионов идеального ферми-газа, то есть к ступенчатой функции.

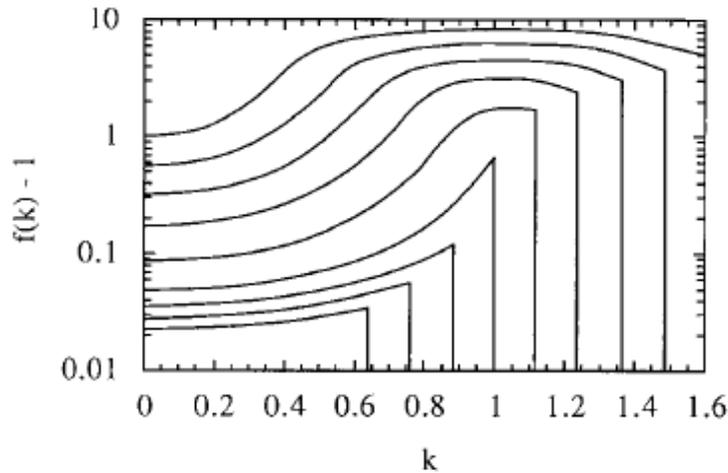


Рисунок 10. Функция распределения фермионов по импульсам для разных значений ферми-импульса $k (= k_F)$.

При увеличении ферми-импульса до $k_1 = 1$ возникают условия для рождения резонансов. $f(k)$ увеличивается вблизи ферми-поверхности. Этот эффект естественно интерпретировать, как проявление бозе-эйнштейновской конденсации резонансов. Величина k_2 измеряет разброс импульсов фермионов в резонансе.

Когда ферми-импульс увеличивается далее и становится заметно выше k_1 , функция распределения в окрестности k_F принимает пологий вид. Если бы все резонансы находились в бозе-конденсате, ширина плато всегда имела бы порядок k_2 . Однако, ширина плато растет с ростом ферми-импульса. Данное

поведение можно интерпретировать как проявление того обстоятельства, что часть резонансов находится вне конденсата, что типично для газа взаимодействующих бозонов [185]. Доля резонансов вне конденсата, очевидно, растет с ростом плотности. Эти резонансы дают вклад в давление.

Возникновение бозе-конденсата смягчает уравнение состояния. С ростом плотности n давление p растет медленнее. Этот эффект ясно виден на Рис. 11. Резкое изменение режима $p = p(n)$ происходит при $k_F = k_1$, где плотность равна $n = 0.36$.

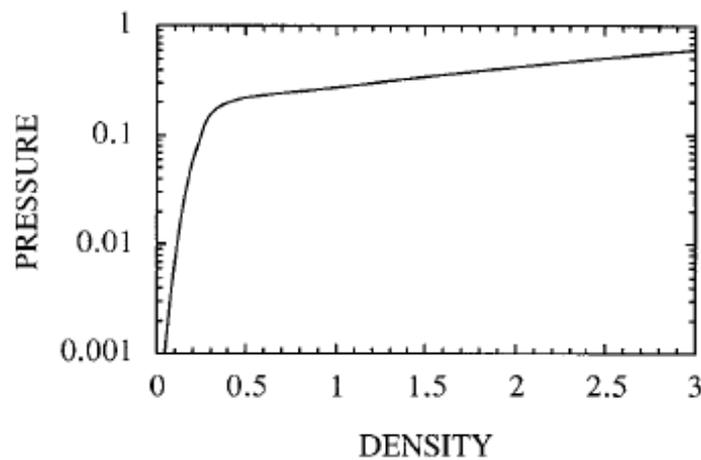


Рисунок 11. Давление в ферми-системе как функция плотности фермионов (в безразмерных единицах, см. текст). Выше критической плотности $n = 0.36$ образования двух-фермионных резонансов изменяется режим роста давления. Уравнение состояния качественно согласуется с уравнением состояния на Рис. 7.

Для широких резонансов производная фазы рассеяния в уравнении (2.5.21) мала, функция распределения $f(k)$ близка к единице, следовательно, эффект резонансов на уравнение состояния незначителен.

Мы показали, что для широкого класса сингулярных потенциалов нулевого радиуса свойства одномерных бозе- и некоторых ферми-систем могут быть определены точно (численно) вне рамок теории возмущений. Решения выражаются через фазовые сдвиги двух-частичного рассеяния. Одномерные ферми-системы могут быть проанализированы точно, если спины фермионов выстроены в одном направлении.

Мы провели анализ ферми-системы с одним резонансом в двух-фермионном канале. В рассматриваемой модели принцип Паули и составной характер резонансов учитываются точно. Мы наблюдаем рост функции распределения фермионов в непосредственной близости от поверхности Ферми при приближении к критической плотности образования резонансов. Образование резонансов, как и ожидалось, сопровождается смягчением уравнения состояния.

Данная точно решаемая модель полностью подтверждает физическую картину поведения бинарной смеси нуклонов и дибарионов, описанную в разделе 2.1.

2.6 Дибарионы в ядерной материи в релятивистской модели среднего поля

Бозе-конденсат дибарионов образуется при высокой плотности. Для того чтобы описать такую систему, необходимо выйти за рамки нерелятивистской теории многих тел. Теоретико-полевые модели, основанные на приближении среднего поля, успешно описывают основные свойства как ядерной материи, так и обычных ядер [186] - [188], [189]. В этом разделе мы исследуем влияние дибарионных резонансов на ядерную материю в рамках модели Валечки [186] в приближении среднего поля. Роль узких дибарионов могут играть как резонансы

нансы, так и примитивы, сошедшие с унитарного разреза в результате взаимодействия с окружающей средой.

Многочисленные успешные феноменологические приложения «квантовой адродинамики» (QHD) [188] показывают, что взаимодействий адронов при больших и средних расстояниях может быть описано в терминах адронных степеней свободы.

Параметры модели Валечки находятся из фитирования свойств ядерной материи при плотности насыщения. После того, как параметры модели фиксированы, другие следствия могут быть получены без каких-либо дополнительных предположений. Включение дибарионов в модель привносит ряд неопределенностей, связанных с отсутствием точной информации о дибарионных массах и константах связи. Тем не менее, как будет показано, некоторые важные выводы можно сделать, не зная точных значений новых параметров: нижний предел на массы дибарионов, вывод об устойчивости основного состояния бинарной смеси нуклонов и дибарионов, ограничения на связи константы σ - и ω -мезонов с дибарионами из существования ядер и массивных нейтронных звезд.

Эффективный лагранжиан содержит нуклоны, взаимодействующие посредством ω - и σ -мезонных обменов. Мы добавляем к лагранжиану Валечки дибарионы, взаимодействующие с нуклонами и друг с другом также посредством ω - и σ -мезонных обменов. Включение дибарионов влечет за собой неопределенность, связанную с отсутствием достоверной информации о дибарионных массах и константах взаимодействия. В то же время примитивы надежно отождествляются на основе на P -матричного формализма. В любом случае существенные выводы можно сделать на достаточно общих основаниях.

Плотность эффективного лагранжиана дается выражением

$$\begin{aligned}
L = & \bar{\Psi}(i\partial_{\mu}\gamma_{\mu} - m_N - g_{\sigma}\sigma - g_{\omega}\omega_{\mu}\gamma_{\mu})\Psi \\
& + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2}m_{\omega}^2\omega_{\mu}^2 - \frac{1}{2}\lambda(\partial_{\mu}\omega_{\mu})^2 \\
& + (\partial_{\mu} - ih_{\omega}\omega_{\mu})\varphi^* (\partial_{\mu} + ih_{\omega}\omega_{\mu})\varphi - (m_D + h_{\sigma}\sigma)^2\varphi^*\varphi.
\end{aligned} \tag{2.6.1}$$

Здесь Ψ - нуклонное поле, ω_{μ} и σ - поля ω - и σ -мезонов, $F_{\mu\nu} = \partial_{\nu}\omega_{\mu} - \partial_{\mu}\omega_{\nu}$, φ - поле дибарионов с квантовыми числами (00^{\pm}) . m_{ω} и m_{σ} - массы и g_{ω} , g_{σ} , h_{ω} , h_{σ} - константы связи ω - и σ -мезонов с нуклонами (g) и дибарионами (h). ω -мезонное поле описывается уравнением Штюкельберга, в пределе $\lambda \rightarrow 0$ мы имеем уравнение Прока. В приближении среднего поля результаты не зависят от величины λ , в этом разделе $\lambda = 0$.

Слагаемое, ответственное за прямую конверсию нуклонов в дибарионы, в эффективном лагранжиане (2.6.1) отсутствует. Для экзотических дибарионов d' и d_1 это требование очевидно. H -частица (дилямбда) взаимодействует с каналом NN через двойной слабый процесс. В этом случае связь мала. Однако, требование химического равновесия должно учитываться при любой сколь угодно малой связи (когда время наблюдения над системой больше времени релаксации).

Уравнения движения, соответствующие лагранжиану (2.6.1), имеют вид

$$\begin{aligned}
(i\hat{\nabla} - m_N - g_{\sigma}\sigma - g_{\omega}\omega_{\mu}\gamma_{\mu})\Psi &= 0, \\
(-\square - m_{\sigma}^2)\sigma &= g_{\sigma}\bar{\Psi}\Psi + 2h_{\sigma}(m_D + h_{\sigma}\sigma)\varphi^*\varphi, \\
((-\square - m_{\omega}^2)g_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu})\omega_{\nu} &= g_{\omega}\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi + h_{\omega}\varphi^*i\overleftrightarrow{\partial}_{\mu}\varphi - 2h_{\omega}^2\omega_{\mu}\varphi^*\varphi, \\
((\partial_{\mu} + ih_{\omega}\omega_{\mu})^2 + (m_D + h_{\sigma}\sigma)^2)\varphi &= 0.
\end{aligned}$$

Бозонные поля можно разложить на c -число и операторную часть:

$$\begin{aligned}
\omega_{\mu} &= g_{\mu 0}\omega_c + \hat{\omega}_{\mu}, \\
\sigma &= \sigma_c + \hat{\sigma}, \\
\varphi &= \varphi_c + \hat{\varphi},
\end{aligned}$$

$$\varphi^* = \varphi_c^* + \hat{\varphi}^*.$$

σ -мезонное среднее поле определяет эффективные массы нуклонов и дибарионов в среде:

$$m_N^* = m_N + g_\sigma \sigma_c,$$

$$m_D^* = m_D + h_\sigma \sigma_c.$$

Барионный ток имеет вид

$$j_\mu^B = j_\mu^N + 2j_\mu^D,$$

где

$$j_\mu^N = \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi,$$

$$j_\mu^D = \varphi^* i \overleftrightarrow{\partial}_\mu \varphi - 2h_\omega \omega_\mu \varphi^* \varphi.$$

ω -мезоны связаны с током согласно

$$j_\mu^\omega = g_\omega j_\mu^N + h_\omega j_\mu^D.$$

Векторная и скалярная плотность нуклонов задаются средними значениями

$$\rho_{NV} = \langle \bar{\Psi}(0) \gamma_0 \Psi(0) \rangle,$$

$$\rho_{NS} = \langle \bar{\Psi}(0) \Psi(0) \rangle.$$

Скалярная плотность дибарионов в конденсате равна

$$\rho_{DS}^c = |\langle \varphi(0) \rangle|^2.$$

Временная эволюция конденсатной части поля дибарионов определяется химическим потенциалом μ_D

$$\varphi_c(t) = e^{-i\mu_D t} \sqrt{\rho_{DS}^c}. \quad (2.6.2)$$

Векторная плотность дибарионов в конденсате дается выражением

$$\rho_{DV}^c = 2\mu_D^* \rho_{DS}^c,$$

где $\mu_D = \mu_D^* + h_\omega \omega_c$.

Существование дибарионного конденсата зависит от значения констант связи дибарионов с ω - и σ -мезонами. Эти константы связи, h_ω и h_σ , входят в потенциал Юкавы.

$$V(r) = \frac{h_\omega^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - \frac{h_\sigma^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r}. \quad (2.6.3)$$

Энергия взаимодействия дибарионов для постоянной плотности $\rho_D(x) = \rho_D$ равна

$$W = \frac{1}{2} \int dx_1 dx_2 \rho_D(x_1) \rho_D(x_2) V(|x_1 - x_2|) = 2\pi N_D \rho_D \left(\frac{h_\omega^2}{4\pi m_\omega^2} - \frac{h_\sigma^2}{4\pi m_\sigma^2} \right), \quad (2.6.4)$$

где N_D - полное число дибарионов. Отрицательное значение W означало бы неустойчивость системы по отношению к сжатию. Величина W положительна, и система устойчива для

$$\frac{h_\omega^2}{4\pi m_\omega^2} > \frac{h_\sigma^2}{4\pi m_\sigma^2}. \quad (2.6.5)$$

В рассматриваемой модели, как в нерелятивистской теории взаимодействующих бозонов, требование устойчивости эквивалентно условию положительности квадрата скорости звука ($a_s^2 > 0$).

Взаимодействие H -частиц изучались на основе нерелятивистской кварковой кластерной модели [190],[191], которая успешно применялась ранее для описания фазовых сдвигов NN рассеяния. Вычисление интеграла (2.5.4) с использованием адиабатического NN потенциала [192] дает отрицательную энергию. Это указывает на то, что бозе-конденсат H -частиц нестабилен относительно сжатия. Константы связи мезонов с H можно определить, фитируя глубину и положение минимума потенциала: $h_\omega^2 = 603.7$ и $h_\sigma^2 = 279.2$.

Константы связи мезонов с d^c и d_1 не известны. В аддитивной картине ω - и σ -мезоны взаимодействуют с нуклонами внутри дибариона. Для дибарионов, которые распадаются по каналу NN , ω - D и σ - D константы связи в два раза больше, чем для нуклонов: $h_\omega = 2g_\omega$ и $h_\sigma = 2g_\sigma$. Скалярный заряд, однако, подавлен лоренц-фактором. Для стандартных параметров модели Валечки $m_\sigma = 520$ МэВ, $g_\omega^2 = 190.4$ и $g_\sigma^2 = 109.6$ неравенство (2.6.5) принимает вид

$$98.85 \left(\frac{h_\omega}{2g_\omega} \right)^2 \text{GeV}^{-2} > 129.0 \left(\frac{h_\sigma}{2g_\sigma} \right)^2 \text{GeV}^{-2}.$$

Аддитивная оценка, таким образом, нарушает условие устойчивости (2.6.5). Обменные токи в свою очередь нарушают аддитивность. Предполагая лишь существование d^c и d_1 , сделать заключение об устойчивости бозе-конденсата не представляется возможным.

Решения среднего поля получаются, если пренебречь операторной частью уравнений движения. Для средних ω - и σ -мезонных полей, мы получаем следующие выражения

$$\omega_c = \frac{g_\omega \rho_{NV} + h_\omega 2\mu_D \rho_{DS}^c}{\tilde{m}_\omega^2} = \frac{g_\omega \rho_{NV} + h_\omega 2\mu_D^* \rho_{DS}^c}{m_\omega^2}, \quad (2.6.6)$$

$$\sigma_c = -\frac{g_\sigma \rho_{NS} + h_\sigma 2m_D \rho_{DS}^c}{\tilde{m}_\sigma^2} = -\frac{g_\sigma \rho_{NS} + h_\sigma 2m_D^* \rho_{DS}^c}{m_\sigma^2}. \quad (2.6.7)$$

Эффективные массы мезонов равны

$$\tilde{m}_\sigma^2 = m_\sigma^2 + 2h_\sigma^2 \rho_{DS}^c, \quad (2.6.8)$$

$$\tilde{m}_\omega^2 = m_\omega^2 + 2h_\omega^2 \rho_{DS}^c. \quad (2.6.9)$$

Подставляя выражение (2.6.2) в уравнения движения для дибарионного поля, получаем

$$\mu_D^* = m_D^*. \quad (2.6.10)$$

Химические потенциалы нуклонов и дибарионов имеют вид

$$\mu_N = E_F^* + g_\omega \omega_c, \quad (2.6.11)$$

$$\mu_D = m_D^* + h_\omega \omega_c, \quad (2.6.12)$$

где $E_F^* = \sqrt{m_N^{*2} + k_F^2}$ - энергия Ферми нуклонов с эффективной массой m_N^* .

Векторная и скалярная плотность нуклонов находятся следующим образом

$$\rho_{NV} = \gamma_N \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \theta(k_F - |\mathbf{k}|), \quad (2.6.13)$$

$$\rho_{NS} = \gamma_N \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{m_N^*}{E^*(\mathbf{k})} \theta(k_F - |\mathbf{k}|). \quad (2.6.14)$$

где γ_N - статистический фактор ($\gamma_N = 2$ в нейтронной материи и $\gamma_N = 4$ в ядерной материи), $E^*(\mathbf{k}) = \sqrt{m_N^{*2} + \mathbf{k}^2}$.

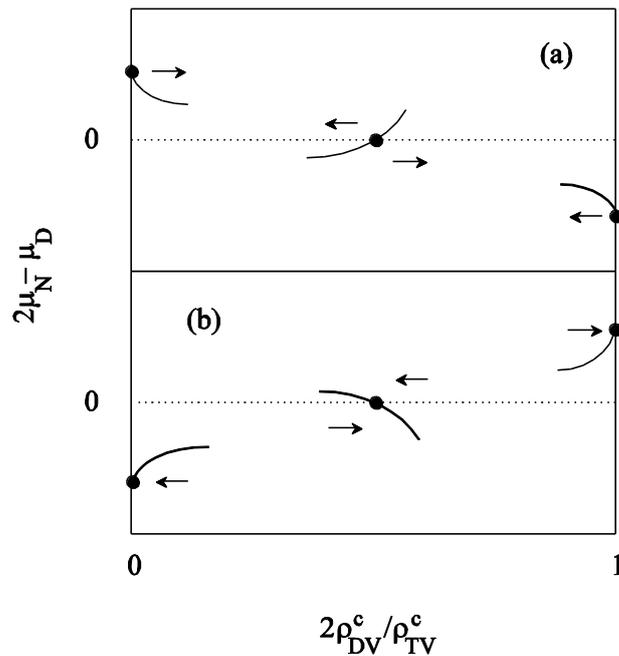


Рисунок 12. Разность $2\mu_N - \mu_D$ как функция фракции конденсатных дибарионов $2\rho_{DV}^c / \rho_{TV}^c$. Случаи (а) и (б) отвечают, соответственно, неустойчивым и устойчивым состояниям.

Условие самосогласованности приближения среднего поля в уравнении для эффективной массы нуклона приводится к стандартному для модели Валечки виду:

$$m_N^* = \tilde{m}_N - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_{NS}, \quad (2.6.15)$$

где $\tilde{m}_N = m_N(\rho_{DV}^{c,\max} - \rho_{DV}^c) / \rho_{DV}^{c,\max}$ и

$$\rho_{DV}^{c,\max} = \frac{m_N m_\sigma^2}{g_\sigma h_\sigma} = 0.1507 \left(\frac{2g_\sigma}{h_\sigma} \right) \text{fm}^{-3}.$$

Если плотности ρ_{TV} и ρ_{DV}^c фиксированы, уравнение (2.6.15) позволяет найти эффективную массу нуклона m_N^* . Решения уравнения (2.6.15) существуют для произвольной плотности ρ_{TV} и любой плотности дибарионного конденсата $\rho_{DV}^c < \rho_{DV}^{c,\max}$ до тех пор пока величина \tilde{m}_N положительна.

Ясно, что доля дибарионов в бинарной смеси увеличивается, если разность $2\mu_N - \mu_D$ положительна и $\rho_{DV}^c = 0$. Если разность $2\mu_N - \mu_D$ отрицательна и система состоит полностью из дибарионов, то становится выгодной диссоциация дибарионов на нуклоны. Если разность химических потенциалов нулевая и растет с ростом дибарионной составляющей, то малые флуктуации выводят систему из равновесия. Все возможности представлены на Рис. 12.

Есть три устойчивых случая:

- ядерная материя из нуклонов:

$$\begin{aligned} 2\mu_N - \mu_D &< 0, \\ \rho_{DV}^c &= 0, \end{aligned} \quad (2.6.16)$$

- ядерная материя из дибарионов:

$$\begin{aligned} 2\mu_N - \mu_D &> 0, \\ 2\rho_{DV}^c &= \rho_{TV}, \end{aligned} \quad (2.6.17)$$

- бинарная смесь нуклонов (антинуклонов) и дибарионов – гетерофазное состояние, где

$$2\mu_N - \mu_D = 0,$$

$$\left. \frac{d(2\mu_N - \mu_D)}{d\rho_{DV}^c} \right|_{\rho_{TV}} < 0. \quad (2.6.18)$$

Малые флуктуации вокруг этих решений возвращают систему в начальное положение.

На Рис. 13 показана зависимость критической плотности бозе-конденсации нестранных дибарионов при $h_\omega = 2g_\omega$ как функции константы связи σ -мезонов с дибарионами. Критическая плотность определяется из уравнения $2\mu_N - \mu_D = 0$. Бинарная смесь устойчива, когда квадрат скорости звука положителен. Это имеет место при $h_\sigma / (2g_\sigma) < 0.8754$. Величина $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ - плотность насыщения. Для $2m_N \leq m_D \leq 1.89 \text{ GeV}$ мы стартуем при нулевой плотности с гетерофазного состояния. С увеличением плотности ядерная материя переходит в однофазное состояние и затем опять в бинарную смесь. При $m_D > 1.89 \text{ GeV}$ мы стартуем с однофазного состояния, которое затем превращается (при $\rho_{TV} > \rho_0$ for $h_\sigma / (2g_\sigma) < 0.8754$) в бинарную смесь нуклонов и дибарионов.

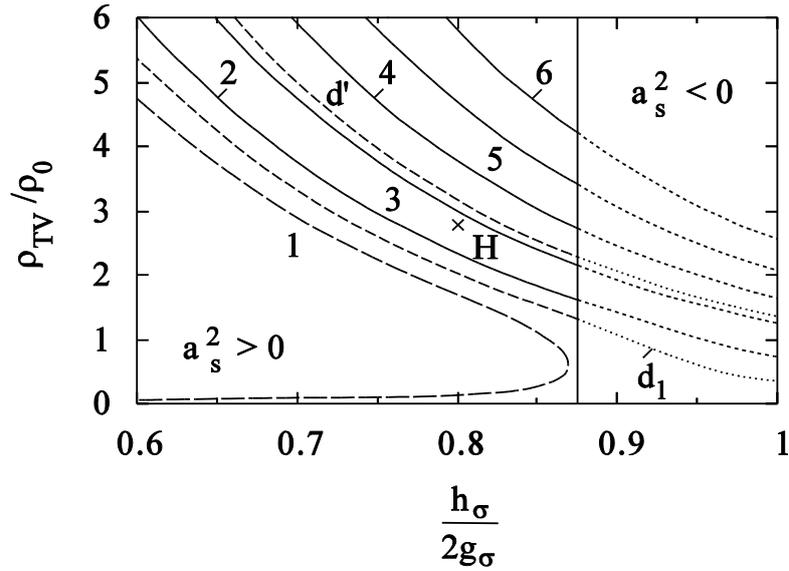


Рисунок 13. Критическая плотность образования бозе-конденсата дибарионов в симметричной ядерной материи как функция константы связи σ -мезона с дибарионами, h_σ , для массы дибарионов $m_D = 1.88 \text{ GeV}$ ($= 2m_N$; предельный случай - пунктирная кривая № 1), 1.96 GeV (сплошная кривая № 2) и далее с шагом 80 МэВ . Критическая плотность для $d_1(1920)$ и $d'(2060)$ показана отдельно (пунктирные кривые). Бозе-конденсация H -частиц обозначена крестом.

На Рис. 14 (а) показана зависимость эффективной массы нуклона от дибарионной компоненты $2\rho_{DV}^c / \rho_{TV}$ для $h_\omega = 2g_\omega$ и $h_\sigma = 1.6g_\sigma$. Поведение m_N^* не зависит от m_D , поскольку масса дибарионов не входит в уравнение самосогласованности (2.6.15) явным образом. На Рис. 14 (b) показана разность химических потенциалов как функция $2\rho_{DV}^c / \rho_{TV}$.

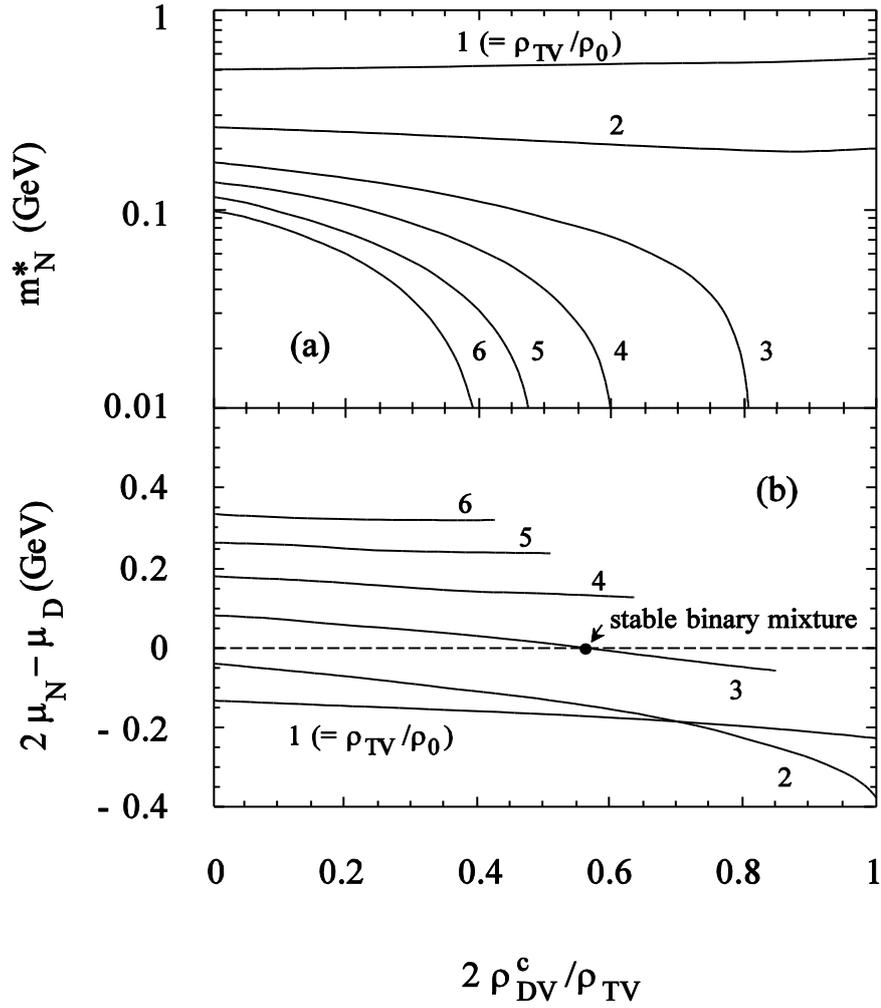


Рисунок 14. (а) Эффективная масса нуклона как функция дибарионной компоненты ядерной материи. (б) Разность химических потенциалов $2\mu_N - \mu_D$ как функция $2\rho_{DV}^c / \rho_{TV}$. Результаты приведены для барионной плотности в 1, 2, ..., 6 раз превышающей плотность насыщения.

Обычная ядерная материя устойчива при $2\mu_N - \mu_D < 0$ и $\rho_{DV}^c = 0$. Пересечение на Рис. 14 (б) какой-либо кривой уровня $2\mu_N - \mu_D = 0$ с

отрицательным наклоном указывает, что мы имеем дело с устойчивой конфигурацией. Результаты показаны для $m_D = 1.96$ GeV. Масса дибариона не входит в уравнение самосогласованности и входит линейно в разность $2\mu_N - \mu_D$, поэтому кривые для дибарионов с другими массами можно получить вертикальным смещением. Результаты для $m_D = 2.06$ GeV (d') могут быть получены, например, 100-мэвным смещением кривых вниз. В приближении среднего поля решения существуют при любых плотностях нуклонов, если плотность дибарионов достаточно мала $\rho_{DV}^c < \rho_{DV}^{c,\max}$.

На Рис. 15 приведены энергия на нуклон и давление в ядерной материи как функция плотности полного барионного числа. Эффект исчезновения упругости бинарной смеси, который мы обсуждали в разделе 2.1, проявляется через смягчение уравнения состояния. Дибарионный конденсат возникает при $\rho_{TV} / \rho_0 = 2.05$ и 3.15 для d_1 и d' . H -частицы рождаются при $\rho_{TV} / \rho_0 = 2.74$, если константы связи фитировать, исходя из модельного потенциала [192]. В этом случае H -конденсат неустойчив относительно сжатия и обеспечивает переход в кварковую материю.

Обратим внимание, что давление подчиняется фундаментальному неравенству статистической механики [193]

$$\frac{\partial p}{\partial \rho_{TV}} \geq 0. \quad (2.6.19)$$

Можно также убедиться (см. раздел 2.7), что в рассматриваемой модели, гидростатическое давление совпадает с термодинамическим давлением.

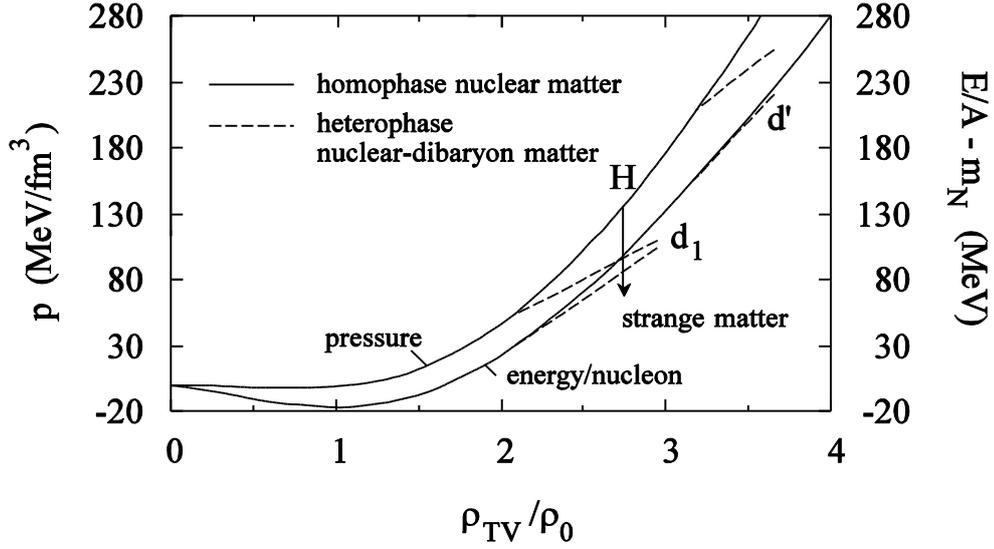


Рисунок 15. Зависимость давления (ось слева) и энергии на барион (ось справа) от полной барионной плотности $\rho_{TV} = \rho_{NV} + 2\rho_{DV}^c$ для обычной ядерной материи (сплошная кривая) и для бинарной смеси нуклонов и дибарионов (пунктирные кривые) для $d_1(1920)$ и $d'(2060)$ при $h_\omega = 2g_\omega$ and $h_\sigma / (2g_\sigma) = 0.8$.

Качественные оценки, основанные на модели невзаимодействующих нуклонов и дибарионов, показывают, что в обычных ядрах дибарионный бозе-конденсат не существует, если дибарионы достаточно массивны (ср. (2.1.1)). Здесь мы даем оценку на основе релятивистской модели среднего поля (2.6.1). Из требования отсутствия дибарионного бозе-конденсата при $\rho_{TV} \leq \rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$, мы получаем для $h_\omega = 2g_\omega$ более слабое ограничение

$$m_D > 1.89 \text{ GeV}. \quad (2.6.20)$$

При выполнении этого условия дибарионный конденсат устойчив. В этом случае d_1 дибарион с массой 1.92 ГэВ не влияет на свойства обычных ядер.

Ядерная материя с дибарионным бозе-конденсатом может существовать как промежуточное состояние при плотности ниже фазового перехода в кварковую материю. Этот сценарий реализуется, если дибарионный конденсат устойчив к сжатию. Если он неустойчив, рождение дибарионов оказывается механизмом, инициирующим фазовый переход в кварковую материю.

2.7 Дибарионы в ядерной материи в релятивистском приближении Хартри

Существование дибарионов, будучи подтвержденным экспериментально, имело бы важные следствия для понимания свойств ядерной материи. В ядерной материи дибарионы образуют бозе-конденсат. Это явление изучалось Балдиным с сотрудниками [21] и Чижовым и др. [144], где взаимодействие дибарионов учитывалось посредством коррекции эффективного объема в приближении Ван дер Ваальса. Ядерная материя с дибарионами, в которой короткодействующие силы отталкивания аппроксимируются δ -функциями, обсуждалась Мровчинским [142]. Релятивистская теория среднего поля с дибарионами рассмотрена в предыдущем разделе. Физика гетерофазных состояний, свойства смеси нуклонов и дибарионов, обсуждались Шумовским и Юкаловым [143].

В предыдущем разделе мы исходили из того, что при нулевой температуре дибарионы в ядерной материи находятся в конденсате. В модели Боголюбова для разреженного газа взаимодействующих бозе-частиц [194] часть бозонов находится вне конденсата. Доля надконденсатных частиц увеличивается с увеличением плотности и оказывает растущее влияние на термодинамические величины. Точно решаемая модель бозе-конденсации двух-фермионных резонансов в ферми-системе, рассмотренная в разделе 2.5, также указывает на

присутствие резонансов вне конденсата и их возрастающее влияние на свойства системы с увеличением плотности.

Теория среднего поля Валечки составляет основу так называемой квантовой адродинамики (QHD) [186] - [188]. В рамках QHD теория среднего поля соответствует приближению, в котором не учитываются петли. В таком приближении все дибарионы находятся в конденсате. Надконденсатные дибарионы появляются в однопетлевых расчетах. Это приближение совпадает с релятивистским приближением Хартри.

В данном разделе мы построим функции Грина и проведем однопетлевое вычисление скалярной и векторной плотности и уравнения состояния бинарной смеси нуклонов и дибарионов.

2.7.1 Функции Грина и смешивание

Эффективный лагранжиан QHD приведен ранее, см. уравнение (2.6.1). Здесь мы используем прежние обозначения, используем так называемое μ -представление для дибарионов и учитываем операторные составляющие полей. μ -представление для дибарионов получается заменой $\varphi \rightarrow \varphi e^{-i\mu_D t}$ и $\varphi^* \rightarrow \varphi^* e^{i\mu_D t}$.

Скалярная плотность дибарионов имеет вид

$$2m_D^* \rho_{DS} = \langle \varphi^* (2m_D + h_\sigma \sigma) \varphi \rangle. \quad (2.7.1)$$

Векторная плотность дается временной компонентой усредненного векторного тока

$$\langle j_\mu^D \rangle = \langle \varphi^* (2\mu_D - 2h_\omega \omega + i \overleftrightarrow{\partial})_\mu \varphi \rangle. \quad (2.7.2)$$

В системе покоя вещества $(\mu_D)_\mu = \mu_D$, !. Конденсатные дибарионы дают вклад в векторную плотность $\rho_{DV}^c = 2\mu_D^* \rho_{DS}^c$, где $\mu_D = \mu_D^* + h_\omega \omega_c$. Условие са-

вставленными блоками обозначены пропагаторы в приближении Хартри. Полные MFT пропагаторы определяются эффективными массами нуклонов, дибарионов и мезонов. Графическое представление для MFT пропагаторов представлено на Рис. 19.

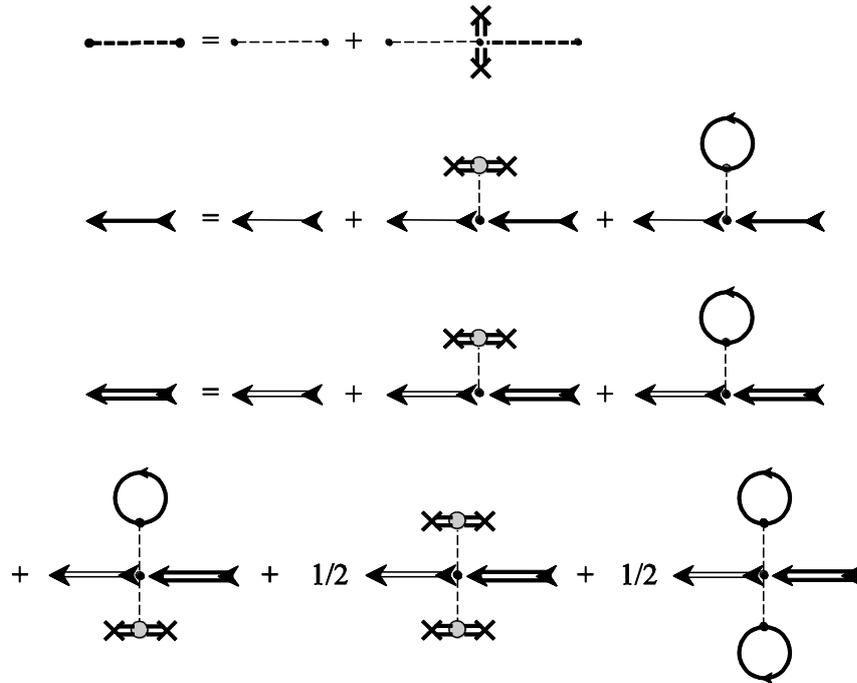


Рисунок 19. Графическое представление уравнений Дайсона для пропагаторов σ - и ω -мезонов, нуклонов и дибарионов в приближении среднего поля. Тонкие линии определяют затравочные пропагаторы, жирные линии - полные пропагаторы в приближении среднего поля. Пунктирные, сплошные и двойные сплошные линии описывают, соответственно, мезоны, нуклоны и дибарионы.

Функции Грина могут быть определены самосогласованным образом из системы уравнений Горькова-Дайсона. Умножая на $\hat{\sigma}$ уравнения движения

поля σ -мезонов, соответствующие плотности лагранжиана (2.6.1), и проводя временное упорядочение полевых операторов, находим среднее значение обеих частей уравнения по основному состоянию:

$$(-\square - m_\sigma^2) \langle T \sigma(1) \hat{\sigma}(2) \rangle = \delta^4(1, 2) + g_\sigma \langle T \bar{\Psi}(1) \Psi(1) \hat{\sigma}(2) \rangle + 2h_\sigma \langle T(m_D + h_\sigma \sigma(1)) \phi^*(1) \phi(1) \hat{\sigma}(2) \rangle.$$

Оставим под знаком усреднения квадратичные по полевым операторам члены. В результате получаем

$$(-\square - m_\sigma^2) \langle T \hat{\sigma}(1) \hat{\sigma}(2) \rangle = \delta^4(1, 2) + 2h_\sigma^2 \rho_{DS}^c \langle T \hat{\sigma}(1) \hat{\sigma}(2) \rangle + 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (\langle T \hat{\phi}(1) \hat{\sigma}(2) \rangle + \langle T \hat{\phi}^*(1) \hat{\sigma}(2) \rangle).$$

В импульсном представлении это уравнение запишется в виде

$$D^{\sigma\sigma}(k) = \tilde{D}^{\sigma\sigma}(k) + \tilde{D}^{\sigma\sigma}(k) 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (D^{\varphi\sigma}(k) + D^{\varphi^*\sigma}(k)). \quad (2.7.3)$$

Уравнения для остальных функций Грина получаются аналогичным способом:

$$D_\mu^{\omega\omega}(k) = \tilde{D}^{\omega\omega}(k) 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (D_\mu^{\varphi\omega}(k) + D_\mu^{\varphi^*\omega}(k)), \quad (2.7.4)$$

$$D^{\sigma\varphi}(k) = \tilde{D}^{\sigma\varphi}(k) 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (D^{\varphi^*\varphi}(k) + D^{\varphi\varphi}(k)),$$

$$D^{\sigma\varphi^*}(k) = \tilde{D}^{\sigma\varphi^*}(k) 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (D^{\varphi^*\varphi^*}(k) + D^{\varphi\varphi^*}(k)),$$

$$D_{\mu\nu}^{\omega\omega}(k) = \tilde{D}_{\mu\nu}^{\omega\omega}(k) + \tilde{D}_{\mu\tau}^{\omega\omega}(k) h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} [(2\mu_D^* + k)_\tau D_\nu^{\varphi\omega}(k) + (2\mu_D^* - k)_\tau D_\nu^{\varphi^*\omega}(k)],$$

$$D_\mu^{\omega\varphi}(k) = \tilde{D}_{\mu\tau}^{\omega\varphi}(k) h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} [(2\mu_D^* + k)_\tau D^{\varphi\varphi}(k) + (2\mu_D^* - k)_\tau D^{\varphi^*\varphi}(k)],$$

$$D_\mu^{\omega\varphi^*}(k) = \tilde{D}_{\mu\tau}^{\omega\varphi^*}(k) h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} [(2\mu_D^* + k)_\tau D^{\varphi\varphi^*}(k) + (2\mu_D^* - k)_\tau D^{\varphi^*\varphi^*}(k)],$$

$$D^{\varphi\varphi^*}(k) = \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) + \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) [h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} (2\mu_D^* + k)_\tau D_\tau^{\omega\varphi^*}(k) + 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} D^{\sigma\varphi^*}(k)],$$

$$D^{\varphi\varphi}(k) = \tilde{D}^{\varphi\varphi}(k) [h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} (2\mu_D^* + k)_\tau D_\tau^{\omega\varphi}(k) + 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} D^{\sigma\varphi}(k)],$$

$$D^{\varphi^*\varphi^*}(k) = \tilde{D}^{\varphi^*\varphi^*}(k) [h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} (2\mu_D^* - k)_\tau D_\tau^{\omega\varphi^*}(k) + 2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} D^{\sigma\varphi^*}(k)].$$

Здесь

$$\tilde{D}^{\sigma\sigma}(k) = \frac{1}{k^2 - \tilde{m}_\sigma^2}, \quad (2.7.5)$$

$$\tilde{D}_{\mu\nu}^{\omega\omega}(k) = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / \tilde{m}_\omega^2}{k^2 - \tilde{m}_\omega^2} - \frac{k_\mu k_\nu / \tilde{m}_\omega^2}{k^2 - \tilde{m}^2}, \quad (2.7.6)$$

$$\tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) = \frac{1}{(k + \mu_D^*)^2 - m_D^{*2}} \quad (2.7.7)$$

- пропагаторы σ - и ω -мезонов и дибарионов. Эффективные массы мезонов равны

$$\begin{aligned} \tilde{m}_\sigma^2 &= m_\sigma^2 + 2h_\sigma^2 \rho_{DS}^c, \\ \tilde{m}_\omega^2 &= m_\omega^2 + 2h_\omega^2 \rho_{DS}^c. \end{aligned} \quad (2.7.8)$$

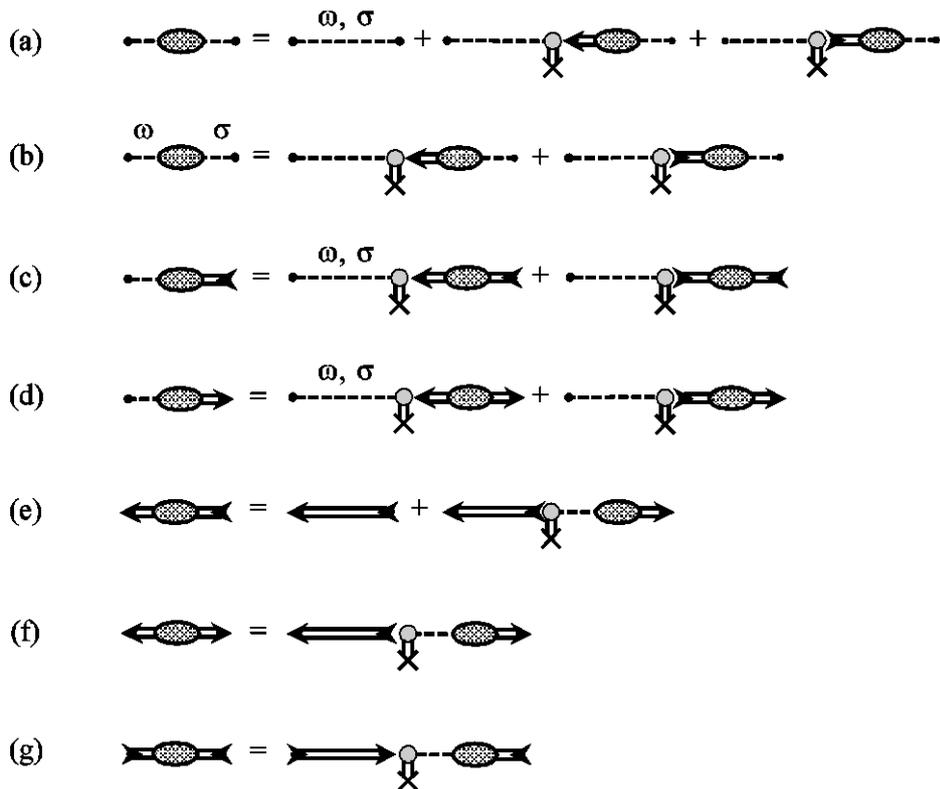


Рисунок 20. Диаграммное представление уравнений Горькова-Дайсона для пропагаторов σ - и

ω -мезонов, нуклонов и дибарионов в релятивистском приближении Хартри. Диаграммы (а) – (г) соответствуют уравнениям (2.7.3) - (2.7.4).

Приведенные уравнения показаны на Рис. 20. Они образуют замкнутую систему, которая позволяет определить самосогласованным образом пропагаторы бозонов с учетом смешивания. Масса эффективного скаляра в уравнения Штюкельберга равна $\tilde{m}^2 = \tilde{m}_\omega^2 / \lambda$.

Уравнения (е) и (г) на Рис. 20 можно записать в развернутом виде

$$D^{\varphi\varphi^*}(k) = \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) + \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k)\Sigma^{\varphi\varphi^*}(k)D^{\varphi\varphi^*}(k) + \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k)\Sigma^{\varphi\varphi}(k)D^{\varphi^*\varphi^*}(k),$$

$$D^{\varphi^*\varphi^*}(k) = \tilde{D}^{\varphi^*\varphi^*}(k)\Sigma^{\varphi^*\varphi}(k)D^{\varphi\varphi^*}(k) + \tilde{D}^{\varphi^*\varphi^*}(k)\Sigma^{\varphi^*\varphi^*}(k)D^{\varphi\varphi^*}(k).$$

Эти уравнения показаны на Рис. 21. Они составляют замкнутую систему уравнений для нормальной и аномальной функций Грина дибарионов при условии, что вершины и мезонные пропагаторы определены. Структура функций Грина дибарионов вполне идентична структуре функций Грина фермионов в сверхпроводнике.

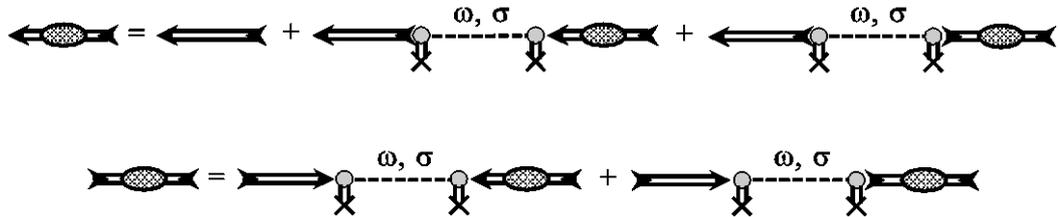


Рисунок 21. Развернутое графическое представление уравнений (е) и (г) Рис. 20 для нормальной и аномальной функций Грина дибарионов.

Скалярные и векторные плотности дибарионов выражаются через нормальные и аномальные функции Грина

$$\begin{aligned}
D^{\varphi\varphi^*}(k) &= (\tilde{D}^{\varphi^*\varphi}(k)^{-1} - \Sigma^{\varphi^*\varphi}(k)) / \Xi(k), \\
D^{\varphi\varphi}(k) &= \Sigma^{\varphi\varphi}(k) / \Xi(k), \\
D^{\varphi^*\varphi^*}(k) &= \Sigma^{\varphi^*\varphi^*}(k) / \Xi(k).
\end{aligned}
\tag{2.7.9}$$

Знаменатель $\Xi(k)$ и собственно-энергетические операторы определены следующим образом

$$\begin{aligned}
\Xi(k) &= (\tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k)^{-1} - \Sigma^{\varphi\varphi^*}(k))(\tilde{D}^{\varphi^*\varphi}(k)^{-1} - \Sigma^{\varphi^*\varphi}(k)) - \Sigma^{\varphi^*\varphi^*}(k)\Sigma^{\varphi\varphi}(k), \\
\Sigma^{\varphi\varphi^*}(k) &= \Sigma^{\varphi^*\varphi}(-k) = (h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 (2\mu_D^* + k)_\mu \tilde{D}_{\mu\nu}^{\omega\omega}(k) (2\mu_D^* + k)_\nu \\
&\quad + (2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 \tilde{D}^{\sigma\sigma}(k), \\
\Sigma^{\varphi\varphi}(k) &= \Sigma^{\varphi^*\varphi^*}(-k) = (h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 (2\mu_D^* + k)_\mu \tilde{D}_{\mu\nu}^{\omega\omega}(k) (2\mu_D^* - k)_\nu \\
&\quad + (2m_D^* h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 \tilde{D}^{\sigma\sigma}(k).
\end{aligned}
\tag{2.7.10}$$

Из этих уравнений видно, что продольная составляющая ω -мезонного пропагатора дает вклад в собственную энергию дибарионных функций Грина.

Мы положим $\lambda = 1$, чтобы получить ω -мезонный пропагатор, используемых в обычных расчетах. В этом случае QHD описывает свойства ядерной материи при плотности насыщения в отсутствие дибарионного конденсата.

Химический потенциал дибарионов определяется из соотношения Гугенгольца-Пайнса [195]

$$\mu_D^{*2} - m_D^{*2} = \Sigma^{\varphi\varphi^*}(0) - \Sigma^{\varphi\varphi}(0).
\tag{2.7.11}$$

Соотношение такого рода необходимо, чтобы иметь полюс функций Грина при $\omega = \mathbf{k} = 0$ и гарантировать существование звука.

Уравнение (2.7.11) дает

$$\mu_D^* = m_D^*
\tag{2.7.12}$$

в согласии с теорией среднего поля.

2.7.2 Скалярная и векторная плотность в одной петле и уравнение состояния

Однопетлевое выражение для скалярной плотности нуклонов записывается в виде

$$\rho_{NS} = \rho_{NS}^c + \rho'_{NS}, \quad (2.7.13)$$

где после перенормировки

$$\rho_{NS}^c = \gamma_N \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{m_N^*}{\sqrt{m_N^{*2} + \mathbf{k}^2}} \theta(k_F - |\mathbf{k}|), \quad (2.7.14)$$

$$\rho'_{NS} = -4m_N^3 \zeta(m_N^* / m_N). \quad (2.7.15)$$

Здесь

$$4\pi^2 \zeta(x) = x^3 \ln x + 1 - x - \frac{5}{2}(1-x)^2 + \frac{11}{6}(1-x)^3. \quad (2.7.16)$$

Однопетлевое выражение для скалярной плотности дибарионов находится из уравнения (2.6.2):

$$2m_D^* \rho_{DS} = 2m_D^* \rho_{DS}^c + 2m_D^* \langle \hat{\varphi}^* \hat{\varphi} \rangle + 2h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c} (\langle \hat{\sigma} \hat{\varphi} \rangle + \langle \hat{\sigma} \hat{\varphi}^* \rangle).$$

Сначала мы изолируем вклад нулевого порядка по отношению к конденсату:

$$\rho'_{DS} = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k). \quad (2.7.17)$$

После перенормировки получаем

$$2m_D^* \rho'_{DS} = m_D^3 \zeta(m_D^* / m_D). \quad (2.7.18)$$

Полная скалярная плотность дибарионов принимает вид

$$\rho_{DS} = \rho_{DS}^c + \rho'_{DS} + \rho''_{DS}, \quad (2.7.19)$$

где

$$\rho_{DS}'' = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \{ D^{\varphi\varphi^*}(k) - \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) + 4(h_\sigma \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 \tilde{D}^{\sigma\sigma}(k) (D^{\varphi\varphi^*}(k) + D^{\varphi\varphi}(k)) \}.$$

Этот интеграл расходится. Перенормированное выражение можно записать в виде

$$2m_D^* \rho_{DS}'' = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{+\infty} dk_E k_E^3 \lambda_{DS}^{ren}(k_E, m_D^*, \rho_{DS}^c), \quad (2.7.20)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{DS}^{ren}(k_E, m_D^*, \rho_{DS}^c) &= \lambda_{DS}(k_E, m_D^*, \rho_{DS}^c) - \lambda_{DS}(k_E, m_D^*, 0) \\ &- \rho_{DS}^c \frac{\partial \lambda_{DS}(k_E, m_D, 0)}{\partial \rho_{DS}^c} - (m_D^* - m_D) \rho_{DS}^c \frac{\partial^2 \lambda_{DS}(k_E, m_D, 0)}{\partial m_D^* \partial \rho_{DS}^c}. \end{aligned} \quad (2.7.21)$$

Интеграл вычисляется в евклидовом пространстве. Плотность $\lambda_{DS}(k_E, m_D^*, \rho_{DS}^c)$ имеет вид

$$\lambda_{DS}(k_E, m_D^*, \rho_{DS}^c) = \frac{4(k_E^2 E_\omega + m_D^{*2})z^2 + k_E^2(4E_\omega - 3 - k_E^2/m_D^{*2})}{2m_D^* E_\omega k_E^2 (\sqrt{z^2(z^2 + 1)} + z^2)}, \quad (2.7.22)$$

где

$$E_\omega = \frac{k_E^2 + m_\omega^2}{k_E^2 + \tilde{m}_\omega^2},$$

$$z^2 = \frac{k_E^2 + 8m_D^{*2}R}{4m_D^{*2}E_\omega},$$

$$R = \rho_{DS}^c \left(\frac{h_\omega^2}{k_E^2 + \tilde{m}_\omega^2} - \frac{h_\sigma^2}{k_E^2 + \tilde{m}_\sigma^2} \right).$$

Контрчлен в лагранжиане, который ответствен за перенормировку, имеет вид $\delta L_s = (C_1 \sigma + C_2 \sigma^2) \varphi^* \varphi$.

Найдем далее однопетлевое выражение для плотности векторного тока дибарионов:

$$\langle j_\mu^D \rangle = 2(\mu_D^*)_\mu \rho_{DS}^c + \langle \hat{\varphi}^* (2\mu_D^* + i \overleftrightarrow{\partial})_\mu \hat{\varphi} \rangle - 2h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c} (\langle \hat{\omega}_\mu \hat{\varphi}^* \rangle + \langle \hat{\omega}_\mu \hat{\varphi} \rangle).$$

В системе покоя $(\mu_D^*)_\mu = (\mu_D^*, 0)$.

Векторная плотность нуклонов совпадает с векторной плотностью нуклонов в теории среднего поля. Векторная плотность дибарионов записывается в виде

$$\rho_{DV} = \rho_{DV}^c + \rho_{DV}' + \rho_{DV}'' ,$$

где

$$\rho_{DV}' = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} 2(\mu_D^* + \omega) \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k) \equiv 0, \quad (2.7.23)$$

$$\begin{aligned} \rho_{DV}'' = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \{ & 2(\mu_D^* + \omega)(D^{\varphi\varphi^*}(k) - \tilde{D}^{\varphi\varphi^*}(k)) \\ & + 4(h_\omega \sqrt{\rho_{DS}^c})^2 \tilde{D}^{\omega\omega}(k)(2\mu_D^* + \omega)(D^{\varphi\varphi^*}(k) + D^{\varphi\varphi}(k)) \}. \end{aligned} \quad (2.7.24)$$

В этом выражении ω - временная компонента вектора k_μ .

Перенормированное выражение для величины ρ_{DV}'' имеет вид

$$\rho_{DV}'' = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{+\infty} dk_E k_E^3 \lambda_{DV}^{ren}(k_E, m_D^*, \rho_{DV}^c), \quad (2.7.25)$$

где

$$\lambda_{DV}^{ren}(k_E, m_D^*, \rho_{DV}^c) = \lambda_{DV}(k_E, m_D^*, \rho_{DV}^c) - \lambda_{DV}(k_E, m_D^*, 0) - \rho_{DV}^c \frac{\partial \lambda_{DV}(k_E, m_D^*, 0)}{\partial \rho_{DV}^c}.$$

Здесь

$$\lambda_{DV}(k_E, m_D^*, \rho_{DV}^c) = \frac{4(k_E^2 E_\omega + m_D^{*2})z^2 + k_E^2(4E_\omega - 3)}{2m_D^* E_\omega k_E^2 (\sqrt{z^2(z^2 + 1)} + z^2)} - \frac{1}{m_D^*}. \quad (2.7.26)$$

Контрчлен в лагранжиане, ответственный за перенормировку векторной плотности, имеет вид $\delta L_v = C_3(\partial_\mu - ih_\omega \omega_\mu)\varphi^*(\partial_\mu + ih_\omega \omega_\mu)\varphi$. Его структура говорит о том, что в одной петле модель перенормируема.

Несмотря на то, что дибарионный бозе-конденсат не существует в обычных ядрах, дибарионы оказывают влияние на свойства ядерной материи при плотности насыщения и на свойства ядер из-за эффекта Казимира, который

описывается в данном случае уравнением (2.7.18). Этот эффект более подробно рассмотрен в следующем разделе. Дополнительный вклад в скалярную плотность дибарионов возникает из-за модификации нулевых колебаний. Дополнительный вклад в скалярную плотность нуклонов возникает из-за модификации «дираковского подвала». Эти два вклада имеют разные знаки и сопоставимы по величине при $4g_\sigma^4 / m_N \approx h_\sigma^4 / m_D$.

Расчет показывает, что основные свойства ядерной материи при плотности насыщения воспроизводятся успешно. Результаты не слишком чувствительны к массе дибарионов. Набор параметров релятивистского приближения Хартри (РНА) для H -частицы, d' - и d_1 - дибарионов приведен в Таблице 1.

Таблица 1. Массы H -частицы, d' - и d_1 - дибарионов, константы связи σ -мезона с дибарионами h_σ , константы связи σ - и ω -мезонов с нуклонами g_σ и g_ω и значения плотности ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 , которые соответствуют появлению дибарионов, исчезновение нуклонов, и появлению антинуклонов в нейронной $\gamma_N = 2$ и ядерной материи $\gamma_N = 4$.

Dibaryon	Mass (GeV)	$h_\sigma / (2g_\sigma)$	g_σ	g_ω	ρ_1 / ρ_0	ρ_2 / ρ_0	ρ_3 / ρ_0	γ_N
H	2.22	0.6	8.5277	10.4393	3.62	11	33	2
					4.86			4
					2.48			2
d'	2.06	0.6	8.5438	10.4687	7.9	30	4	
							3.52	4
							1.31	2
d_1	1.92	0.6	8.5606	10.4993	4.6	29	4	
							2.23	4

Эффективные массы нуклонов и дибарионов, которые получаются в качестве решений условия самосогласованности при $h_\sigma / (2g_\sigma) = 0.6$ и $h_\omega / (2g_\omega) = 0.8$, как функции плотности показаны на Рис. 22. Плотность измеряется в единицах плотности насыщения ρ_0 . Реализуются следующие режимы:

- При плотности $\rho_{TV} < \rho_1$ обычная ядерная материя ($\gamma_N = 4$) стабильна, дибарионы отсутствуют.
- В интервале $\rho_1 < \rho_{TV} < \rho_2$ нуклоны и дибарионы находятся в химическом равновесии, плотность нуклонов уменьшается с ростом плотности.
- В интервале $\rho_2 < \rho_{TV} < \rho_3$ нуклонная компонента исчезает, ядерная материя состоит из дибарионов. Химический потенциал дибарионов оказывается внутри нуклонной энергетической щели

$$2(-m_N^* + g_\omega \omega_c) < \mu_D < 2(m_N^* + g_\omega \omega_c).$$

- При плотности $\rho_3 < \rho_{TV}$ выполняется соотношение $2(-\mu_N^* + g_\omega \omega_c) = \mu_D$, антинуклоны находятся в химическом равновесии с дибарионами, появляется антинуклонная компонента. Плотность антинуклонов растет с увеличением плотности.

Значения плотностей ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 для ядерной и нейтронной материи приведены в Таблице 1. Плотность энергии и давление на Рис. 22 (d) определяются из уравнений

$$\varepsilon = \int \mu_N d\rho_{TV} \quad \text{и} \quad p = \int \rho_{TV} d\mu_N, \quad (2.7.27)$$

причем в интервале $\rho_2 < \rho_{TV} < \rho_3$ следует положить $2\mu_N = \mu_D$.

Когда векторная плотность дибарионов приближается к своему максимальному значению $\rho_{DV}^{c,\max}$, эффективная масса нуклона обращается в нуль. Этот эффект можно интерпретировать следующим образом. Два нуклона на

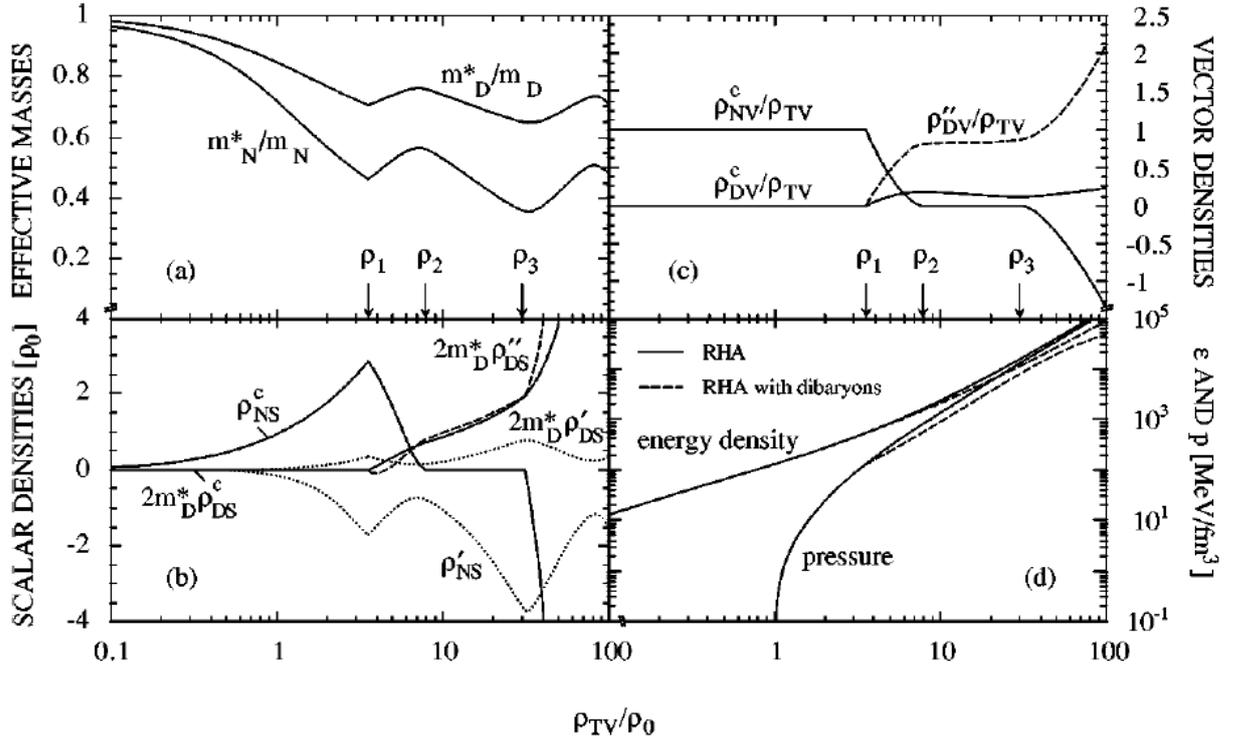


Рисунок 22. (а) Эффективная масса нуклонов и дибарионов как функция плотности барионного числа. Скалярная (b) и векторная (c) плотности нуклонов и дибарионов. Вклад ферми-сферы (ρ_{NS}^c и ρ_{NV}^c , сплошная кривая), дираковского подвала (ρ_{NS}' , пунктирная кривая, $\rho_{NV}' = 0$), конденсатных дибарионов ($2m_D^*\rho_{DS}^c$ и ρ_{DV}^c , сплошная кривая), дибарионных нулевых колебаний ($2m_D^*\rho_{DS}'$, пунктирная кривая, $\rho_{DV}' = 0$), надконденсатных дибарионов $2m_D^*\rho_{DS}''$ и ρ_{DV}'' (пунктирная кривая). (d) Плотность энергии и давление в ядерной материи в однофазном (сплошные кривые) и гетерофазном состояниях (пунктирные кривые).

вершине сферы Ферми имеют энергии $m + 2E_F^*$. В состоянии химического равновесия по отношению к переходам $NN \leftrightarrow D$ имеет место соотношение

$2E_F^* = m_D^*$. При переходах $NN \leftrightarrow D$ барионный векторный заряд не изменяется. Однако скалярный заряд изменяется. Скалярный заряд двух нуклонов равен $2g_\sigma m_N^* / E_F^*$, дибариона - h_σ . В нерелятивистской системе формирование дибарионов сопровождается уменьшением скалярной плотности заряда, так как $2g_\sigma m_N^* / E_F^* \approx 2g_\sigma > 1.6g_\sigma = h_\sigma$. Это явление находит свое отражение в не-большом увеличении эффективной массы нуклона с ростом доли дибарионов в общей плотности барионного числа.

При высокой плотности система становится релятивистской, при этом вступает в игру лоренц-фактор. Скалярный заряд двух нуклонов мал, в то время как скалярный заряд дибарионов велик. В результате с ростом дибарионной фракции скалярная плотность увеличивается, растет среднее скалярное поле, а эффективная масса нуклона уменьшается. В стандартной модели Валушки эффективная масса нуклона обращается в нуль при бесконечной плотности. В рассматриваемой модели эффективная масса нуклона равна нулю, когда плотность дибарионов приближается к значению $\rho_{DV}^{c,max}$.

2.7.3 Термодинамическая самосогласованность теории среднего поля

Тензор энергии-импульса, который соответствует плотности лагранжиана (2.6.1) можно записать в виде

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^N + T_{\mu\nu}^\sigma + T_{\mu\nu}^\omega + T_{\mu\nu}^D, \quad (2.7.28)$$

где

$$T_{\mu\nu}^N = \bar{\Psi} i \gamma_\mu \partial_\nu \Psi,$$

$$T_{\mu\nu}^\sigma = -\frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\partial_\tau \sigma \partial_\tau \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma,$$

$$T_{\mu\nu}^\omega = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} ((\partial_\tau \omega_\lambda - \partial_\lambda \omega_\tau) \partial_\tau \omega_\lambda - m_\omega^2 \omega_\tau \omega_\tau) - \partial_\mu \omega_\tau \partial_\nu \omega_\tau,$$

$$T_{\mu\nu}^D = 2 \partial_\mu \varphi^* \partial_\nu \varphi - h_\omega \omega_\mu \varphi^* i \overleftrightarrow{\partial}_\nu \varphi.$$

Плотность энергии $\varepsilon = \langle T_{00} \rangle$, определяемая как среднее значение компоненты

T_{00} , имеет вид

$$\varepsilon = \gamma \int_0^{k_F} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} (E^*(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_c) + (m_D^* + h_\omega \omega_c) \rho_{DV}^c + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_c^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_c^2. \quad (2.7.29)$$

Здесь $E^*(k) + g_\omega \omega_c$ - полная энергия нуклона с импульсом \mathbf{k} , $m_D^* + h_\omega \omega_c$ - полная энергия дибариона в основном состоянии с нулевым импульсом в среднем поле ω -мезона. Последние два члена описывают вклад в плотность энергии средних σ - и ω -мезонных полей.

Гидростатическое давление $p = -\frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle$ имеет вид

$$p = \frac{\gamma}{3} \int_0^{k_F} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{k^2}{E^*(\mathbf{k})} - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_c^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_c^2. \quad (2.7.30)$$

Поскольку дибарионы в конденсате покоятся, они не дают вклада в давление.

В соответствии с общими требованиями

$$\mu_N = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_{NV}},$$

$$\mu_D = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_{DV}^c}.$$

Давление может быть рассчитано двумя способами: по формуле (2.7.30) и из термодинамического соотношения

$$p = -\varepsilon + \mu_N \rho_{NV} + \mu_D \rho_{DV}^c. \quad (2.7.31)$$

Термодинамическое давление (2.7.31) совпадает с гидростатическим давлением (2.7.30).

Теорема Гугенгольца-ван-Хова [196] требует, чтобы энергия фермионов на поверхности Ферми и средняя энергия физической системы при нулевом давлении (при плотности насыщения) совпадали. Эта теорема применяется для проверки самосогласованности приближенных схем. Теория среднего поля и релятивистские приближение Хартри в стандартной модели Валечки удовлетворяют этому требованию.

Масса дибарионов в вакууме входит в нашу модель как свободный параметр. Формальное предположение о том, что дибарионный конденсат существует при плотности насыщения, не приводит к внутренним противоречиям. В химическом равновесии по отношению к реакции $NN \leftrightarrow D$, первое из соотношений (2.6.18) выполняется. В согласии с теоремой [196], уравнения (2.5.11) и (2.7.31) немедленно дают

$$\mu_N = E_F^* + g_\omega \omega_c = \frac{\varepsilon}{\rho_{TV}}.$$

Дибарионное расширение модели Валечки, следовательно, выполняет теорему Гугенгольца-ван-Хова.

2.7.4 Условия равновесия гетерофазных веществ

В однофазном веществе плотность энергии является функцией общей плотности барионного числа

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho_{TV}).$$

В гетерофазных веществах энергия является функцией дополнительных параметров ξ_i

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho_{TV}, \xi_i).$$

Эти параметры характеризуют состав гетерофазных веществ. Равновесие находится из условий

$$\frac{\partial \varepsilon(\rho_{TV}, \xi_i)}{\partial \xi_k} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (2.7.32)$$

Собственные значения матрицы

$$\frac{\partial^2 \varepsilon(\rho_{TV}, \xi_i)}{\partial \xi_k \partial \xi_l} \quad (2.7.33)$$

должны быть положительными, чтобы гарантировать локальный минимум энергии.

В нашем случае состояние определяется химическими потенциалами нуклонов и дибарионов, а также величиной дибарионного конденсата. Химический потенциал нуклонов является свободным параметром. Химический потенциал дибарионов определяет временную эволюцию дибарионного конденсата:

$$\varphi_c(t) = e^{-i\mu_D t} \sqrt{\rho_{DS}^c}.$$

Величина μ_D находится из соотношения Гугенгольца-Пайнса (2.7.11). В приближении среднего поля $\mu_D^* = m_D^*$. Остаются два свободных параметра, в качестве которых можно выбрать ρ_{NV} и ρ_{DS}^c . Уравнения (2.7.32) дают

$$2 \frac{\partial \varepsilon(\rho_{NV}, \rho_{DV}^c)}{\partial \rho_{NV}} = \frac{\partial \varepsilon(\rho_{NV}, \rho_{DV}^c)}{\partial \rho_{DV}^c}. \quad (2.7.34)$$

Используя выражение (2.7.29), можно убедиться, что первое из соотношений (2.6.18) следует из уравнения (2.7.34). Матрица (2.7.33) является положительно определенной, когда выполнено второе из соотношений (2.6.18).

2.8 Ограничения на массы дибарионов и константы связи σ - и ω -мезонов из существования массивных нейтронных звезд

В этом разделе рассмотрен эффект дибарионных резонансов на структуру нейтронных звезд в теории среднего поля и в релятивистском приближении Хартри. Существование массивных нейтронных звезд накладывает зависящие от массы дибарионов ограничения на константы связи σ - и ω -мезонов.

Эффекты, связанные с дибарионными резонансами в модели среднего поля и в приближении Хартри, рассмотрены в разделах 2.6 и 2.7. Хотя дибарионный бозе-конденсат не существует в обычных ядрах, дибарионы влияют на свойства ядерной материи и обычных ядер посредством эффекта Казимира. Наличие среднего поля изменяет массы нуклонов и дибарионов и, в свою очередь, изменяет энергию дираковского подвала нуклонов и нулевые колебания дибарионов. Этот эффект дает вклад в плотность энергии и давление. В разделе 2.7 он был рассмотрен в релятивистском приближении Хартри. Для нуклонов эффект хорошо известен [186].

При нулевой температуре система бозонов с потенциалом притяжения неустойчива по отношению к сжатию. В такой системе квадрат скорости звука - отрицательный, длинноволновые возбуждения экспоненциально нарастают. Анализ закона дисперсии элементарных возбуждений показывает, что неустойчивость может возникнуть лишь в звуковых волнах. Основное состояние ядерной материи с бозе-конденсатом дибарионов является устойчивым или неустойчивым в зависимости от того, какое взаимодействие доминирует - притягивающее или отталкивающее.

В данном разделе мы исследуем следствия возможной неустойчивости ядерной материи с дибарионами. Если центральная плотность массивных нейтронных звезд превышает критическое значение формирования дибарион-

ного конденсата, нейтронная звезда в неустойчивом случае конвертирует в кварковую звезду, странную звезду или черную дыру.

Некоторые из компактных объектов отождествляются довольно надежно с обычными нейтронными звездами, во всяком случае, консервативная гипотеза всегда состояла в том, что пульсары - нейтронные звезды. Ограничивая центральную плотность нейтронных звезд критической плотностью образования дибарионного конденсата, можно получить верхние пределы на массы нейтронных звезд. С другой стороны, зная массы нейтронных звезд из наблюдений, можно получить ограничения на массы дибарионов и константы связи σ - и ω -мезонов с дибарионами. Если верхние пределы нарушены, можно заключить, что дибарионы образуют бозе-конденсат, стабильный по отношению к сжатию. Последнее возможно в том случае, когда дибарионы взаимодействуют через сильный потенциал отталкивания.

Рассмотрим сначала свойства ядерной материи ниже критической плотности образования конденсата. Вакуумный вклад в скалярную плотность дибарионов может быть записан в виде

$$2m_D^* \rho_{DS} = 2m_D^* \langle \varphi(0)^* \varphi(0) \rangle = m_D^3 \zeta(m_D^* / m_D),$$

где функция $\zeta(x)$ определена уравнением (2.7.16). Это выражение отличается от нуклонной скалярной плотности в ядерной материи только заменой статистического фактора $4(= 2_s \times 2_I) \rightarrow 1$. Условие самосогласованности имеет вид (2.6.15).

Перенормированный вакуумный вклад в тензор энергии-импульса нуклонов имеет вид [188]

$$\langle T_{\mu\nu}^N(0) \rangle_{vac} = -4g_{\mu\nu} m_N^4 \eta\left(\frac{m_N^*}{m_N}\right) \quad (2.8.1)$$

где

$$16\pi^2\eta(x) = x^4 \ln x + 1 - x - \frac{7}{2}(1-x)^2 + \frac{13}{3}(1-x)^3 - \frac{25}{12}(1-x)^4.$$

Для дибарионов

$$\langle T_{\mu\nu}^D(0) \rangle_{vac} = g_{\mu\nu} m_D^4 \eta\left(\frac{m_D^*}{m_D}\right). \quad (2.8.2)$$

Элементарные возбуждения в ядерной материи с бозе-конденсатом дибарионов соответствуют нуклонам, антинуклонам, σ -мезонам, ω -мезонам, дибарионам и антидибарионам. Законы дисперсии этих квазичастиц в схеме РНА найдены в разделе 2.7. Законы дисперсии нуклонов и антинуклонов имеют тот же вид, что и в вакууме с заменой массы на эффективную массу m^* . Законы дисперсии σ -мезонов, ω -мезонов, дибарионов и антидибарионов оказываются вещественными. Возможным источником неустойчивости могут быть только длинноволновые возбуждения, связанные с наличием звука в среде. Квадрат скорости звука имеет вид

$$a_s^2 = \frac{\alpha}{1 + \alpha},$$

где

$$\alpha = 2\rho_{DS} \frac{m_\sigma^2}{\tilde{m}_\sigma^2} \left(\frac{h_\omega^2}{m_\omega^2} - \frac{h_\sigma^2}{m_\sigma^2} \right)$$

и $\tilde{m}_\sigma^2 = m_\sigma^2 + 2h_\sigma^2\rho_{DS}$. Видно, что квадрат скорости звука положителен, а система устойчива при

$$\frac{h_\omega^2}{m_\omega^2} > \frac{h_\sigma^2}{m_\sigma^2}. \quad (2.8.3)$$

В разделе 2.6 мы получили это неравенство как условие положительности энергии взаимодействия конденсатных бозонов.

Здесь мы покажем, что нарушение неравенства (2.8.3) для легких дибарионов противоречит существованию массивных нейтронных звезд.

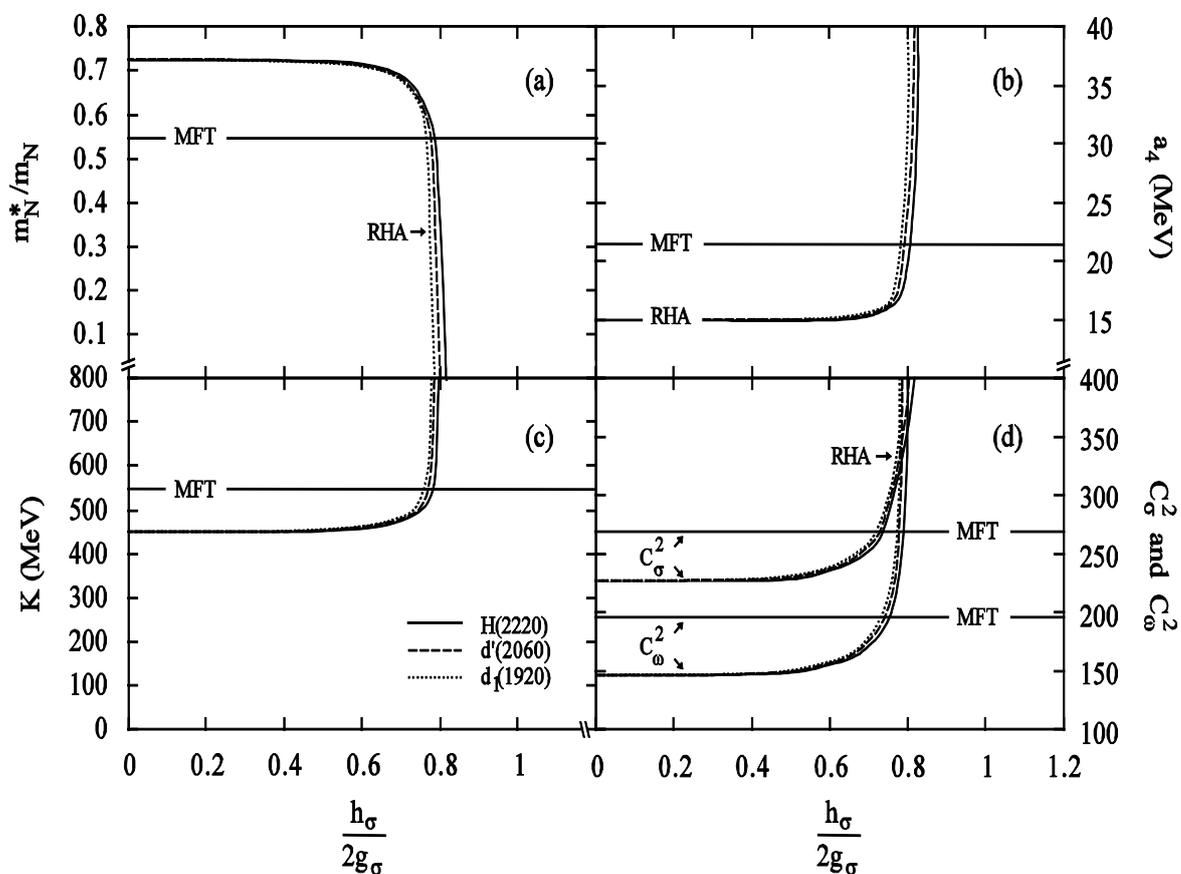


Рисунок 23. (а) Эффективная масса нуклона, (б) коэффициент асимметрии, (с) коэффициент несжимаемости ядерной материи при плотности насыщения, константы связи σ - и ω -мезонов с нуклонами в схеме RHA как функции отношения $h_\sigma / (2g_\sigma)$. Результаты MFT показаны для сравнения. Константы связи находятся из фита положения и глубины E/A при плотности насыщения. Сплошная, пунктирная, точечная кривые соответствуют дибарионам $H(2220)$, $d(2060)$ и d_1 .

(1920). Свойства обычной ядерной материи удовлетворительно воспроизводятся при $h_\sigma / (2g_\sigma) < 0.8$.

Для фиксированного отношения $h_\sigma / (2g_\sigma)$ можно найти σ - и ω -мезонные константы связи с нуклонами из фита энергии связи $E / A - m_N = -15.75$ МэВ ядерной материи при плотности насыщения $\rho_0 = 0.148$ фм⁻³, которая определяется, например, центральной плотности ядра свинца ²⁰⁸Pb.

Плотность насыщения соответствует импульсу Ферми $k_F = 1.3$ фм⁻¹. Зависимость эффективной массы нуклонов в ядерной материи от отношения $h_\sigma / (2g_\sigma)$ при плотности насыщения показана на Рис. 23 (а). На Рис. 23 (б) и (с) показана зависимость коэффициента несжимаемости $K = 9\rho_0(\partial^2 \varepsilon / \partial \rho^2)|_{\rho=\rho_0}$ и коэффициента асимметрии a_4 от отношения $h_\sigma / (2g_\sigma)$. На Рис. 23 (д) показаны величины $C_s^2 = g_\sigma^2(m_N / m_\sigma)^2$ и $C_\omega^2 = g_\omega^2(m_N / m_\omega)^2$. Значение $h_\sigma / (2g_\sigma) = 0$ эквивалентно схеме РНА без дибарионов. Для сравнения мы приводим результаты МФТ, где влияние дибарионов на свойства материи ниже критической плотности отсутствует. Результаты РНА слабо зависят от массы дибарионов.

Когда отношение $h_\sigma / (2g_\sigma)$ приближается к величине 0.8, система уравнений становится сингулярной. Вклады в скалярную плотность нуклонов и дибарионов, которые имеют противоположные знаки, являются сопоставимыми при $4g_\sigma^4 / m_N \approx h_\sigma^4 / m_D$. Дибарионные эффекты становятся большими при

$$h_\sigma / (2g_\sigma) \approx 0.5(4m_D / m_N)^{1/4} \approx 0.84.$$

Чем больше масса дибариона, тем выше верхний предел $h_\sigma / (2g_\sigma)$. Этот эффект можно увидеть на Рис. 23.

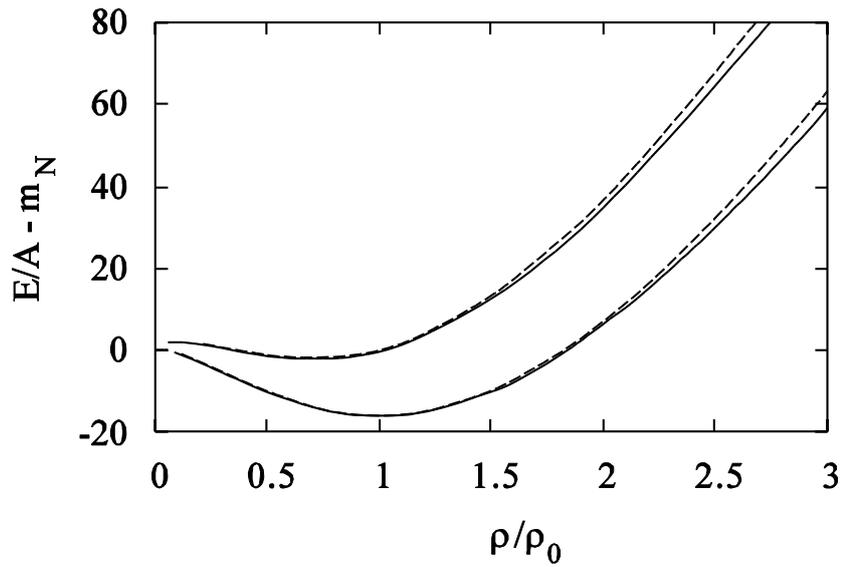


Рисунок 24. Кривые насыщения ядерной материи в РНА. Сплошная кривая - без дибарионов, пунктирная кривая - с H -дибарионом для $h_\sigma / (2g_\sigma) = 0.6$.

Кривые насыщения для ядерной и нейтронной материи показаны на Рис. 24. Зависимость эффективной массы нуклона от ферми-импульса показана на Рис. 25 для H -частицы при $h_\sigma / (2g_\sigma) = 0.6$. Уравнение состояния в РНА несколько мягче, чем в МФТ. Вклад вакуумных нулевых колебаний нуклонов и дибарионов частично компенсируют друг друга, поэтому включение дибарионов делает уравнение состояния жестче. Из Рис. 24 видно, что штрихованные кривые, соответствующие РНА с дибарионами, лежат выше сплошных кривых, которые соответствуют РНА без дибарионов.

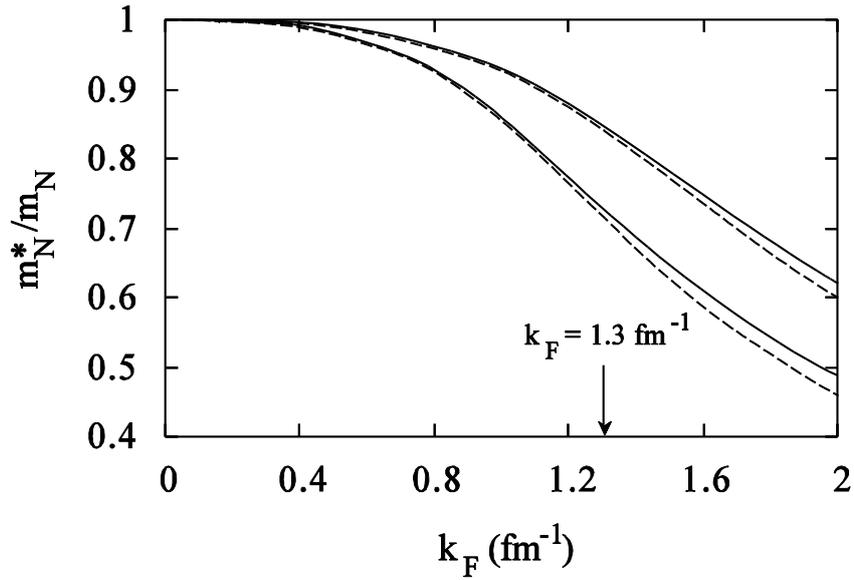


Рисунок 25. Эффективная масса нуклона как функция ферми-импульса в ядерной материи (верхние кривые) и в нейтронной материи (нижние кривые). Сплошные линии соответствуют РНА без дибарионов, пунктирные линии - РНА с H -дибарионом.

В МФТ эффективная масса нуклона уменьшается с плотностью быстрее, чем в РНА. В связи с частичной компенсации вакуумных вкладов нуклонов и дибарионных в скалярную плотность пунктирные линии лежат ниже сплошных.

На Рис. 26 приведены значения критической плотности образования дибарионного конденсата H (2220), d^* (2060) и d_1 (1920) в МФТ и РНА в ядерной и нейтронной материи как функция константы связи σ -мезона с дибарионами для $h_\omega / h_\omega^{\max} = 1, 0.8$ и 0.6 , где h_ω^{\max} - максимальное значение ω -мезонной константы связи с дибарионами, при котором конденсат неустойчив ($h_\omega / h_\omega^{\max} = 1$ соответствует $a_s^2 = 0$, а $h_\omega / h_\omega^{\max} = 0.8$ и 0.6 соответствуют $a_s^2 < 0$). В РНА

конденсация дибарионов происходит при более высокой плотности. Константа h_ω определяет энергию дибарионов в среднем поле ω -мезонов. Чем больше h_ω , тем более высокая плотность требуется, чтобы рождение дибарионов стало энергетически выгодным. Этот эффект проявляется на Рис. 26: сплошные линии $h_\omega / h_\omega^{max} = 1$ лежат выше штрихованных $h_\omega / h_\omega^{max} = 0.8$ и пунктирных $h_\omega / h_\omega^{max} = 0.6$, соответственно.

Когда дибарионный конденсат неустойчив по отношению к сжатию, рождение дибарионов с увеличением плотности приводит к неустойчивости нейтронных звезд с последующим фазовым переходом в кварковую материю и коллапсом нейтронной звезды в кварковую звезду, странную звезду, или черную дыру. В таком случае максимальная масса нейтронной звезды определяется массой и константами связи мезонов с дибарионами. На Рис. 31 показаны максимальные значения масс нейтронных звезд, в которых нет дибарионного конденсата.

Уравнения состояния в MFT и RHA для нейтронной материи при плотности выше плотности насыщения сшивались с уравнением состояния [197] при плотности $\rho_{drip} < \rho < 0.8\rho_0$, где $\rho_{drip} = 4.3 \cdot 10^{11}$ г/см³, а затем с уравнением состояния [198] при плотности $\rho < \rho_{drip}$. Максимальная масса нейтронных звезд чувствительна к значению импульса Ферми при плотности насыщения. Если мы примем $k_F = 1.42$ фм⁻¹ вместо 1.3 фм⁻¹, максимальная масса в MFT без дибарионов уменьшается с $3M_\odot$ до $2.6M_\odot$. Выбор $k_F = 1.3$ фм⁻¹ приводит к более консервативным ограничениям на константы мезон-дибарионной связи.

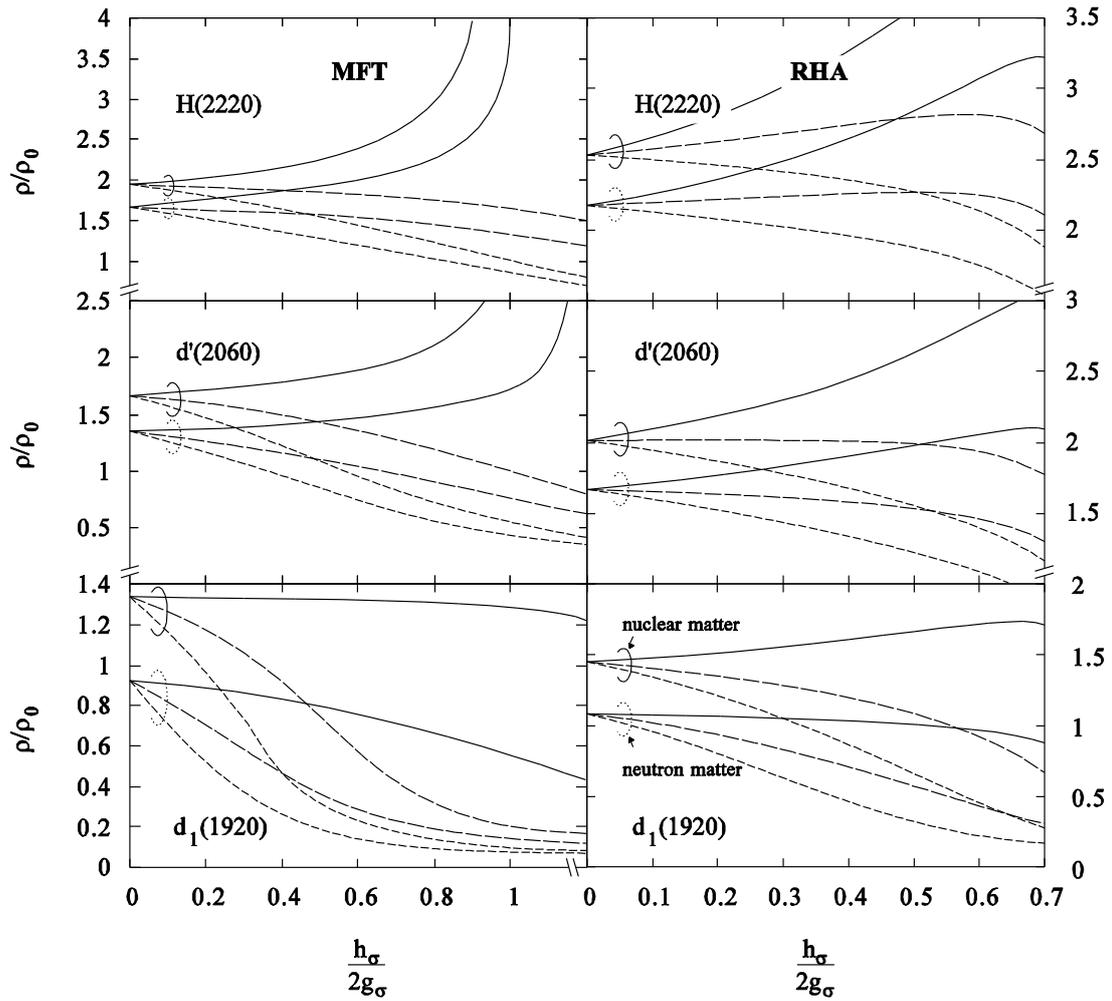


Рисунок 26. Критическая плотность возникновения конденсата дибарионов $H(2220)$, $d'(2060)$ и $d_1(1920)$ в ядерной и нейтронной материи в MFT и RHA как функция константы связи σ -мезона с дибарионами для $h_\omega/h_\omega^{max} = 1, 0.8$ и 0.6 (сплошные, штриховые и пунктирные линии, соответственно), где $h_\omega^{max} = h_\sigma m_\omega / m_\sigma$ - максимальное значение константы связи ω -мезона с дибарионами, при

котором дибарионный конденсат неустойчив.

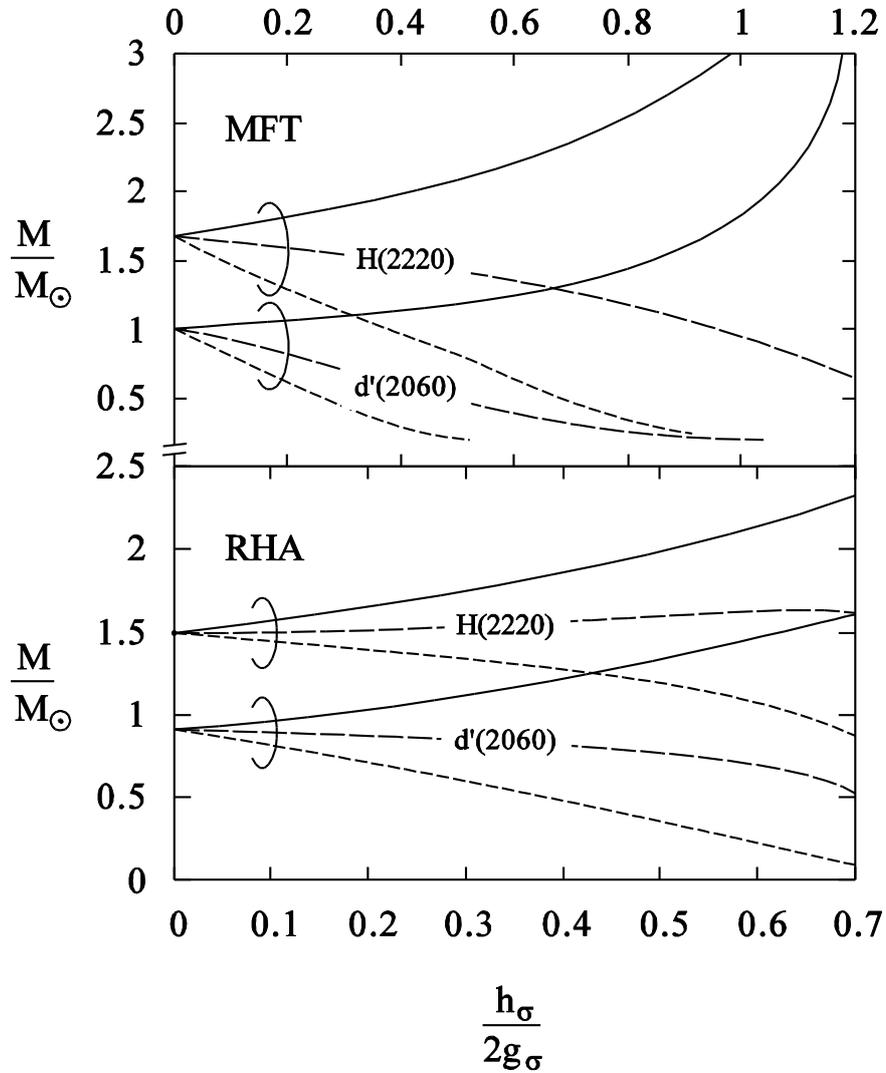


Рисунок 27. Минимальная масса нейтронной звезды, при которой образование дибарионного конденсата энергетически выгодно, как функция константы связи σ -мезона с дибарионами. Показаны дибарионы $H(2220)$ и $d'(2060)$ для

$h_\omega / h_\omega^{max} = 1, 0.8$ и 0.6 (сплошные, длинные пунктирные и пунктирные линии, соответственно). Результаты приведены в MFT и RHA.

На Рис. 28 показано пространство параметров для констант связи дибарионов с мезонами. Наши обсуждения и обоснованность аргументов ограничиваются областью, в которой дибарионный конденсат неустойчив. Требование устойчивости ядерной материи при плотности насыщения позволяет получить ограничения на константы связи. Соответствующие кривые (прямые и в случае MFT) отмечены стрелками с белыми концами. Пунктирные линии в случае MFT для $d_1(1920)$ дибарионов близки к штрихпунктирным линиям $a_s^2 = 0$. При малых значениях h_σ пунктирные линии находятся выше линии $a_s^2 = 0$. В таком случае дибарионный конденсат, неустойчивый по отношению к сжатию, существовать не может. В схеме RHA окно для неустойчивого конденсата $d_1(1920)$ в пространстве параметров заметно больше.

Если принять консервативное допущение, что пульсары - обычные нейтронные звезды, ограничения на константы связи мезонов с дибарионами можно заметно улучшить. Соответствующие кривые (прямые и в случае MFT) приведены на Рис. 28. Мы видим, что точечные и пунктирные линии лежат выше или в непосредственной близости от линии $a_s^2 = 0$. Это означает, что для $d_1(1920)$ и $d'(2060)$ дибарионный конденсат, неустойчивый по отношению к сжатию, существовать не может за исключением небольшой разрешенной области для $d'(2060)$ при высоких значениях h_σ . Для H -частиц есть область в пространстве параметров между линией $a_s^2 = 0$ и сплошными линиями, отмеченными стрелками с черными концами, что соответствует дибарионному конденсату, неустойчивому по отношению к сжатию.

Взаимодействие H -частиц изучалось в кварковой кластерной модели. Константы связи мезонов с H -частицами могут быть определены из фита глубины и положения минимума адиабатического HH -потенциала. Эти значения отмечены на Рис. 28. крестом. Они соответствуют неустойчивому дибарионному конденсату и находятся в разрешенной области пространства параметров H -частицы.

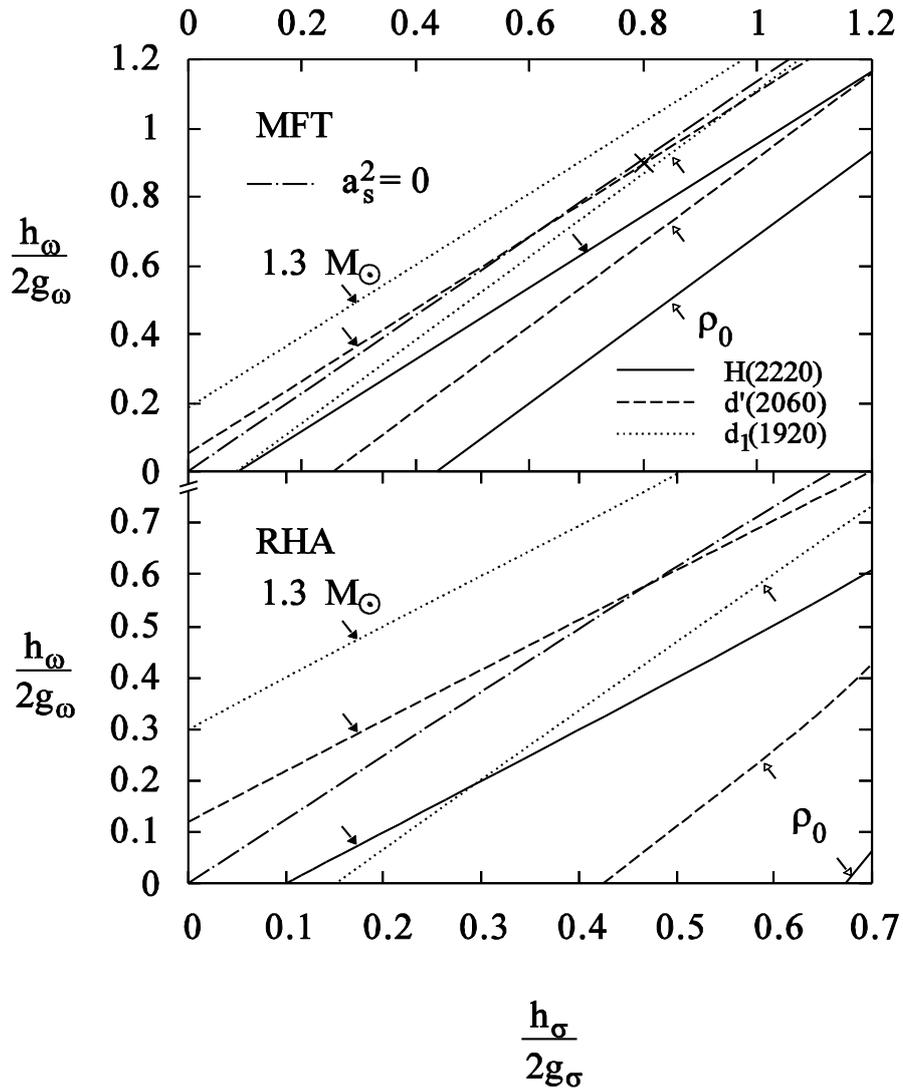


Рисунок 28. Параметрическое пространство констант связи σ - и ω -мезонов с дибарионами в MFT и RHA. Кривые $a_s^2 = 0$ делят параметрическое пространство на две части. Верхняя левая часть соответствует устойчивому конденсату ($a_s^2 > 0$),

нижняя правая часть - неустойчивому конденсату ($a_s^2 < 0$).
Сплошные, пунктирные и точечно-пунктирные кривые ограничивают снизу области, в которых образование конденсата в обычных ядрах энергетически не выгодно (стрелки с белыми концами) и при плотности, которая существует в центре звезд с массой $1.3M_\odot$ (стрелки с черными концами).

Уравнения состояния MFT и RHA очень жесткие. В мягких моделях допустимая центральная плотность нейтронных звезд выше, чем в жестких моделях. Соответственно, условия для возникновения новых видов ядерной материи являются более благоприятными. Из результатов, представленных на Рис. 31 и 28, мы видим, что более мягкое уравнение состояния RHA приводит к более сильным ограничениям на массы нейтронных звезд, и, соответственно, более жестким ограничениям на константы связи в сравнении с более жестким уравнением состояния MFT, хотя рождение дибарионов в RHA происходит при более высоких плотностях (см. Рис. 26). Можно предположить, что данный эффект – проявление общей закономерности, и мягкие уравнения состояния дают более сильные ограничения на константы связи.

Мы показали, таким образом, что предположение о неустойчивости дибарионного конденсата находится в противоречии с гипотезой о том, что пульсары – обычные нейтронные звезды, в том случае, если существуют дибарионы $d_1(1920)$ и $d'(2060)$. Этот вывод справедлив для всех узких дибарионов с теми же квантовыми числами в том же диапазоне масс. H -частицы достаточно тяжелые, их конденсация происходит при более высокой плотности, соответственно, ограничения на константы связи мезонов и дибарионов не слишком сильные. Это позволяет H -частицам образовывать конденсат, неустойчивый по отношению к сжатию (с последующим образованием странной материи),

не входя в противоречие с существованием массивных нейтронных звезд. Константы связи мезонов с дибарионами $d_1(1920)$ и $d'(2060)$ должны подчиняться неравенству (2.8.3). Константы связи мезонов с H -частицей должны лежать выше сплошных кривых на Рис. 28.

РОЖДЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ В ЯДРАХ

Реакции фотопоглощения на ядрах несут ценную информацию о структуре ядра и свойствах нуклонов и резонансов в ядерной материи. Область низких энергий позволяет исследовать коллективные свойства ядер [199] - [201]. В настоящей главе рассмотрена область промежуточных энергий, при которой возможно исследование свойств нуклонных резонансов в ядерной среде.

В первой части анализируются данные по ядерному фотопоглощению, которые указывают на исчезновение («плавление») в ядре всех резонансов, тяжелее $\Delta(1232)$. Обсуждается влияние ферми-движения, столкновительного уширения и блокировки Паули на форму спектральных функций нуклонных резонансов. Показано, что в исчезновении резонансов важную роль играет столкновительное уширение. Фитирование экспериментальных данных по сечению фотопоглощения на ядре урана позволяет оценить полные сечения рассеяния резонансов $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$ и $D_{33}(1700)$ на нуклонах. Оценка для P_{33} резонансного сечения хорошо согласуется с величиной, полученной из сечения $NN \rightarrow \Delta N$; для других резонансов сечения не превышают унитарный предел.

Во второй части обсуждается когерентное рождение резонансов на ядрах. Показано, что массовое распределение продуктов распада в общем случае имеет две компоненты, соответствующие распаду резонанса снаружи и внутри ядра. Первая (узкая) компонента имеет форму Брейта – Вигнера. Она определяется вакуумным значением массы и ширины резонанса. Вторая (широкая) компонента несет информацию о модификации свойств резо-

нанса в ядерной среде. Эта компонента также описывается формулой Брейта - Вигнера с параметрами, зависящими от ядерной плотности.

3.1 Подавление нуклонных резонансов в реакции фотопоглощения на ядрах

В Фраскати [41] – [37], [202] и Майнце [203], [204] были измерены полные сечения фотопоглощения на некоторых ядрах при энергиях фотонных пучков 0.2 – 1.2 ГэВ и 0.05 – 0.8 ГэВ с целью изучения поведения барионных резонансов в ядрах. Эти измерения показали интересный результат: $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$ резонансы, которые хорошо видны в фотопоглощении на протоне и дейтроне [205], [206], исчезают в ядрах, их сечения на связанном нуклоне подавлены. Напротив, $P_{33}(1232)$ резонанс лишь искажается, в согласии с предыдущими данными, имеющимися в литературе [207].

Существует несколько эффектов, которые могут привести к искажению формы барионных резонансов в ядерной среде:

- (i) Ферми-движение, которое приводит к размытию резонансного пика, подавлению его максимума и увеличению ширины.
- (ii) Распространение и взаимодействие резонансов в ядерной среде, что влияет на параметры (масса и ширина) резонансов. Соответствующий столкновительный сдвиг массы и уширение зависят от плотности ядра, также от внутренней структуре резонанса.
- (iii) Блокировка Паули уменьшает ширину резонанса за счет уменьшения фазового пространства, доступного продуктам распада.
- (iv) Частичный деконфайнмент кварков в ядрах может подавить связь фотонов с нуклонными резонансами.

Ядерная фотоабсорбция в области P_{33} резонанса обсуждалась в ранее (см., например, [208] - [210]). Было показано, что Δ -дырочная модель описывает

данные с 10%-й точностью, объясняя уменьшение и уширение Δ эффектами распространения Δ -изобары в ядерной среде.

В этом разделе мы рассмотрим область резонансов $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$ и покажем, что движение Ферми и в особенности столкновительное уширение являются основными эффектами, влияющими на свойства этих резонансов в ядрах. Кроме того, исходя из данных по сечению ядерного фотопоглощения на ^{238}U [41], мы оценим полные сечения рассеяния резонансов $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$ и $D_{33}(1700)$ на нуклонах. Для резонанса P_{33} полученная оценка хорошо согласуется с экспериментальными данными по сечению $NN \rightarrow \Delta N$, для других резонансов оценки близки к унитарным пределам.

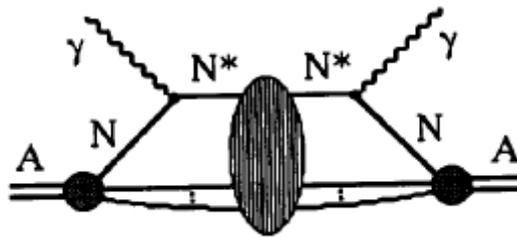


Рисунок 29. Комptonовское рассеяние вперед на ядре.

3.1.1 Полное сечение фотопоглощения

а). Комptonовское рассеяние вперед и ферми-движение

Полное сечения фотопоглощения может быть выражена через мнимую часть амплитуды комptonовского рассеяния вперед $T(\omega, \theta = 0)$ (см. Рис. 29):

$$\frac{\sigma_{\gamma A}^{tot}}{A} = -\frac{1}{2m\omega} \Im \bar{T}(\omega, \theta = 0), \quad (3.1.1)$$

где ω - энергия фотона, m - масса нуклона,

$$\bar{T}(\omega, \theta = 0) = \sum_i \left(\frac{Z}{A} \bar{T}_{i,\gamma p}(\omega, \theta = 0) + \frac{N}{A} \bar{T}_{i,\gamma n}(\omega, \theta = 0) \right) + \text{background},$$

индекс i относится к различным барионным резонансам N^* . Черта над амплитудой означает связанное с ферми-движением усреднение по нуклонным импульсам.

Если предположить, что резонансы образуются внутри ядра и далее не взаимодействуют со средой (см. Рис. 30), то амплитуда примет вид

$$\bar{T}_{\gamma N}(\omega, \theta = 0) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} |\varphi(\mathbf{p})|^2 \frac{g_{\gamma NN^*}^2}{(k + p)^2 - M^2 + iM\Gamma_0}, \quad (3.1.2)$$

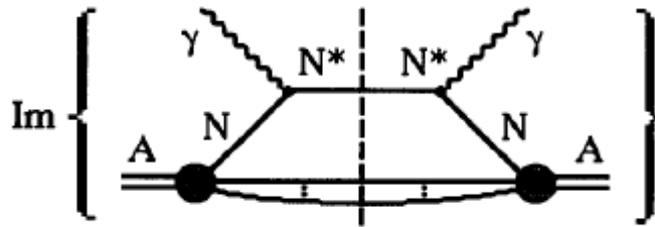


Рисунок 30. Мнимая часть амплитуды комptonовского рассеяния вперед, описывающая ядерное сечение фотопоглощения. Барионные резонансы N^* после образования не взаимодействуют с нуклонами в ядре.

где $k = (\omega, \mathbf{k})$ и $p = (E, \mathbf{p})$ - 4-импульсы фотона и нуклона, M и Γ_0 - массы и ширины резонанса в вакууме, $\varphi(\mathbf{p})$ - импульсное распределение нуклонов в ядре, которое мы параметризуем распределением Ферми. Вершинная функция $g_{\gamma NN^*}$ связана с парциальной шириной $\Gamma_{\gamma N}$ следующим образом:

$$\Gamma_{\gamma N} = \frac{g_{\gamma NN^*}^2}{16\pi} \frac{M^2 - m^2}{M^3}.$$

Ферми-движение приводит к уширению резонансного пика и уменьшению его высоты в максимуме. Фактор подавления S_F является убывающей функцией $x = 2\omega p_F / (M\Gamma_0)$, где p_F - импульс Ферми, как показано на Рис. 31. Площадь под резонансной кривой не изменяется, поэтому эффективная ширина в $1/S_F$ раз больше исходной.

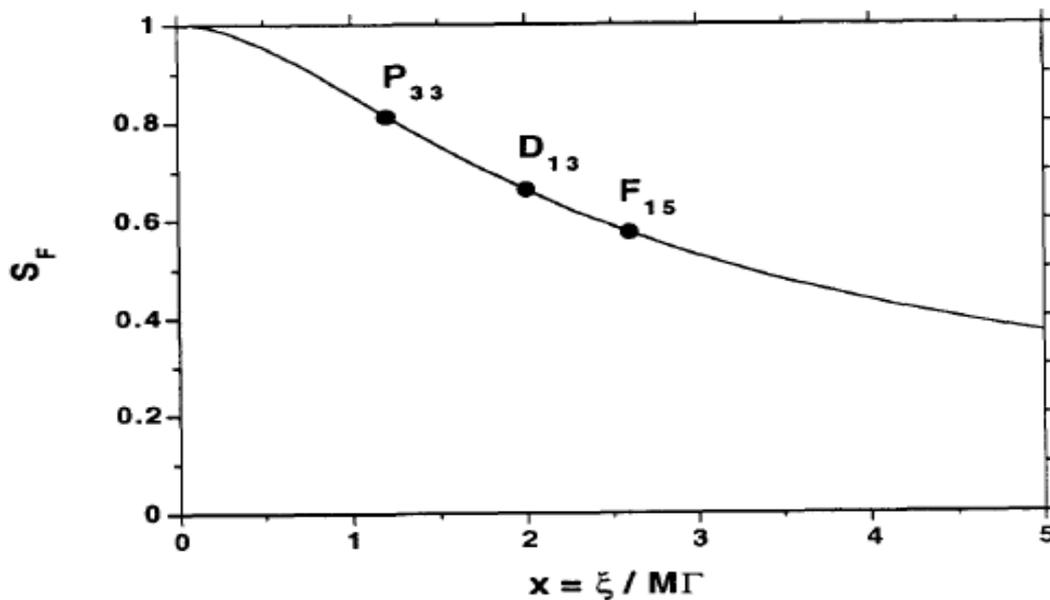


Рисунок 31. Фактор подавления S_F , связанный с ферми-движением нуклонов, как функция $x = 2\omega p_F / (M\Gamma_0)$. Точки на кривой показывают положение резонансов $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$.

б). Распространение резонансов в ядерной среде

Столкновительное уширения резонансов в ядрах обсуждалось ранее Баггом [211], который исходил из работы Вигнера и Вайскопфа [212].

Для полноты картины приведем здесь отличные, но эквивалентные выводы формулы столкновительного уширения.

- Элементарный подход

Резонанс в ядерной среде взаимодействует с окружающими нуклонами. Рассмотрим простую модель быстро движущегося резонанса в бесконечной ядерной материи. Предположим, что резонанс является узким (что позволяет его рассматривать как элементарную частицу) и что плотность среды достаточно мала (нелинейные эффекты по плотности отсутствуют).

Временная зависимость интенсивности пучка резонансов, распространяющихся со скоростью v в вакууме, описывается известным выражением:

$$|\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 \exp(-\Gamma_0 t / \gamma), \quad (3.1.3)$$

где γ - лоренц-фактор. Таким образом, интенсивность пучка резонансов в вакууме на расстоянии $l = vt$ уменьшается в $\exp(-\Gamma_0 l / \gamma v)$ раз.

В ядерной среде интенсивность пучка уменьшается также в результате рассеяния или поглощения. Таким образом, даже в случае $\Gamma_0 \rightarrow 0$ число исходных частиц в пучке падает, причем как $\exp(-\rho \sigma^* vt)$, где σ^* - полное сечение взаимодействия резонансов с нуклонами и ρ - плотность среды.

Если присутствуют оба эффекта, получим

$$|\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 \exp(-\Gamma t / \gamma),$$

где $\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma^*$. Второе слагаемое описывает столкновительное уширение

$$\Gamma^* = \rho \sigma^* v \gamma. \quad (3.1.4)$$

Таким образом, распространение резонанса в ядерной среде приводит к уменьшению его времени жизни и в соответствии с принципом неопределен-

ности увеличению его ширины. Порядок величины столкновительного уширения можно оценить как $\Gamma^* \sim 135 \text{ МэВ}$ для ядерной плотности $\rho = 0.17 \text{ фм}^{-3}$ и $\sigma^* = 40 \text{ мб}$.

Для более строгого обоснования формулы (3.1.3) рассмотрим ниже квантово-механический подход.

▪ Бесконечная ядерная материя: квантово-механический подход

Стандартный подход к описанию резонансов в квантовой механике состоит в том, чтобы рассматривать его как состояние с комплексной энергией:

$$\Psi(t, \mathbf{r}) = \Psi(0, \mathbf{r}) \exp(-iE^* t),$$

где $E^* = M + k^2 / (2M) - i\Gamma_0 / 2$ и M и Γ_0 масса и ширина резонанса в вакууме.

Если резонанс распространяется в ядерной среде, его волновая функция находится из уравнения Шредингера:

$$i \frac{d\Psi(t, \mathbf{r})}{dt} = \left(M - i \frac{\Gamma_0}{2} - \frac{\nabla^2}{2M} + V_{opt}(\mathbf{r}) \right) \Psi(t, \mathbf{r}), \quad (3.1.5)$$

где оптический потенциал $V_{opt}(\mathbf{r})$ выражается через амплитуду рассеяния вперед $f_{NN^*}(\theta = 0)$ и плотность ядерной материи (см. Рис. 32):

$$V_{opt}(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi}{M} f_{NN^*}(\theta = 0) \rho(\mathbf{r}). \quad (3.1.6)$$

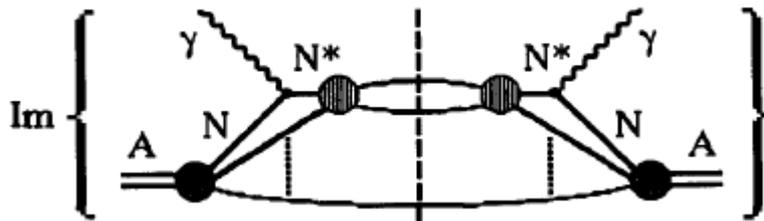


Рисунок 32. Вклад мнимой части амплитуды комптоновского рассеяния вперед в полное сечение фотоабсорбции. Барионные резо-

нансы N^* после образования взаимодействуют с нуклонами в ядре.

При постоянной плотности $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0$ нерелятивистский пропагатор резонанса можно записать в виде

$$G_{nr} = \frac{1}{E - (M + \delta M) + \frac{i}{2}(\Gamma_0 + \Gamma^*)}, \quad (3.1.7)$$

где два дополнительных члена в знаменателе, δM и Γ^* описывают сдвиг массы резонанса и увеличения его ширины (столкновительное уширение),

$$\delta M = -\frac{2\pi}{M} \Re f_{NN^*}(\theta=0) \rho_0, \quad (3.1.8)$$

$$\Gamma^* = -\frac{4\pi}{M} \Im f_{NN^*}(\theta=0) \rho_0. \quad (3.1.9)$$

С помощью оптической теоремы

$$\Im f_{NN^*}(\theta=0) = \frac{k}{4\pi} \sigma^*$$

Находим $\Gamma^* = \rho \sigma^* v \gamma$ в согласии с уравнением (3.1.4).

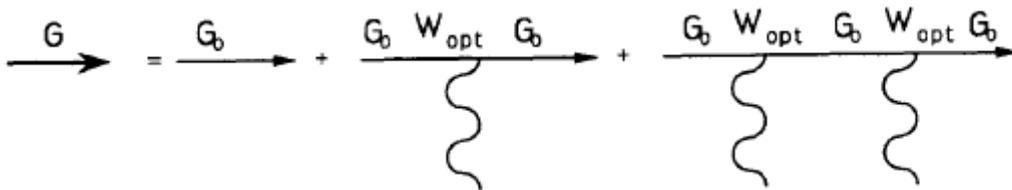


Рисунок 33. Диаграммы, модифицирующие пропагатор резонанса в ядерной среде.

- Релятивистское обобщение

Релятивистский пропагатор резонанса, G , может быть построен с помощью диаграммной техники. Проводя суммирование серии диаграмм, показанных на Рис. 33, мы можем написать следующее выражение для пропагатора:

$$G = G_0 + G_0 W_{opt} G_0 + G_0 W_{opt} G_0 W_{opt} G_0 + \dots,$$

где $G_0^{-1} = s - M^2 + iM\Gamma_0$ и релятивистский оптической потенциал имеет вид

$$W_{opt} = -4\pi f_{NN^*}(\theta = 0)\rho.$$

В случае постоянной плотности $\rho = \rho_0$ данный ряд легко суммируется:

$$G = (G_0^{-1} - W_{opt})^{-1}. \quad (3.1.10)$$

Масса и поправка к ширине даются выражением

$$\delta M^2 = -4\pi \Re f_{NN^*}(\theta = 0)\rho_0 \approx 2M\delta M,$$

$$\Gamma^* = \frac{4\pi}{M} \Im f_{NN^*}(\theta = 0)\rho_0 \approx \rho_0 \sigma^* v\gamma.$$

Эти выражения эквивалентны формулам (3.1.8) и (3.1.9).

- Конечный размер ядра и приближение средней плотности

Вообще говоря, следует использовать точный пропагатор резонанса с учетом конечного размера ядра. Можно, однако, полагать, что для средних и тяжелых ядер и не слишком малых сечений можно использовать приближение средней плотности (ПСП)

$$G_{av} = G_0 + G_0 W_{av} G_0 + G_0 W_{av} G_0 W_{av} G_0 + \dots, \quad (3.1.11)$$

где $W_{av} = -4\pi f_{NN^*}(\theta = 0)\rho_{av}$ и ρ_{av} - плотность, усредненная по ядру. Вывод ПСП и сравнение этого приближения с частично-дырочной моделью [208] - [210] даны в работе [67]. Здесь следует подчеркнуть, что ПСП может быть оправдано, например, в эйкональном приближении, когда длина волны резонанса значительно меньше, чем размер ядра. В этом случае резонанс, образовавшись за счет поглощения фотонов в ядерной среде, распространяется с фиксированным прицельным параметром. Затем амплитуда интегрируется по

всем прицельным параметрам. Средние импульсы резонансов $\Delta(1232)$ и $N^*(1520)$, рожденных фотонами внутри ядер, имеют импульсы около 300 и 760 МэВ, соответственно, что означает, что необходимые условием для ПСП приближенно выполняются даже для $\Delta(1232)$. Для тяжелых резонансов ПСП, как ожидается, работает еще лучше. Учитывая, что в нашем случае резонансы образуются во всем объеме ядра, а их длина свободного пробега не превышает 0.5 фм, мы можем заключить, что по крайней мере для тяжелых ядер, можно заменить в формуле (3.1.11) $\rho_{av} = \rho_0$, где значения ρ_0 могут быть определены из стандартных параметризаций плотности ядер.

- Перерасеяние продуктов распада резонанса

Резонанс, образованный с поглощением фотона (Рис. 30), может провзаимодействовать с нуклоном в ядерной среде до своего распада. Продукты распада перерасеиваются, и это эффект может давать поправки. Покажем, что в случае процессов фотопоглощения эти поправки небольшие.

Сначала рассмотрим образование и распад Δ изобары, где в конечном состоянии доминирует πN канал. Временную эволюцию состояния в системе покоя резонанса можно представить в виде суперпозиции двух компонент:

$$|\Psi\rangle = \exp(-iMt) \left(\exp\left(-\frac{1}{2}\Gamma_0 t\right) |N^*\rangle + \sqrt{1 - \exp(-\Gamma_0 t)} |\pi N\rangle \right). \quad (3.1.12)$$

Из-распада Δ внутри ядра пион и нуклон могут перерасеиваться на окружающих нуклонах. Для обсуждения этих эффектов удобно использовать теорию многократного рассеяния и различать когерентную и некогерентную части сечения фотопоглощения. В некогерентном случае перерасеяние частиц в конечном состоянии не изменяет сечение. Для перерасеяния и поглощения пионов данный факт является следствием унитарности, которая может быть применена, когда длина волны пиона много меньше радиуса ядра (см., на-

пример, [213]). Для перерасеяния нуклонов отсутствие эффекта является следствием полноты собственных состояний гамильтониана системы нуклонов.

В случае когерентного фоторождения π^0 -мезонов перерасеяние пионов в ядре приводит к экранировке, что влияет на сечение. Однако, когерентное фоторождение π -мезонов на ядре сильно подавлено. Действительно, когерентная амплитуда фоторождения пропорциональна $\mathbf{q} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{e}]$, где \mathbf{q} – переданный импульс, и \mathbf{e} - вектор поляризации фотона. Эта амплитуда обращается в нуль, когда угол равен нулю. Таким образом, вклад когерентной части сечения фоторождения для бесконечной ядерной материи равен нулю и мал для тяжелых ядер. Наоборот, если Δ резонанс образуется на пучке пионов, когерентное перерасеяние пионов оказывается важным, и это приводит к дополнительному искажению пика в полном сечении пион-ядерных взаимодействий (обсуждение этих эффектов дается в работах [208] - [210]). Для более тяжелых резонансов $\pi\pi N$ канал распада может быть также важен. В этом случае мы должны рассматривать возможность когерентного фоторождения дипиона в 1^- состоянии. Это сечение сильно подавлено ядерным форм-фактором из-за довольно высокого значения продольной передачи импульса в рассмотренном интервале энергий.

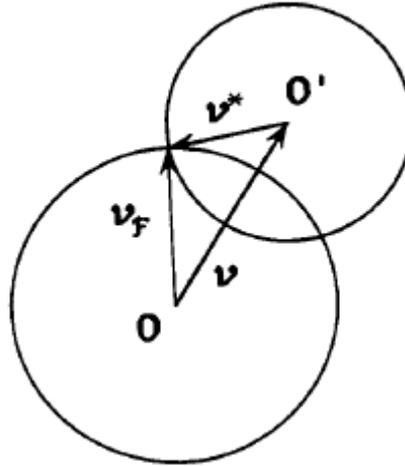


Рисунок 34. Геометрический смысл блокирующего фактора B_F в случае $v > v_F$. Распад резонанса на нуклон и мезон в конечном состоянии имеет место, если скорость нуклона $v + v^*$ находится вне сферы радиуса v_F .

в). Паули-блокировка

Другая поправка к ширине резонанса связана с Паули блокировкой, которая возникает из-за занятости состояний с импульсом $p < p_F$ другими нуклонами в ядре. Этот эффект приводит к увеличению жизни резонанса и уменьшению его ширины. Если пион-нуклонные моды распада являются доминирующими, блокирующий фактор в нерелятивистском приближении можно записать в виде

$$B_F = \begin{cases} 1, & \text{если } v_F < |\mathbf{v} - \mathbf{v}^*|, \\ 0, & \text{если } v + v^* \leq v_F, \\ \frac{(v + v^*)^2 - v_F^2}{4vv^*}, & \text{если } |\mathbf{v} - \mathbf{v}^*| \leq v_F < v + v^*, \end{cases} \quad (3.1.13)$$

где v - скорость резонанса, v^* скорость нуклона в системе покоя резонанса, и

$v_F = p_F/m$. Геометрическое построение, с помощью которого находится блокирующий фактор, показано на Рис. 35 для $v > v_F$. Распад резонанса разрешен, если вектор скорости нуклонов $\mathbf{v} + \mathbf{v}^*$ в системе покоя ядра находится вне сферы, образованной векторами $|\mathbf{v}| < v_F$. Таким образом, величина B_F определяется сферическим углом, образованным в системе покоя резонанса разрешенными направлениями вылета нуклонов:

$$B_F = 1 - \int_{\theta' < \theta} \frac{d\Omega'}{4\pi} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta), \quad (3.1.14)$$

где

$$\cos \theta = \frac{v^2 + v^{*2} - v_F^2}{2vv^*}.$$

Таким образом, ширина резонанса в ядерной среде определяется выражением

$$\Gamma = B_F \Gamma_0 + \Gamma^*. \quad (3.1.15)$$

Мы получаем, в частности, $B_F = 0.68$ для Δ и замечаем, что в отсутствие столкновительного уширения Δ ее ширина в ядре была бы лишь $\Gamma = 82$ МэВ.

Следует учитывать, что с ростом массы резонанса растет вероятность распада на состояния с более чем одним π -мезоном. Например, для резонанса $N^*(1520)$ парциальные ширины, нормированные на полную ширину, равны (50-60)% и (40-50)% в каналах πN и $\pi\pi N$, соответственно. Последний канал распределен с вероятностями (15-30)% и (10-25)% между $\Delta\pi$ и $N\rho$. Для этого резонанса эффект блокировки составляет 10%. Для других резонансов эффект меньше.

3.1.2 Численные результаты

а). Фитирование сечений фотопоглощения на протоне и нейтроне

Для того, чтобы описать данные по ядерному фотопоглощению и изолировать эффект ядерной среды, мы сначала определим массы и ширины резонан-

сов из фита данных по фотопоглощению на протоне и нейтроне [205], [206], представив сечения в виде суммы резонансов Брейта-Вигнера и гладкого фона.

Резонансы, используемые для подгонки сечений, следующие: $P_{33}(1232)$, $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$, $D_{15}(1675)$, $F_{15}(1680)$, $D_{33}(1700)$, а также $F_{37}(1950)$. Эти резонансы дают основной вклад в полное γN сечение ниже 1.2 ГэВ. Вклад неучтенных резонансов меньше 20 μb , он включен в фон. Резонансные вклады параметризуются в обычной форме:

$$\sigma^i(s) = \sigma_{res}^i \frac{M^2 \Gamma^2}{(s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2}, \quad (3.1.16)$$

где $i = p, n$. Мы требовали, чтобы массы и ширины резонансов совпадали с экспериментальными значениями из PDG [214]. Отношение $\sigma_{res}^p / \sigma_{res}^n$ определяется в соответствии с экспериментальными данными [215] в случае $I = 1/2$ резонансов, и оно было принято равным единице в случае $I = 3/2$ резонансов. Значения σ_{res}^p рассматриваются как свободные параметры. Фон параметризуется в виде

$$\sigma_B^i = \frac{a_{1i}(\omega - \omega_0) + a_{2i}(\omega - \omega_0)^{1/2}}{c_i + \omega - \omega_0}, \quad (3.1.17)$$

имеющим правильную реджевскую асимптотику. Здесь снова $i = p, n$. Значения a_{1i} и a_{2i} были установлены путем сопоставления с результатами данных высоких энергий [214]. Эти величины отличаются для протонов и нейтронов, а именно: $a_{1p} = 91 \mu\text{b}/\text{ГэВ}$, $a_{2p} = 71 \mu\text{b}/\text{ГэВ}$, $a_{1n} = 87 \mu\text{b}/\text{ГэВ}$, $a_{2n} = 65 \mu\text{b}/\text{ГэВ}$. Значения ω_0 соответствуют пионному порогу. Величины c_i были свободными параметрами, их значения оказались равными $c_p = 0.42 \text{ ГэВ}$ и $c_n = 0.47 \text{ ГэВ}$.

Таблица 2. Массы и ширины резонансов, определенные из подгонки сечений фотоабсорбции

на протоне и нейтроне (pn). Приводятся также экспериментальные данные [214] и результаты, полученные в работе [205] из анализа протонных (p) и нейтронных (n) сечений.

State	$M(\text{MeV})$				$\Gamma(\text{MeV})$			
	Exp	p	n	pn	Exp	p	n	pn
P_{11}	≈ 1440 1430–1470	1425	1440	1430	≈ 350 250–450	90	110	115
D_{13}	≈ 1520 1515–1530	1515	1515	1505	≈ 120 110–135	135	150	140
S_{11}	≈ 1535 1520–1555	1595	1570	1560	≈ 150 100–250	50	100	255
D_{15}	≈ 1675 1670–1685			1680	≈ 150 140–180			145
F_{15}	≈ 1680 1675–1690	1680	1695	1670	≈ 130 120–140	130	185	115
P_{33}	≈ 1232 1230–1234	1235	1250	1230	≈ 120 115–125	130	185	120
D_{33}	≈ 1700 1650–1750			1710	≈ 300 200–400			220
F_{37}	≈ 1950 1940–1960	1950	1960	1960	≈ 300 290–350	425	420	230

Мы использовали нейтронные сечения Армстронга и др. [205], [206], извлеченные из данных по дейтрону с поправкой на эффект ферми-движения. В Таблице 2 приведены массы и ширины резонансов, определенные из одновременного фита данных на протоне и нейтроне. Эти значения сравниваются с результатами, цитируемыми PDG [214], и результатами [205], [206].

Сечения фотопоглощения протонами и нейтронами показаны на Рис. 35 (а) и (b). Три резонансные структуры отчетливо видны в протонном сечении: они обусловлены вкладами $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$ резонансов. Вклады первых двух резонансов в нейтронное сечение практически такие же, как у протона, в то время как связь третьего резонанса с нейтронным каналом слабее.

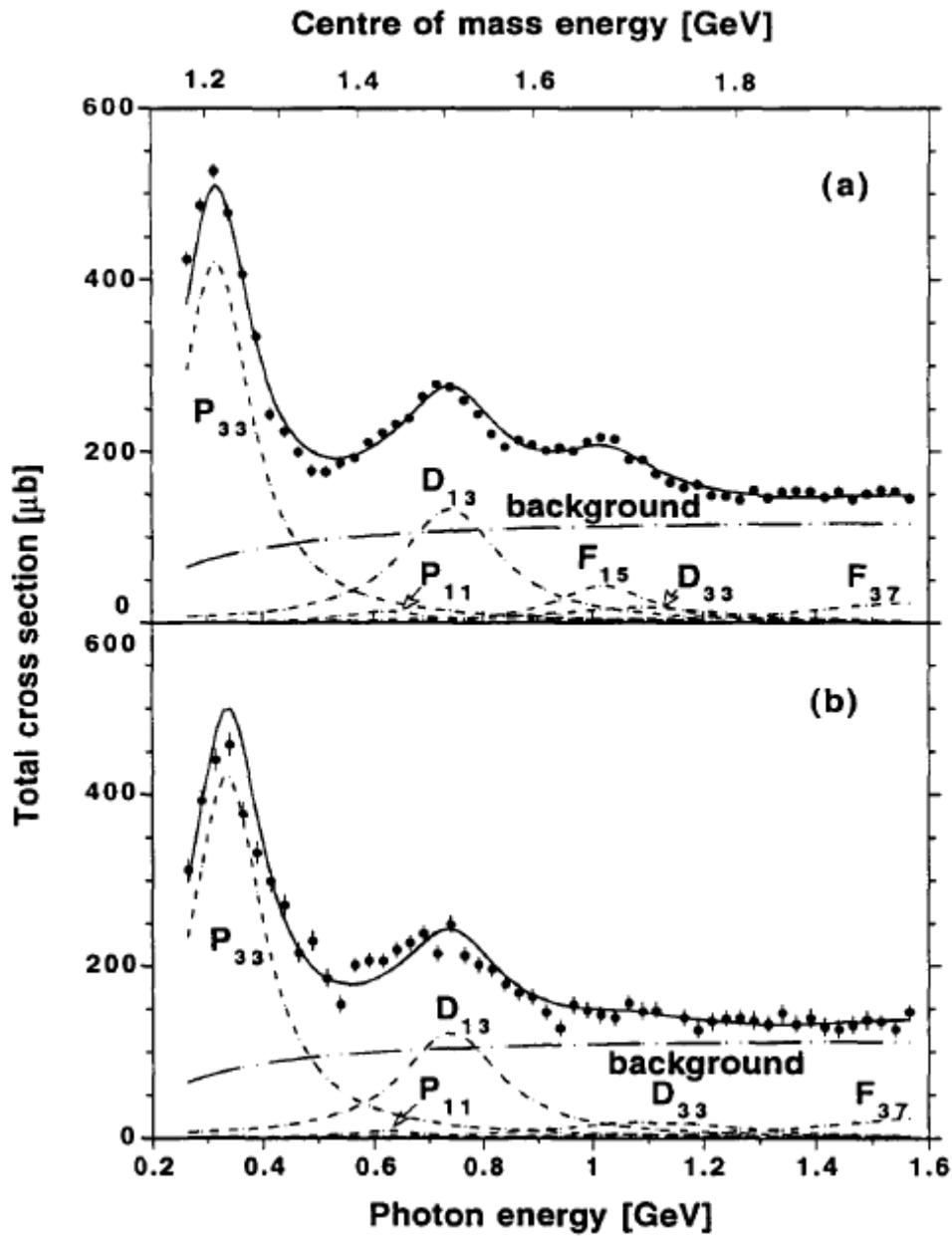


Рисунок 35. Сечения фотопоглощения на протоне (а) и нейтроне (б). Показан вклад отдельных резонансов и фона.

На рисунках показаны также фитирующие кривые (сплошные линии), вклад отдельных резонансов и фона. Стандартное отклонение на одну степень свободы (хи-квадрат) равно 1.90σ . В работах [205], [206] те же данные были фитированы на уровне 1.4σ для протона и 1.9σ для нейтрона с использова-

нием большего числа параметров для описания фона. В этом случае массы и ширины некоторых резонансов оказываются разными для протона и дейтрона. Кроме того, они также отличаются от значений PDG [214]. Напротив, значения, полученные в нашем подходе, хорошо согласуются с параметрами резонансов, приведенных PDG.

Таблица 3. Сечения фотопоглощения на протоне и нейтроне, определенные из фита, экспериментальные значения сечений [214] и протонные сечения [205]. В последних четырех колонках v - скорость резонансов в ядре, B_F - блокировочный фактор, столкновительная ширина Γ^* и произведение полного сечения и скорости резонанса.

State	σ_{res}^p (μb)			σ_{res}^n (μb)		v	B_F	Γ^* (MeV)	σ^*v (mb)
	Exp	p	pn	Exp	pn				
P ₁₁ (1440)	10–15	50	15	2–10	10	0.40	0.87	150	40 ^a
D ₁₃ (1520)	95–130	160	140	75–115	120	0.45	0.90	315	82
S ₁₁ (1535)	10–20	30	10	15–35	0	0.46	0.90	160	40 ^a
D ₁₅ (1675)	~ 2		5	15–25	5	0.52	0.92	160	40 ^a
F ₁₅ (1680)	45–65	90	45	5–10	0	0.52	0.92	320	80
F ₃₃ (1232)	410–480	390	420	410–480	420	0.27	0.68	75	21
D ₃₃ (1700)	20–45		20	20–45	20	0.53	0.93	335	83
F ₃₇ (1950)	15–30	45	25	15–30	25	0.62	0.95	170	40 ^a

^a The cross sections for these resonances were kept fixed in the fit (see text).

В таблице 3 приведены сечения фотопоглощения на протоне и нейтроне в максимуме, σ_{res}^p и σ_{res}^n , вместе с экспериментальными данными. В случае протона сравнение проводится также с работой [205].

б). Фитирование сечения фотопоглощения на уране

Далее мы фитируем данные фотопоглощения на ^{238}U [138], используя те же параметры резонансов, которые были получены из подгонки сечений фотопоглощения на протоне и нейтроне. Мы использовали следующее выражение для амплитуды комптоновского рассеяния вперед:

$$\bar{T}(\omega, \theta = 0) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} |\varphi(\mathbf{p})|^2 g_{\gamma NN^*}^2 G,$$

где $G^{-1} = (G_0^{-1} - W_{av})^{-1} = [(p+k)^2 - (M + \delta M)^2 + iM\Gamma]^{-1}$, Γ дается уравнением (3.1.15).

Как было сказано выше, в нашем подходе эффект ядерной среды для каждого резонанса описывается параметрами δM и Γ^* . Для уменьшения общего числа параметров мы положили $\delta M = 0$ для всех резонансов, кроме $\Delta(1232)$. В ядерной среде $\Delta(1232)$ оказывается более узким, чем другие резонансы, и даже небольшой сдвиг массы весьма значительно увеличивает хи-квадрат. Это связано с сильной связью $\Delta(1232)$ с фотоном, сечение фотопоглощения здесь достигает величины 450 мб. Другие резонансы намного сильнее размыты Ферми движением, в то время как блокирующий эффект ферми-сферы для них не столь выражен. Тот факт, что мнимые части массового оператора резонансов велики, а вещественные части малы, не является удивительным. В рамках модели оптического потенциала, это обстоятельство может быть истолковано так, что действительная часть NN^* амплитуды рассеяния вперед мала в сравнении с мнимой частью. Это действительно имеем место в сильном абсорбционном режиме, когда открыто много неупругих каналов, связь с которыми велика. Дополнительно мы фиксировали уширение Γ^* резонансов $P_{11}(1440)$, $S_{11}(1535)$, $D_{15}(1675)$ и $F_{37}(1950)$ в предположении $\sigma^*v = 40$ мб, поскольку связи этих резонансов с фотонами достаточно малы и ядерные сечения фотопоглощения не чувствительны к изменению Γ^* .

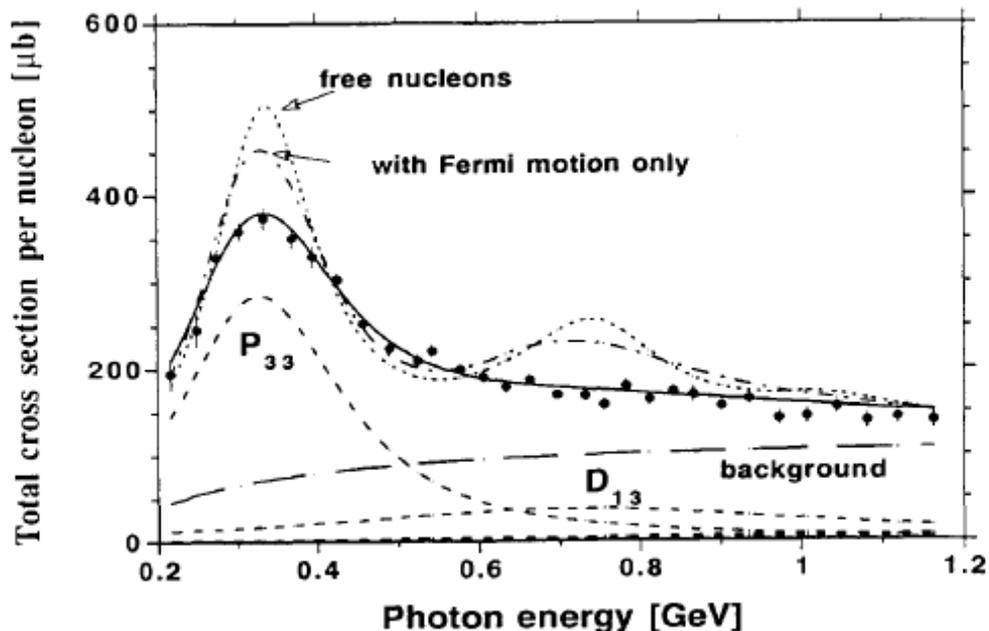


Рисунок 36. Фит измеренного во Фраскати сечения фотопоглощения на уране [138]. Показаны вклады отдельных резонансов и фона. Пунктирная кривая – расчет для свободных нуклонов, пунктирная кривая – с учетом ферми-движения, штрихпунктирная кривая – с учетом ферми-движения, блокирующего фактора, сдвига массы $\Delta(1232)$ и столкновительного уширения.

Окончательно мы имеем пять свободных параметров, а именно: значения Γ^* (или σ^*v) для $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$, и $D_{33}(1700)$ резонансов и δM для Δ . В расчетах мы учли также ферми-движение и блокирующий эффект ферми-сферы. Результаты расчетов приведены на Рис. 36 вместе с данными фотопоглощения на уране, полученными во Фраскати [138]. На рисунке приведены

- (i) результаты расчета для ядра, рассматриваемого в качестве системы свободных нуклонов. Резонансы $P_{33}(1232)$ и $D_{13}(1520)$ отчетливо видны на

этой кривой, а резонанс $F_{15}(1680)$ выражен значительно слабее из-за слабой связи с нейтронным каналом.

(ii) Результаты, которые учитывают только ферми-движение (импульсное распределение нуклонов в ядре, мы использовалась модель ферми-газа с $p_F = 280$ МэВ).

(iii) Результаты, которые учитывают эффект среды. Среднеквадратичное отклонение составляет 1.3σ , качество фита удовлетворительное.

В таблице 3 приведены полученные из фита значения для Γ^* и σ^*v . Наилучшее описание Δ пика получается при $\delta M = 15$ МэВ и $\Gamma^* = 75$ МэВ ($\sigma^*v = 21$ мб). Для резонансов $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$ и $D_{33}(1700)$ мы получили $\Gamma^* = 315$, 320 и 335 МэВ, что соответствует $\sigma^*v = 80-83$ мб для всех резонансов. Поскольку эти значения σ^*v кажутся большими, мы провели второй фит сечения фотопоглощения с уменьшенной на 10% связью всех резонансов, кроме $\Delta(1232)$ (возможные причины такого подавления обсуждаются ниже). В этом случае лучше всего подходят значения $\sigma^*v = 21$ мб, для $\Delta(1232)$ и $\sigma^*v = 65$, 42 и 53 мб для резонансов D_{13} , F_{15} и D_{33} , соответственно. Качество второго фита почти такое же, как для первого (среднеквадратичное отклонение 1.3σ).

в). Сравнение с другими подходами

Есть много работ, посвященных анализу данных фотопоглощения в Δ -резонансной области. Данные на легких и средних ядрах таких, как и ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, а также ${}^{16}\text{O}$, анализировались в рамках модели Δ -дырочных возбуждений (см., например [208] - [210]). Используя эффективные p_h и Δh взаимодействия, Карраско и Осет [210] разработали модель с многочастичным разложением по числу p_h возбуждений в ядре, которая может быть применена для описания тяжелых ядер. Эта модель могла бы описать имеющиеся данные для ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$ и ${}^{208}\text{Pb}$ ниже 500 МэВ.

Прямое сравнение наших результатов для величин δM_Δ и Γ_Δ^* с результатами Δ -дырочной модели ^{12}C и ^{16}O затруднительно. Тем не менее, некоторые сравнения могут быть сделаны. В работе [208] представлены параметры ядерной комптоновской амплитуды рассеяния вперед на ^{12}C в низшем приближении. Ожидаемое значение мнимой части рассеивающего потенциала, приведенное в Таблице 4 этой работы, равно 25 МэВ. Это соответствовало бы $\Gamma_\Delta^* = 50$ МэВ, что несколько меньше нашей оценки для урана. Некоторые усовершенствования модели были сделаны Карраско и Осетом [210], которым удалось хорошо описать старые данные по фотопоглощению на ^{12}C , ^{16}O и ^{208}Pb в области Δ . Значение Γ_Δ^* в этой работе примерно 60 МэВ при плотности $0.75\rho_0$. Если предположить линейную зависимость Γ_Δ^* от плотности, мы найдем вполне разумное согласие с нашим результатом.

Как уже упоминалось ранее, ожидается, что наша модель лучше подходит для описания высоковозбужденных резонансов, чем для резонанса Δ . Однако есть еще несколько важных вопросов, которые следует уточнить, а именно:

(i) Насколько большим может быть подавление силы резонанса из-за эффекта деконфайнмента? Такое подавление было предсказано Джаннини и Сантопинто [216] в рамках нерелятивистской кварковой модели. Согласно этой модели сила резонанса в ядре подавлена из-за обмена кварками из соседних нуклонов, причем коэффициенты подавления различны для разных резонансов. В частности, резонанс $P_{33}(1232)$ не подавлен, а $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$ подавлены на 11% и 23%, соответственно. Следует заметить, однако, что Акулиничев и Львов [217] недавно также анализировали подавление $D_{13}(1520)$ возбуждения из-за перекрытия нуклонов в рамках нерелятивистской кварковой модели с учетом отталкивательного нуклонного кора и пришли к выводу, что эффект пренебрежимо мал.

(ii) Существуют ли значительные поправки, связанные с поглощением? Эти поправки могут быть обусловлены когерентным фоторождением одного или двух пионов. Для тяжелых ядер сечение обоих процессов сильно подавлено ядерных форм-фактором. Амплитуда первой реакции равна нулю при рассеянии вперед. Для второй реакции амплитуда рассеяния вперед не равна нулю, когда пара пионов находится в 1^- состоянии. Сечение 2π фоторождения на нуклоне становится существенным, когда инвариантная масса 2π системы становится выше 500 МэВ. Это означает, что когерентное фоторождение вперед на тяжелых ядрах будет подавляться ядерным форм-фактором в зависимости от минимальной передачи импульса $q_{\min} = m_{2\pi}^2 / 2k_\gamma$, которая равна 125 МэВ при $k_\gamma = 1$ ГэВ.

3.1.3 Оценки N^*N сечений рассеяния

Неупругие сечения взаимодействия $\Delta N \rightarrow NN$ могут быть оценены на основе данных по реакции $pp \rightarrow p\pi^+$. Средняя энергия резонанса после его образования в ядре соответствует $\sqrt{s} = 2.19$ ГэВ и $p_{lab} = 1.3$ ГэВ. Согласно Шимицу и др. [218] при данной энергии полное сечение реакции $pp \rightarrow p\pi^+$ равно 11.4 мб. Известно, что при $\sqrt{s} = 2.32$ и 2.51 ГэВ в реакции $pp \rightarrow p\pi^+$ доминирует Δ изобара в промежуточном состоянии. Поэтому вполне разумно предположить, что такое же доминирование имеет место при $\sqrt{s} = 2.19$ ГэВ. При этой энергии мы очень близки к порогу энергии $\sqrt{s} = m + M = 2.17$ ГэВ и можем учитывать только S-волны. В этом случае сечение реакции $pp \rightarrow p\pi^+$ можно записать в виде

$$\frac{d\sigma(pp \rightarrow pn\pi^+)}{d\mu^2} = \frac{1}{64\pi^2 s} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{c.m.} \overline{|A(pp \rightarrow p\Delta^+)|^2} \quad (3.1.18)$$

$$\times \frac{M_\Delta \Gamma_\Delta}{(\mu^2 - M_\Delta^2)^2 + (M_\Delta \Gamma_\Delta)^2},$$

где квадрат инвариантной амплитуды просуммирован по проекциям спина начальных и конечных частиц.

Поскольку экспериментальное распределение π^+ инвариантной массы очень близко к распределению Брейта-Вигнера, мы можем заключить, что квадрат инвариантной амплитуды

$$\overline{|A(pp \rightarrow p\Delta^+)|^2} = \overline{|A(p\Delta^+ \rightarrow pp)|^2}$$

не зависит от μ в интервале $M_\Delta - \Gamma_\Delta < \mu < M_\Delta + \Gamma_\Delta$. В этом случае мы можем определить величину

$$v\sigma(\Delta^+ p \rightarrow pp),$$

которая, как ожидается, слабо зависит от массы вблизи пика Брейта-Вигнера.

Интегрируя уравнение (3.1.18) по μ^2 , находим

$$v\sigma(\Delta^+ p \rightarrow pp) = 34 \text{ mb},$$

Используя изотопическую инвариантность, получаем для среднего нуклона

$$v\sigma(\Delta^+ N \rightarrow pN) = v\sigma(\Delta^0 N \rightarrow nN) = 16.5 \text{ mb} \quad (v = 0.266).$$

Если мы предположим, что отношение сечений $\sigma(\Delta N \rightarrow \Delta N)$ и $v\sigma(\Delta N \rightarrow NN)$ может быть оценено на основе однопионного обмена, мы найдем для суммы упругого сечения и сечения перезарядки следующее значение: $v\sigma(\Delta^+ N \rightarrow N\Delta) = 12 \text{ мб}$ при $\sqrt{s} = 2.19 \text{ ГэВ}$. Тогда оценка для полного сечения $\Delta^+ N$ (или $\Delta^0 N$) взаимодействие будет такая:

$$v\sigma(\Delta^+ N \rightarrow pN) + v\sigma(\Delta^+ N \rightarrow N\Delta) = 28.5 \text{ mb},$$

что находится в разумном согласии (в пределах 30%) со значением, приведенным в Таблице 3.

Верхний предел $\nu\sigma^*$ для резонансов $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$ может быть получен с помощью верхнего предела $\sigma = 20$ мб для сечения реакций $NN \rightarrow D_{13}N$ и $NN \rightarrow F_{15}N$ при энергиях, соответствующих их фоторождению. Мы получаем

$$\nu\sigma(D_{13}N \rightarrow NN) \leq 40 \text{ mb, at } \sqrt{s}=2.53 \text{ GeV,}$$

$$\nu\sigma(F_{15}N \rightarrow NN) \leq 26 \text{ mb, at } \sqrt{s}=2.72 \text{ GeV.}$$

При рассеяния на черной сфере сечения упругого рассеяния должно совпадать с неупругим, поэтому верхний предел для полных сечений оценивается как

$$\nu\sigma_{tot}(D_{13}N) \leq 80 \text{ mb, at } \sqrt{s}=2.53 \text{ GeV,}$$

$$\nu\sigma_{tot}(F_{15}N) \leq 52 \text{ mb, at } \sqrt{s}=2.72 \text{ GeV.}$$

С учетом существующих неопределенностей для коэффициента подавления, полученные значения $\nu\sigma^* = 68 - 82$ мб для D_{13} и $42 - 80$ мб для F_{15} не противоречат этим ограничениям.

3.1.4 Выводы

Мы рассмотрели следствия, вытекающие из результатов по измерению фотопоглощения на ядрах в области резонансов $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$. Показано, что основные эффекты, искажающие резонансное поведение в ядерной среде, - ферми-движение и столкновительное уширение. Одно лишь ферми-движение не может объяснить подавления резонансов, в частности $D_{13}(1520)$. Столкновительное уширение оказалось наиболее важным эффектом.

Мы разработали простую модель для описания столкновительного уширения. Средние импульсы резонансов около 0.76 и 1.03 ГэВ, поэтому их распространения в ядре может быть описано с использованием эйконального приближения в терминах оптического псевдопотенциала для N^* - ядерного взаи-

модействия, который зависит только от средней плотности ядра и N^*N амплитуды рассеяния вперед, которая является преимущественно мнимой. В этом случае столкновительное уширение зависит только от одного параметра: полного N^*N сечения рассеяния.

Аппроксимируя экспериментальные данные фоторождения, мы определили N^*N сечения для $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$, и $D_{33}(1700)$ резонансов, которые вносят существенный вклад в полное сечение ниже 1.2 ГэВ.

Мы нашли следующие значения:

$$v\sigma_{\text{tot}} = 21 \text{ мб} \quad \text{для } P_{33}(1232) \text{ резонанса при } p_{\text{lab}} = 0.34 \text{ ГэВ}/c$$

$$v\sigma_{\text{tot}} = 65\text{-}82 \text{ мб} \quad \text{для } D_{13}(1520) \text{ резонанса при } p_{\text{lab}} = 0.76 \text{ ГэВ}/c$$

$$v\sigma_{\text{tot}} = 42\text{-}80 \text{ мб} \quad \text{для } F_{15}(1680) \text{ резонанса при } p_{\text{lab}} = 1.03 \text{ ГэВ}/c$$

$$v\sigma_{\text{tot}} = 53\text{-}83 \text{ мб} \quad \text{для } D_{33}(1700) \text{ резонанса при } p_{\text{lab}} = 1.07 \text{ ГэВ}/c$$

Следует отметить, что найденные N^*N сечения не нарушают унитарного предела, а в случае ΔN взаимодействия также согласуются с экспериментальными данными по реакции $NN \rightarrow \Delta N$.

Основные результаты этого раздела опубликованы в работе [66].

3.2 Двухкомпонентная форма амплитуды когерентного рождения резонансов на ядрах

В этом разделе показано, что распределение по массе продуктов распада резонансов, рожденных в столкновении с ядром, имеет двухкомпонентную структуру, соответствующую распаду резонанса вне и внутри ядра. Первая (узкая) компонента имеет Брейт-Вигнеровскую форму, определяемую вакуумными значениями массы и ширины резонанса. Вторая (широкая) компо-

нента соответствует взаимодействию резонанса с ядерной средой. Она может быть описана амплитудой Брейта-Вигнера с параметрами, зависящими от ядерной плотности и сечения взаимодействия резонанса с нуклонами. Резонансное рождение рассматривается при промежуточных энергиях, где взаимодействие с ядром может быть описано как серия последовательных локальных актов перерассеяния. В области высоких энергий, где происходит изменение физической картины, связанное с нелокальным характером взаимодействия реджеонов, амплитуда когерентного рождения также имеет двухкомпонентную структуру.

3.2.1 Введение

Процессы рождения и распространения резонансов в ядрах широко изучались как экспериментально, так и теоретически. Взаимодействие адронов с ядрами используется для исследования структуры ядра и свойств ядерной материи при высокой плотности. В этом разделе мы рассматриваем ядро как лабораторию для изучения элементарных свойств адронов и их взаимодействий. Результаты затем могут сравниваться с предсказаниями адронных и транспортных моделей и использоваться далее для предсказания новых эффектов. В случае короткоживущих адронов (резонансов), взаимодействие с ядром часто является единственным способом изучения их свойств.

Существуют два различных способа образования резонансов при столкновении частиц с ядерной мишенью. В первом частица и нуклон мишени образуют резонанс. Такой резонанс образуется в s-канале реакции и проявляет себя как пик в энергетической зависимости полного сечения. Примером может служить возбуждения нуклонных резонансов в фотопоглощении на ядре, идущее за счет реакций $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow \pi N$. Процессы данного типа иногда называются процессами *формирования* (formation) резонансов. В процессах второго типа, которые, как правило, называются процессами *рождения* (produc-

tion) резонансов, резонансная зависимость сечения возникает в инвариантной массе продуктов распада. Примером является фоторождение ρ -мезона на ядре, которое идет за счет механизма $\gamma + N \rightarrow \rho + N$. Рождение конкретного резонанса в последнем случае продолжает играть роль при высоких энергиях, в то время как формирование резонанса подавлено, как только энергия становится выше массы резонанса. Это отличие является причиной того, что формирование является существенным эффектом при низких «резонансных» энергиях, а рождение имеет важное значение при резонансных и высоких энергиях.

Теоретические модели поведения резонансов в ядрах разрабатываются, как правило, для бесконечной ядерной материи, затем они применяются для описания реакций на конечных ядрах с учетом модификации пропагатора в среде.

Мы обсудим когерентное дифракционное рождение адронных резонансов на ядрах, включая фоторождение векторных мезонов. В этом случае резонанс рождается на одном из нуклонов мишени, затем он распространяется в ядерной материи, взаимодействуя с другими нуклонами, и в конечном итоге распадается на систему частиц. Продукты распада регистрируются вне ядра, но распад может происходить как внутри, так и вне. Для простоты мы пренебрежем взаимодействием в конечном состоянии продуктов распада. Будет показано, что в случае когерентного рождения, где ядро после взаимодействий переходит в основное состояние, распределение масс продуктов распада содержит информацию об обоих этапах жизни резонанса - в ядерном веществе и в вакууме. В результате распределение инвариантной массы интерпретируется не как одиночный модифицированный резонанс, но как некоторое распределение с двухкомпонентной структурой. Эти два отдельных вклада могут быть параметризованы по Брейту и Вигнеру. Первый (узкий) пик соответствует распаду резонанса вне ядра, он определяется вакуумными значениями массы и ширины резонанса. Второй широкий пик обусловлен взаимодействием

ем резонанса с ядром, он может быть охарактеризован посредством измененных значений массы и ширины резонанса. Очевидно, что относительный вклад этих двух компонент, зависит от ядерной плотности, атомного номера, времени жизни резонанса. Интерференция вкладов делает распределение масс продуктов распада более сложным, а извлечение параметров модифицированного в среде резонанса из наблюдаемого сечения - более трудной задачей. Мы укажем, какие кинематические условия являются наиболее благоприятными для наблюдения эффекта.

3.2.2 Когерентное рождение резонансов на ядрах

Рассмотрим процесс когерентного образования резонансов на ядре при энергиях, где взаимодействие резонанса с ядром описывается оптическим потенциалом в рамках многократного рассеяния на нуклонах мишени. Распространение резонанса в ядерной среде задается соответствующей «одетой» функцией Грина.

Прежде чем рассматривать процесс подробно, обсудим качественные особенности амплитуды рождения на одномерном примере Эриксона для рождения пионов [219]. Рассмотрим фотон высокой энергии с импульсом p , летящий в положительном направлении вдоль оси z . Фотон проникает в слой ядерной материи, простирающийся от $-z_A$ до z_A . Внутри ядерной материи в точке z_i рождается ρ -мезон. Сравнивая логарифмические производные в точке z_A и пренебрегая отражением, что является хорошим приближением при высоких энергиях, находим волновую функцию резонанса

$$\begin{aligned} \Psi_{z_i}(z) = N(z_i) \exp[iP^*(z - z_A)] \theta(z_i < z < z_A) \\ + \exp[iP(z - z_A)] \theta(z_A < z) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Здесь $\theta(S)$ - тета-функция: $\theta(S) = 1$, если условие S выполнено, и $\theta(S) = 0$ в противном случае; $N(z_i)$ - фактор, пропорциональный амплитуде возбужде-

ния резонанса. Мы предполагаем, что влияние ядра на резонанс может быть описано с помощью некоторого комплексного оптического потенциала V^* .

Импульс P^* резонанса внутри ядерной среды равен

$$P^* = \sqrt{p^2 - M_R^2 + iM_R\Gamma + 2M_R V^*} \equiv p - Q_R^*, \quad (3.2.2)$$

где M_R и Γ - масса и ширина резонанса в вакууме. Импульс резонанса вне ядра равен

$$P = \sqrt{\tilde{s} - M_R^2 + iM_R\Gamma} \equiv p - Q_R. \quad (3.2.3)$$

Резонанс распадается в точке z_f на электрон-позитронную пару, описываемую плоской волной с импульсом $p - q$. Амплитуда рождения затем представляется в виде интеграла по точке рождения и распада резонанса

$$T(p, q) = \int_{-z_A}^{z_A} dz_i \int_{z_i}^{+\infty} dz_f e^{-i(p-q)z_f} \Psi_{z_i}(z_f) \quad (3.2.4)$$

$$\propto \int_{-z_A}^{z_A} dz_i N(z_i) \left\{ \frac{1 - \exp[2ipD^*(z_A - z_i)]}{D^*} + \frac{\exp[2ipD(z_A - z_i)]}{D} \right\},$$

где $2pD^* = q - Q_R^*$, $2pD = q - Q_R$. Для больших p мы имеем $q \simeq \tilde{s} / 2p$, где \tilde{s} - инвариантная масса резонанса. Знаменатели в уравнении могут быть представлены в виде

$$D \simeq \tilde{s} - M_R^2 + iM_R\Gamma_R, \quad (3.2.5)$$

$$D^* \simeq \tilde{s} - M_R^{*2} + iM_R^*\Gamma_R^*.$$

На этой стадии видны характерные особенности задачи. Во-первых, амплитуда представляется в виде двух слагаемых, каждое из которых имеет форму амплитуды Брейта-Вигнера. Первое слагаемое модифицировано эффектами среды. В нем нет истинного полюса по переменной \tilde{s} , потому что простой нуль D^* сокращается простым нулем числителя в той же точке. Полюс в первом слагаемом возникает только в пределе бесконечной ядерной

материи, то есть при $z_A \rightarrow \infty$, когда экспоненциальный член в числителе исчезает. В этом пределе выживает только первое слагаемое амплитуды.

Перейдем теперь к более полному анализу. Вместо того чтобы работать непосредственно в рамках эйконольного приближения, мы выведем его из диаграммного подхода. Это полезно для лучшего обоснования (3.2.4). Запишем амплитуду рождения резонанса налетающей частицей с импульсом p в столкновении с ядром с массой M , пренебрегая дальнейшим взаимодействием резонанса с ядром. Это соответствует схеме Рис. 37, и амплитуда имеет вид

$$T_0(p, q^2, \tilde{s}) = t(R \rightarrow X) G_0(\tilde{s}) t_0(s, q^2) F_A(q), \quad (3.2.6)$$

Здесь $t_0(s, q^2)$ - амплитуда рождения резонанса на свободном нуклоне, $G_0(\tilde{s})$ - пропагатор резонанса и $t(R \rightarrow X)$ - амплитуда его распада в конечное состояние $X = \{x_1, x_2, \dots\}$. Переданный ядру импульс равен q , инвариантная масса резонанса обозначена $\tilde{s} = (p - q)^2$. Мы предположим, что энергия достаточно велика, чтобы можно было пренебречь ферми-импульсом.

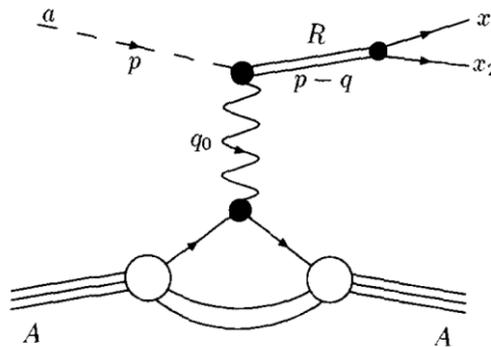


Рисунок 37. Диаграмма низшего порядка для рождения резонанса R на ядре.

Следовательно, в амплитуде t_0 можно использовать среднюю энергию налетающей частицы и нуклона в ядре, $s = (p + P_A / A)^2$, где p и P_A -

импульсы налетающей частицы и ядра, соответственно. t_0 также зависит от инвариантной массы резонанса \tilde{s} . Основная зависимость T_0 от \tilde{s} проистекает из функции Грина $G_0(\tilde{s})$; аналогичные аргументы применимы к $t(R \rightarrow X)$.

Выберем ось z вдоль направления пучка. Для когерентного рождения справедливы следующие кинематические условия, типичные для эйконального приближения при высоких энергиях:

$$\begin{aligned} |q^2| &\approx q^2 \sim R_A^{-2}, \\ q_0 &\sim q^2 / 2M_A \ll |q|, \\ q_z &\approx (\tilde{s} - m_a^2) / 2|p|, \\ |q_\perp| &\leq R_A^{-1}. \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

Ядерный форм-фактор $F_A(q)$ - фурье образ ядерной плотности,

$$F_A(q) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho_A(\mathbf{r}). \quad (3.2.8)$$

Пропагатор резонанса имеет вид

$$G_0(\tilde{s}) = i[(p - q)^2 - M_R^2 + iM_R\Gamma_R]^{-1}. \quad (3.2.9)$$

При указанных кинематических условиях, пренебрегая членом q^2 , получаем

$$G_0(\tilde{s}) = i[2|p|(q_z - q_R + i\gamma_R/2)]^{-1} = i2|p|(q_z - Q_R). \quad (3.2.10)$$

Здесь

$$q_R = \frac{M_R^2 - m_a^2}{2|p|}$$

- минимальный переданный импульс при рождении резонанса и

$\gamma_R = \Gamma_R M_R |p|^{-1}$ - ширина резонанса, поделенная на лоренц-фактор. Мы

сгруппируем эти слагаемые в комплексную величину

$$Q_R = q_R - i\gamma_R/2. \quad (3.2.11)$$

В дальнейшем будем рассматривать задачу в формализме нековариантной упорядоченной по времени теории возмущений, где резонанс находится на

массовой поверхности и имеет энергию

$$E_0 \approx |\mathbf{p}| + m_a^2 / 2|\mathbf{p}|, \quad (3.2.12)$$

которая фиксируется импульсом начальной частицы. Более удобно работать в координатном представлении. Сделаем Фурье преобразование пропагатора по импульсу с переменными $\mathbf{r} = (z, \mathbf{b})$ где $\mathbf{b} \cdot \mathbf{p} = 0$:

$$\begin{aligned} G_0(z, \mathbf{b}; E_0) &= (2\pi)^{-3} \int d^3 q e^{ipz - iq_z z - iq_\perp \mathbf{b}} G_0(\mathbf{p} - \mathbf{q}; E_0) \\ &= e^{ipz} g_0(z) \theta(z) \delta^2(\mathbf{b}), \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

где

$$g_0(z) = \frac{1}{2|\mathbf{p}|} e^{-iq_R z - \gamma_R z/2} = \frac{1}{2|\mathbf{p}|} e^{-iQ_R z}. \quad (3.2.14)$$

Эта функция Грина имеет типичный вид для высоких энергий. Она описывает распространение вперед при фиксированном прицельном параметре с затуханием, пропорциональным γ_R . Амплитуда рождения может быть записана на языке, отражающем пространственно-временную последовательность событий (начальное состояние справа):

$$T_0(p, q^2, \tilde{s}) = t(R \rightarrow X) \int d^3 r_f \int d^3 r_i e^{-i(p-q)r_f} G_0(r_f - r_i; E_0) U_0(r_i) e^{ip \cdot r_i}, \quad (3.2.15)$$

где

$$U_0(r) = (2\pi)^{-3} \int d^3 q e^{iq \cdot r} t_0(q^2, s) F_A(q). \quad (3.2.16)$$

Это выражение описывает рождение резонанса в точке $r_i = (z_i, \mathbf{b})$, его свободное распространение при постоянном прицельном параметре \mathbf{b} в точку $r_f = (z_f, \mathbf{b})$ и последующий распад в этой точке.

Соответствующее сечение принимает вид

$$d\sigma = |t(R \rightarrow X)|^2 |t_0(s, q^2)|^2 (\tilde{s} - M_R^2)^2 + M_R^2 \Gamma_R^2 dq^2 d\tilde{s} 32\pi^2 p \sqrt{s} d\tau_X(\tilde{s}),$$

где $d\tau_X$ - фазовый объем распада $R \rightarrow X$. Распределение $d\sigma / dq^2 d\tilde{s}$ как функция \tilde{s} имеет обычный Брейт-Вигнеровский вид.

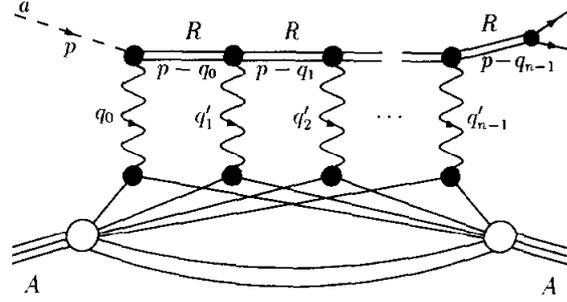


Рисунок 38. Планарная диаграмма рассеяния резонанса на нуклонах в ядре

Что изменится, если мы разрешим резонансам взаимодействовать с ядром? Как мы покажем ниже, на конечном ядре резонансный полюс не возникает, но есть усиление, которое можно параметризовать по Брейту и Вигнеру.

Для того чтобы учесть взаимодействие в конечном состоянии (Рис. 38), заменим пропагатор полной функцией Грина G . Амплитуда рождения принимает вид:

$$T(p, q^2, \tilde{s}) = t(R \rightarrow X) \int d^3 r_f \int d^3 r_i e^{-i(p-q)r_f} G(r_f, r_i; E_0) U_0(r_i) e^{ip \cdot r_i}. \quad (3.2.17)$$

Для построения полной функции Грина в рамках картины многократного рассеяния мы используем упругую амплитуду рассеяния резонанса на нуклонах с нормировкой

$$2\text{Im } t_R(s, 0) = \sigma_R^{\text{tot}}(s). \quad (3.2.18)$$

Учитывая, что радиус сильных взаимодействий мал в сравнении с размером ядра, можно использовать оптический потенциал, описывающий взаимодействие с нуклонов с ядром в основном состоянии

$$U_R(r) = (2\pi)^{-3} \int d^3 q e^{iq \cdot r} t_R(q^2, s) F_A(q^2) \simeq t_R(s, 0) \rho_A(r). \quad (3.2.19)$$

Точный вид взаимодействия для нас здесь не важен. В координатном пространстве функция Грина принимает вид

$$G(r_f, r_i; E_0) = e^{ip(z_f - z_i)} g(z_f, z_i) \theta(z_f - z_i) \delta^{(2)}(b_f - b_i), \quad (3.2.20)$$

где

$$\begin{aligned} g(z_f, z_i) &= \sum_{n=0}^{\infty} i^n \int \dots \int dz_n \dots dz_1 g_0(z_f - z_n) U_R(z_n, \mathbf{b}) \dots U_R(z_1, \mathbf{b}) g_0(z_1 - z_i) \\ &= (2|\mathbf{p}|)^{-1} \exp[-iQ_R(z_f - z_i)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[i \int_{z_i}^{z_f} dz U_R(z, \mathbf{b}) \right]^n \\ &= (2|\mathbf{p}|)^{-1} \exp[-iQ_R(z_f - z_i) + i \int_{z_i}^{z_f} dz U_R(z, \mathbf{b})], \end{aligned}$$

интегрирование ведется по упорядоченному набору продольной координаты

$$z_i < z_1 < z_2 \dots < z_n < z_f.$$

Не трудно видеть, что для однородной материи с плотностью ρ_0 полная функция Грина $G(r_f, r_i; E_0)$ зависит только от разности $r_f - r_i$. Это связано с трансляционной инвариантностью. Полная функция Грина получается из свободной функции Грина заменой

$$Q_R \rightarrow Q_R^* = Q_R - t_R(0)\rho_0, \quad (3.2.21)$$

или

$$M_R \rightarrow M_R^* \ \& \ \Gamma_R \rightarrow \Gamma_R^*, \quad (3.2.22)$$

где

$$\begin{aligned} M_R^{*2} &= M_R^2 - 2|\mathbf{p}| \Re t_R(0)\rho_0, \\ M_R^* \Gamma_R^* &= M_R \Gamma_R + 2|\mathbf{p}| \Im t_R(0)\rho_0 \equiv \gamma_R^* |\mathbf{p}|, \quad \gamma_R^* = \gamma_R + \sigma_R \rho_0. \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

Для бесконечной ядерной материи мы получаем амплитуду, содержащую полюс Брейя и Вигнера, однако с модифицированными параметрами M_R^* и Γ_R^* . Эффекты среды увеличивают ширину, потому что открываются новые каналы распада, которые отсутствуют в вакууме, в том числе рассеяние на соседних нуклонах. Смещение положения пика может быть как положительным, так и отрицательным. Знак смещения определяется

вещественной частью амплитуды.

Зависимость амплитуды рождения резонанса на конечном ядре от энергии получается интегрированием по конечной координате r_f , что приводит к следующему выражению

$$G(r_i; p - q; E_0) = \int d^3 r_f e^{-i(p-q)r_f} G(r_f, r_i; E_0). \quad (3.2.24)$$

По своему физическому смыслу пропагатор есть амплитуда найти резонанс с импульсом $p - q$, энергией E_0 , то есть с инвариантной массой

$$\tilde{s} = E_0^2 - (p - q)^2 \approx 2 |p| q_z + m_a^2 \quad (3.2.25)$$

после его рождения в точке r_i .

В случае ядра с радиусом R_A и постоянной плотностью ρ_0

$$\rho_A(r) = \rho_0 \theta(R_A - r).$$

После Фурье преобразования функции Грина получаются два слагаемых, которые соответствуют распаду внутри и вне ядра $r_f < R_A$ и $r_f > R_A$, соответственно. Эти вклады можно записать в виде

$$G(r_i; p - q; E_0) = C_{in} \cdot G_{in}(r_i; p - q; E_0) + C_{out} \cdot G_{out}(r_i; p - q; E_0), \quad (3.2.26)$$

где

$$\begin{aligned} G_{in}(r_i; p - q; E_0) &= i [2 |p| (q_z - Q_R^*)]^{-1}, \\ G_{out}(r_i; p - q; E_0) &= i [2 |p| (q_z - Q_R)]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.2.27)$$

Коэффициенты равны

$$\begin{aligned} C_{in}(r_i; p - q, E_0) &= \exp(-i(p - q_z)z_i) \{1 - \exp[i(q_z - Q_R^*)(z_A - z_i)]\} \\ C_{out}(r_i; p - q, E_0) &= \exp(-i(p - q_z)z_i) \exp[i(q_z - Q_R)(z_A - z_i)], \end{aligned}$$

где $z_A = \sqrt{R_A^2 - b^2}$ определяет точку, в которой резонанс с прицельным параметром b покидает ядро.

Для того, чтобы выявить особенности по переменной \tilde{s} , мы перепишем

выражение в виде

$$\begin{aligned} G_{in}(z_i, \tilde{s}, E_0) &= \left[\tilde{s} - M_R^{*2} + iM_R^* \Gamma_R^* \right]^{-1}, \\ G_{out}(z_i, \tilde{s}, E_0) &= \left[\tilde{s} - M_R^2 + iM_R \Gamma_R \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.2.28)$$

и

$$\begin{aligned} C_{in}(\mathbf{r}_i; \mathbf{p} - \mathbf{q}, E_0) &= e^{-i(p-q_z)z_i} \left[1 - \exp\left(\frac{i}{2|p|} (\tilde{s} - M_R^{*2} + iM_R^* \Gamma_R^*)(z_A - z_i)\right) \right], \\ C_{out}(\mathbf{r}_i; \mathbf{p} - \mathbf{q}, E_0) &= e^{-i(p-q_z)z} \exp\left(\frac{i}{2|p|} (\tilde{s} - M_R^2 + iM_R \Gamma_R)(z_A - z_i)\right). \end{aligned}$$

Выражение (3.2.26) для функции Грина содержит основной результат данного раздела.

Функция Грина входит непосредственно в амплитуду рождения резонанса. Мы видим, что амплитуда рождения на ядрах конечного размера является суперпозицией двух структур: узкий резонансный пик соответствует распаду вне ядра, более широкий пик обусловлен распадом резонанса внутри ядра. Следует обратить внимание, что второй член не имеет полюса из-за того, что вычет числителя обращается в нуль. Функция Грина не имеет полюса, соответствующего модифицированному резонансу. Тем не менее, для действительных значений инвариантной массы амплитуда может имитировать резонансную структуру. Относительный вес двух компонент задается амплитудами распада внутри и снаружи ядра. Если известно, что продукты распада возникли из-за распада резонанса вне мишени, будет наблюдаться узкая компонента. Для бесконечно протяженного ядра присутствовала бы только широкая компонента.

Для конечного ядра постоянной плотности можно получить аналитические выражения для амплитуды когерентного рождения. В результате присутствуют отдельные вклады от распада внутри и вне ядра :

$$T(p, 0, \tilde{s}) = D_{in}(x, y) \cdot \left[\tilde{s} - M_R^{*2} + iM_R^* \Gamma_R^* \right]^{-1} + D_{out}(x, y) \cdot \left[\tilde{s} - M_R^2 + iM_R \Gamma_R \right]^{-1},$$

где

$$D_{in,out}(x, y) = t(R \rightarrow X) t_0(s, 0) \rho_0 \int d^2b \int_{-z_A^{(b)}}^{z_A^{(b)}} dz_i C_{in,out}(r_i; p - q; E_0), \quad (3.2.29)$$

и мы ввели безразмерные переменные

$$x = q_z R_A = R_A M^2 - m_0^2 2 |p|, \quad y = Q_R^* R_A = M_R^{*2} - i M_R^* \Gamma_R^* - m_a^2 2 |p| R_A.$$

С помощью « K -функции»

$$K(x) = \frac{3}{2} \int_0^1 \zeta d\zeta e^{-ix\zeta} = \frac{3}{2} \frac{(1+ix)e^{-ix} - 1}{x^2} \quad (3.2.30)$$

D_{in} и D_{out} представляются в виде

$$D_{in}(x, y) = \frac{i A t_0(s, 0) t(R \rightarrow X)}{2p} \left[\frac{K(x) - K(-x)}{x} + \frac{K(-x) - K(-x + 2y)}{y} \right],$$

$$D_{out}(x, y) = -\frac{i A t_0(s, 0) t(R \rightarrow X)}{2p} \frac{K(-x) - K(-x + 2y)}{y}.$$

В ходе обсуждения мы не учитывали вклад промежуточных состояний с массой, превосходящей массу резонанса из-за подавления этих состояний ядерным фактором, которое имеет место при промежуточных энергиях.

Можно было бы ожидать, что при увеличении энергии, когда длина волны частицы становится малой в сравнении с характерным расстоянием между нуклонами в ядре, процесс рассеяния должен рассматриваться как последовательность отдельных элементарных соударений, описываемых свободной амплитудой, и что данное приближения становится лучше с ростом энергии. Как было отмечено Грибовым [220], [221] и подробно обсуждалось Копликом и Мюллером [222], это не так. Для энергии частицы выше некоторой критической физическая картина рассеяния на ядре существенно изменяется. Быстрые частицы распространяются как суперпозиция многочастичных адронных состояний до первого взаимодействия с ядром. Взаимодействие происходит лишь между низкоэнергетической компонентой частицы и ядром. При упру-

гом рассеянии промежуточное многочастичное состояние в итоге рекомбинирует в исходную суперпозицию частицы и ядра. Это соответствует существенно нелокальному взаимодействию, что делает эйкональное приближение плохо обоснованным. Тем не менее, как было показано в работах [8,9], последовательный учет всех промежуточных многочастичных состояний в когерентном рассеянии адронов на ядре приводит к выражению, которое имеет такую же структуру, как и результат, полученный при наивном использовании эйконального подхода. Эти идеи были развиты далее в работе [67] применительно к когерентному рождению и распространению резонанса в ядрах при высоких энергиях. Мы показали, что эйкональное приближение, несмотря на отличную при высоких энергиях пространственно-временную физическую картину, дает амплитуду, которая нами получена для промежуточных энергий. С точки зрения эксперимента наиболее благоприятные условия для наблюдения двух компонент в рождении резонансов имеют место при промежуточных энергиях. В силу этих причин режим высоких энергий здесь не обсуждается.

3.2.3 Численный анализ

Рассмотрим следствия существования двух резонансных компонент в инвариантном распределении масс продуктов распада. Рассмотрим процесс рождения резонанса с большим импульсом $|\mathbf{p}|$, который не подавляется ядерным форм-фактором, поскольку $q_{min} \approx (\tilde{s} - m_a^2) / 2|\mathbf{p}|^{-1}$. Можно ожидать, что в распределении по инвариантой массе узкий пик от распада в вакууме накладывается на широкий пик, возникающий из-за распада в среде. Интерференция этих двух структур будет играть важную роль. Величина и фаза фонового вклада в среде определяются в том числе взаимодействием резонанса со средой.

Рассмотрим когерентное фоторождение ρ -мезона. На Рис. 39 показан спектр e^+e^- пары от распада ρ -мезона, рожденного на ядре в реакции

$$\gamma A \rightarrow \rho A \rightarrow (e^+e^-)A \quad (3.2.31)$$

при импульсе p_{lab} от 2 до 5 ГэВ в лабораторной системе для ядер с массовым числом $A = 50$ и $A = 200$. Сечение $d\sigma/d\tilde{s}$ находится с помощью двухкомпонентной амплитуды для постоянной плотности внутри ядра $\rho_0 = (4\pi / 3R_A^3)^{-1}$, $R_A = 1.12A^{1/3}$ фм. Амплитуда рассеяния вперед считалась чисто мнимой, и сечение $\sigma_{\rho N}^{tot}$ было принято равным 20 мб. Сплошная и пунктирные кривые показывают вклады свободной и ядерной компонент. Жирные кривые показывают суммарный вклад, который включает в себя интерференцию компонент. Узкая компонента имеет Брейт-Вигнеровскую структуру, которая искажается ядерным форм-фактором $F_A(q_{min})$ из-за зависимости q_{min} от \tilde{s} . Для того чтобы частично устранить этот эффект, мы умножили сечение на фактор \tilde{s}^2 . Искажение спектра из-за наличия двух компонент лучше заметно при низких энергиях и для тяжелых ядер. Ядерная компонента проявляет себя в виде широкого пика, его искажение форм-фактором хорошо заметно.

Интерференция между широкой и узкой компонентами становится сильной при 2 ГэВ, при такой энергии она полностью изменяет распределение по инвариантной массе. При $\sqrt{\tilde{s}} < M_R$ интерференция в основном конструктивная, она становится деструктивной в противоположном случае $\sqrt{\tilde{s}} > M_R$. Из-за сильной интерференции свободный пик при $A = 50$ искажен и асимметричен. При $A = 200$ возникают два минимума при 0,7 и 0,9 ГэВ.

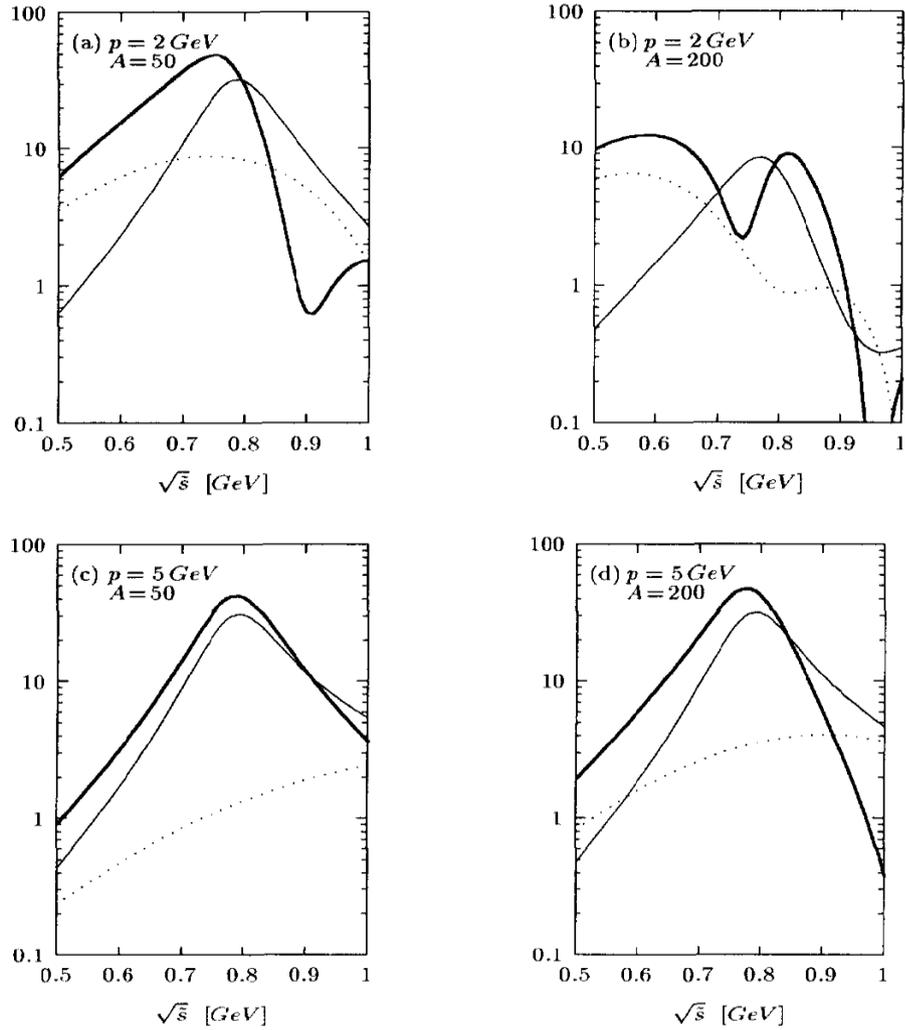


Рисунок 39. Квадрат амплитуды $|\tilde{s}T(p, q_{z\min}, \tilde{s})|^2$, умноженной на \tilde{s} , как функция $\sqrt{\tilde{s}}$ (\tilde{s} - в ГэВ, амплитуда - в произвольных единицах).

Более сложная картина для тяжелых ядер связана с наличием ядерного фактора. Для того чтобы убедиться, что интерференционные структуры не являются артефактом, вызванным ступенчатым распределением плотности, расчеты были проведены также для гладкого распределения ядерной плотности.

Ширина ядерной компоненты линейно растет с импульсом. При 5 ГэВ ядерная компонента проявляет себя лишь как гладкий фон. Интерференция широкой и узкой компонент изменяет форму ρ -мезонного пика.

Мы видим, что при обеих энергиях вклад широкой компоненты растет с ростом массового числа. Рассмотрим ситуацию, когда импульс $|p|$ большой и уширение резонанса много больше его вакуумной ширины, то есть $\Gamma_R^* \approx \rho_0 \sigma_R / 2M_R \gg \Gamma_R$. Вклад среды представляет собой фон, над ним наблюдается выраженный узкий пик. В непосредственной близости от пика имеем

$$\begin{aligned} x &\approx M^2 R_A / |p| \ll 1, \\ y &\approx -i R_A \rho_0 \sigma_R / 2, |y| \gg 1. \end{aligned} \quad (3.2.32)$$

С учетом $K(x) \approx 3/4 - ix/2$ и $K(x+2y) \ll K(x)$, получаем

$$\langle T_{aR}(\xi) \rangle \approx f_0 \left[\left(A - 2\pi R_A^2 \sigma_R \right) 1\xi + iQ_R^* + 2\pi R_A^2 \sigma_R 1\xi + iQ_R \right]. \quad (3.2.33)$$

Поскольку $R_A^2 \sim A^{2/3}$, вклад среды растет с A быстрее вакуумного вклада.

Мы видим, что область промежуточных энергий наиболее интересна для исследования эффектов среды. Поскольку отношение ядерной и вакуумной компонент амплитуды пропорционально доли времени, которую резонанс проводит внутри и вне ядра, наблюдение ядерных эффектов для узких резонансов таких как J/ψ является трудной задачей. С экспериментальной точки зрения наиболее благоприятна ситуация с резонансами, имеющими сильные моды распада.

3.2.4 Выводы

Эксперименты, связанные с изучением рождения на ядрах, являются важным инструментом для изучения пространственно-временной картины элементарных взаимодействий и поведения резонансов в ядрах. В этом разделе

развит формализм когерентного рождение резонансов. Соответствующей кинематической переменной является инвариантная масса резонанса, которая входит в амплитуду и определяет резонансную форму дифференциального сечения. Мы ограничились когерентными процессами, в которых ядро возвращается в основное состояние. Ядерный форм-фактор при этом ограничивает передачу импульса и подавляет вклады более высоких резонансов.

В процессе рождения резонанс может распадаться внутри и вне ядра. Относительный вклад зависит от импульса резонанса, его взаимодействия, размера ядра, времени жизни резонанса. Полная амплитуда является когерентной суперпозицией двух амплитуд: распад вне ядра идет через компоненты со свободными параметрами резонанса, внутри ядра среда модифицирует параметры резонанса и соответствующую амплитуду. Модификация может быть описана простейшим способом как сдвиг массы и уширение резонанса.

Следует подчеркнуть, что для ядра конечного размера амплитуда рождения резонанса не имеет полюса, соответствующего параметрам резонанса в бесконечной среде. В то время как модифицированный резонансный знаменатель в соответствующей компоненте амплитуды присутствует, вычет в фиктивном полюсе равен нулю. Аналитические свойства амплитуды за счет конечной среды не изменяются. Существует единственный полюс, связанный с резонансом в вакууме. Асимптотические состояния, как известно, соответствуют полюсам S -матрица на физическом листе римановой поверхности. Взаимодействие, локализованное в конечной области пространства-времени, не влияет на особенности S -матрицы. Более того, как следует из наших результатов, на нефизическом листе римановой поверхности в окрестности унитарного разреза структура особенностей S -матрицы также остается неизменной – новые полюса, связанные с рассеянием резонанса на локализованной, конечной системе частиц, не возникают. Требование локализации существенно. В бесконечной ядерной среде быстро осциллирующие экспоненты можно

отбросить, потому что они дают нулевой вклад в любой интеграл. В результате выживает только одно слагаемое амплитуды с параметрами резонанса в ядерной среде. Это слагаемое имеет вид амплитуды Брейта-Вигнера.

Эти общие выводы были получены в формализме эйконального рассеяния. При высоких энергиях существенно изменяется пространственно-временная картина взаимодействий. Тем не менее, выведенные нами формулы не модифицируются [67].

В когерентном рождении часть амплитуды соответствует вкладу модифицированного резонанса. Модифицированная компонента играет важную роль при низких или промежуточных энергиях для тяжелых мишеней. Оценки показывают, что ядерные корреляции имеют только умеренное влияние на распределение продуктов распада резонансов. При высоких энергиях и на легких мишенях модифицированная компонента быстро вымирает. При высоких энергиях наблюдается в основном пик, обусловленный резонансом с вакуумными параметрами.

РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

В течение последних двух десятилетий проблема описания адронов в плотной и горячей ядерной материи привлекала большое внимание. Уже в семидесятые годы уменьшение массы нуклонов в ядрах было положено в основу в модели Валечки (Walecka) в рамках теории среднего поля [30], [31]. Изменение свойств мезонов обсуждается в рамках «квантовой адродинамики» (hadrodynamics) [32] и в правилах сумм КХД при конечной плотности [33]. Модель Намбу-Иона-Лазинио также указывает на уменьшение массы нуклонов и мезонов при конечной плотности и температуре [34].

Многочастичные корреляции в среде приводят к изменению спектральных свойств мезонов. Можно ожидать уменьшения соответствующих времен жизни по аналогии с «плавлением» резонансов в ядрах.

Известно, что нуклонные резонансы с массой выше массы изобары подвергаются плавлению. Это установлено экспериментально на основании измерения полных сечений фотопоглощения на тяжелых ядрах [41], [42], [43]. Существует четкий эффект, приводящий к изменению формы резонансов в ядрах, связанный с движением Ферми, а также эффект столкновительного уширения, который обсуждался уже Вайскопфом в 1930-е годы связи с уширением спектральных линий атомов в газах [223] и который, как показано в Главе 3, оказался существенным для объяснения плавления нуклонных резонансов в ядрах.

Исследованию свойств адронов в среде посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ. Одним из наиболее перспективных способов изучения свойств векторных мезонов в среде является изучение рас-

пределений дилептонных пар, которые возникают из распадов векторных мезонов в столкновениях тяжелых ионов. Лептоны имеют то преимущество, что они практически не искажаются взаимодействием со средой, в отличие, например, от пионов. Использование дилептонов для изучения свойств кварк-глюонной плазмы предлагалось Э. Шуряком еще в 1978 году [44].

Современные исследования дилептонных спектров мотивировались необходимостью проверки «скейлинга Брауна-Ро» [45], согласно которому масса векторных мезонов уменьшается в ядерной среде аналогично массе нуклонов. Спектр теоретических моделей, описывающих поведение мезонов в ядерном веществе, однако, широк, и их предсказания разнонаправлены. В частности, знак сдвига массы векторных мезонов модельно зависим. Этот вопрос, как мы увидим, был решен экспериментально.

Дилептонные спектры измерялись коллаборациями CERES и HELIOS-3 в ЦЕРНе на SPS [224], [225]. В сравнение с теоретическими предсказаниями, эксперименты обнаружили значительное превышение выхода дилептонов ниже пиков ρ и ω . Один из способов объяснить избыток дилептонов с низкой массой - предположить сценарий значительного уменьшения массы ρ -мезона в ядерной среде. С другой стороны, продвинутые модели предсказывают спектральные функции, учитывающие уширение в плотном веществе. Это уширение могло бы быть достаточным для объяснения избытка дилептонов.

Избыток низкоэнергетических дилептонов возникает уже при умеренных энергиях сталкивающихся ядер. Спектры, полученные коллаборацией DLS на BEVALAC [226] для энергии в несколько ГэВ, плохо воспроизводятся в существующих транспортных моделях. Даже при сдвиге массы ρ мезона вниз остается, как будет показано, несоответствие между выходом дилептонов и расчетами. Кроме того, учет зависимости спектральных функций от среды,

даже в сочетании с уменьшением массы ρ -мезона, не дает объяснения так называемому «DLS puzzle» - повышенному выходу дилептонов ниже масс ρ и ω [227], [228]. Интересно отметить, что этот факт не зависит от массового числа сталкивающихся ядер и имеет место как в легких $d + Ca$, так и тяжелых $Ca + Ca$ системах.

Выход дилептонов в нуклон-нуклонных столкновениях, который измерялся коллаборацией DLS, также недооценивается в существующих теоретических схемах [227].

Хотя спектры дилептонов, возникающих из мезонных распадов, не искажены взаимодействием со средой, проблема извлечения информации о свойствах векторных мезонов в среде представляет собой сложную теоретическую задачу, в частности, из-за большого числа распадов, образующих фон. Расхождение между DLS данными и результатами моделирования могло бы исчезнуть при учете дополнительных вкладов от фона и дилептонных распадов высших нуклонных резонансов (в основном $N^*(1520)$). Точное и достаточно полное знание относительных весов распадов необходимо, чтобы извлечь надежные выводы из дилептонных спектров. Эксперимент HADES в GSI, Германия, направлен в значительной степени на решение проблем, связанных с контролем фоновых вкладов.

Изучение дилептонных распадов мезонов полезно также для поиска не измеренных дилептонных мод распадов. Изучение этих распадов, например, в реакциях фото- и электророждения может привести к лучшему пониманию структуры мезонов, в частности, измерить форм-факторы перехода во временной резонансной области.

Коллаборация HADES провела измерения дилептонных спектров в протон-протонных и пион-протонных столкновениях. Эти эксперименты мотивированы уже упомянутым несоответствием между числом наблюдаемых дилеп-

тонных событий и результатами моделирования в транспортных моделях, что указывает на ограниченное понимание механизма рождения дилептонных пар. В таких экспериментах коллаборацией NADES были также проведены эксклюзивные измерения некоторых дилептонных каналов.

В этом разделе представлено единое описание рождения векторных мезонов и дилептонов в элементарных реакциях и столкновениях тяжелых ионов. Рождение векторных мезонов (ρ, ω) описывается через возбуждение нуклонных резонансов (R). Теоретической основой является модель расширенной векторной доминантности (eVMD). Формализм, описывающий распады $R \mapsto NV$ резонансов с произвольным спином и четностью является ковариантным и кинематически полным. eVMD учитывает вклад возбужденных состояний векторных мезонов в переходные форм-факторы. Это гарантирует правильную асимптотику форм-факторов в соответствии с правилами кваркового счета и обеспечивает единое описание фотонных и мезонных распадов. Резонансная модель успешно применяется для описания рождения ω в реакциях $p + p$. Эта же модель применяется для описания рождения дилептонов в элементарных реакциях $p + p$ и $p + d$, при этом соответствующие данные хорошо воспроизводятся.

4.1 Дилептонные распады легких мезонов

В настоящем разделе проводятся результаты детального изучения мезонных распадов на лептонные пары $\ell^+\ell^-$, которые рождаются при лабораторной кинетической энергии ниже 2 ГэВ/нуклон. Из-за статистических флуктуаций, однако, возможно рождение и более тяжелых мезонов. Мы представим расчет ширины распадов нестранных легких мезонов с массами ниже массы $\phi(1020)$ -мезона в рамках эффективной мезонной теории. Вершины распадов опреде-

ляется феноменологически, численные значения - из данных измерений сильных и радиационных ширин распадов и, если экспериментальные данные отсутствуют, из соображений симметрии. Переходные форм-факторы, входящие в амплитуды распадов, вычисляются в модели векторной доминантности (VMD) или обобщенной векторной доминантности (eVMD). Мы получили в целом хорошее согласие с экспериментальными данными для радиационных распадов мезонов.

Рассматриваются векторные мезоны ρ , ω , and $\phi(1020)$ ($= V$), псевдоскалярные мезоны π , η , η' ($= P$), и скалярные мезоны $f_0(980)$ и $a_0(980)$ ($= S$).

Различные моды распадов могут быть классифицированы следующим образом: Есть, прежде всего, прямые моды распадов $V \rightarrow \ell^+ \ell^-$, которые содержат информацию о массе векторных мезонов в среде. Большое число процессов, которые маскируют пики векторных мезонов, следует рассматривать в качестве фона. Это Далиц-распады псевдоскалярных мезонов $P \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$ и скалярных мезонов $S \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$. Радиационные распады этих мезонов хорошо изучены как с теоретической, так и экспериментальной точек зрения. Неопределенности в оценках распада по дилептонным каналам связаны в основном с отсутствием экспериментальных данных о форм-факторах перехода. При построении форм-факторов перехода в модели VMD мы уделяем особое внимание правилам кваркового счета. И, наконец, существуют четырех-частичные распады $V \rightarrow PP\ell^+ \ell^-$, $P \rightarrow PP\ell^+ \ell^-$, и $S \rightarrow PP\ell^+ \ell^-$. Мы даем расчет почти всех четырех-частичных дилептонных мод нестранных мезонов с массами ниже $\phi(1020)$. Численные результаты для радиационных ширин ($V \rightarrow PP\gamma$ и другие), которые обеспечивают полезную проверку рассматриваемой модели, Дилептонные ($V \rightarrow P\ell^+ \ell^-$, $V \rightarrow PP\ell^+ \ell^-$ и другие) полные и дифференциальные по массе ширины представлены в следующем разделе.

Детали вычислений приводятся в работе [57]. Модель можно охарактеризовать как эффективную модель мезонных взаимодействий. Все вычисления проводятся на древесном уровне.

Таблица 4. Парциальные ширины радиационных распадов мезонов. Для каналов, включающих тормозное излучение фотона, парциальные ширины рассчитаны для энергий фотона выше 50 МэВ. Экспериментальная величина парциальной ширины распада $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ взята из работы [258], остальные из [238].

Decay mode	B^{theor}	B^{expt}
$\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma$	4.0×10^{-3}	
$\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	1.2×10^{-2}	$(0.99 \pm 0.16) \times 10^{-2}$
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$	1.2×10^{-5}	
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \eta \gamma$	3.8×10^{-10}	
$\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	3.2×10^{-4}	$< 3.6 \times 10^{-3}$
$\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$	3.1×10^{-5}	$(7.2 \pm 2.5) \times 10^{-5}$
$\omega \rightarrow \pi^0 \eta \gamma$	2.1×10^{-7}	
$\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	6.9×10^{-2}	$(4.78 \pm 0.12) \times 10^{-2}$
$\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	2.5×10^{-1}	$(2.8 \pm 0.4) \times 10^{-1}$
$f_0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	1.1×10^{-2}	
$a_0^\pm \rightarrow \pi^\pm \eta \gamma$	2.4×10^{-3}	

4.1.1 Полные ширины радиационных и дилептонных распадов

Дилептонные распады мезонов имеют, по существу, такую же физическую природу, что и радиационные распады мезонов, что позволяет провести пря-

мое вычисление радиационных ширин в рамках рассматриваемой модели для дилептонных ширин.

Результаты радиационных распадов с двумя мезонами в конечном состоянии представлены в Таблице 4. Парциальные ширины $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$, $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ и $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ находятся в хорошем согласии с экспериментом. Парциальная ширина распада $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ выше, чем экспериментальное значение. η -мезонная ширина известна с точностью 10%. Такая же неопределенность присутствует в модели. Константа связи $f_{\rho\eta}^2$, которой пропорциональна парциальная ширина, известна с точностью 20%. Однако, использовать эти неопределенности с целью уменьшения предсказания парциальной ширины не представляется возможным, так как парциальная ширина $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ меньше, чем экспериментальное значение (см. Таблицу 5). Измерение данного распада было сделано достаточно давно и с довольно плохой статистикой (см. [253]). Данный распад следовало бы измерить заново. Экспериментальная парциальная ширина распада $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ взята из работы [258], остальные из работы [238]. Результаты для распадов $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$, $\rho \rightarrow \pi^0 \eta \gamma$, $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma$ и $\omega \rightarrow \pi^0 \eta \gamma$ находятся в согласии с расчетами Брамона, Грау и Панчери [263], где используется такая же модель. Парциальные ширины для распадов, в которых фотон излучается тормозным образом, рассчитаны для энергии фотона выше 50 МэВ. Такое же обрезание используется экспериментаторами. Данные о радиационных распадах с одним мезоном в конечном состоянии были использованы в качестве входных данных, чтобы фиксировать константы связи. Эти распады не включены в Таблицу 4.

Результаты дилептонных парциальных ширин приведены в Таблице 5.

4.1.2 Спектр дилептонов в распадах ρ -мезонов

Парциальная ширина $B(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma) = (9.9 \pm 1.6) \times 10^{-3}$ почти на порядок выше, чем $B(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma) = (7.9 \pm 2.0) \times 10^{-4}$. Хотя первая зависит от экспериментального обрезания по энергии фотона, можно ожидать, что мода $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ численно велика. Из Таблицы 5, действительно, видно, что парциальная ширина $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ более чем на порядок превышает парциальную ширину $\rho \rightarrow \pi e^+ e^-$ и в четыре раза превышает ширину прямого канала $\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$. Доминирующий вклад, однако, возникает от области малых инвариантных масс $e^+ e^-$ пары, которые не наблюдаются экспериментально. То же самое верно в отношении распада $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 e^+ e^-$. Для инвариантных масс $M > 100$ МэВ выход $e^+ e^-$ пар за счет распадов $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ и $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 e^+ e^-$ увеличивается на 30% в сравнении с прямым каналом, если предположить, что ρ^0 - и ρ^\pm -мезоны рождаются с равными вероятностями. Дифференциальные парциальные ширины ρ -мезонных распадов для $e^+ e^-$ каналов показаны на Рис. 40 (а), для $\mu^+ \mu^-$ канала - на Рис. 40 (б). При малых инвариантных массах $2m_e \lesssim M$, наклон функции равен $d \log B' / d \log M \approx -1$, где $B' = dB / dM$, если нет тормозного излучения. Такая зависимость возникает из-за зависимости dM / M дифференциальной парциальной ширины. Тормозное излучение делает ширину $M \rightarrow M' \gamma^*$ более сингулярной ($\sim \log^3(1/M)$), поэтому наклон остальных кривых круче.

Таблица 5. Полные парциальные ширины мезонов с распадом на электрон-позитронную и мюон-антимюонную пару. Экспериментальные данные из работы [238].

Распад	$B_{e^+e^-}^{theor}$	$B_{e^+e^-}^{exp}$	$B_{\mu^+\mu^-}^{theor}$	$B_{\mu^+\mu^-}^{exp}$
$\rho^0 \rightarrow \ell^+\ell^-$	input	$(4.48 \pm 0.22) \times 10^{-5}$	4.5×10^{-5}	$(4.60 \pm 0.28) \times 10^{-5}$
$\rho \rightarrow \pi \ell^+\ell^-$	4.1×10^{-6}		4.6×10^{-7}	
$\rho^0 \rightarrow \eta \ell^+\ell^-$	2.7×10^{-6}		7.0×10^{-11}	
$\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \ell^+\ell^-$	5.4×10^{-5}		1.8×10^{-7}	
$\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \ell^+\ell^-$	1.7×10^{-4}		6.7×10^{-7}	
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \ell^+\ell^-$	7.5×10^{-8}		2.4×10^{-9}	
$\rho \rightarrow \pi \eta \ell^+\ell^-$	1.9×10^{-12}			
$\omega \rightarrow \ell^+\ell^-$	input	$(7.15 \pm 0.19) \times 10^{-5}$	7.1×10^{-5}	$< 1.8 \times 10^{-4}$
$\omega \rightarrow \pi^0 \ell^+\ell^-$	7.9×10^{-4}	$(5.9 \pm 1.9) \times 10^{-4}$	9.2×10^{-5}	$(9.6 \pm 2.3) \times 10^{-5}$
$\omega \rightarrow \eta \ell^+\ell^-$	6.0×10^{-6}		1.8×10^{-9}	
$\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \ell^+\ell^-$	3.9×10^{-6}		2.9×10^{-8}	
$\omega \rightarrow \pi^0 \pi^0 \ell^+\ell^-$	2.0×10^{-7}		7.4×10^{-9}	
$\omega \rightarrow \pi^0 \eta \ell^+\ell^-$	8.7×10^{-10}			
$\phi \rightarrow \ell^+\ell^-$	input	$(3.00 \pm 0.06) \times 10^{-4}$	3.0×10^{-4}	$(2.48 \pm 0.34) \times 10^{-4}$
$\phi \rightarrow \pi^0 \ell^+\ell^-$	1.6×10^{-5}	$< 1.2 \times 10^{-4}$	4.8×10^{-6}	
$\phi \rightarrow \eta \ell^+\ell^-$	1.1×10^{-4}	$(1.3_{-0.6}^{+0.8}) \times 10^{-4}$	6.8×10^{-6}	
$\eta \rightarrow \gamma \ell^+\ell^-$	6.5×10^{-3}	$(4.9 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	3.0×10^{-4}	$(3.1 \pm 0.4) \times 10^{-4}$
$\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \ell^+\ell^-$	3.6×10^{-4}	$(1.3_{-0.8}^{+1.2}) \times 10^{-3}$	1.2×10^{-8}	
$\eta' \rightarrow \gamma \ell^+\ell^-$	4.2×10^{-4}		8.1×10^{-5}	$(1.04 \pm 0.26) \times 10^{-4}$
$\eta' \rightarrow \omega \ell^+\ell^-$	2.0×10^{-4}			
$\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \ell^+\ell^-$	1.8×10^{-3}		2.0×10^{-5}	
$f_0 \rightarrow \gamma \ell^+\ell^-$	2.2×10^{-7}		2.8×10^{-8}	
$f_0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \ell^+\ell^-$	1.4×10^{-4}		4.1×10^{-7}	
$a_0^0 \rightarrow \gamma \ell^+\ell^-$	6.0×10^{-8}		7.4×10^{-9}	
$a_0 \rightarrow \pi \eta \ell^+\ell^-$	4.0×10^{-5}		1.4×10^{-9}	
$\pi^0 \rightarrow \gamma \ell^+\ell^-$	1.18×10^{-2}	$(1.198 \pm 0.032) \times 10^{-2}$		

Для того, чтобы получить сравнение с прямым каналом, мы поместили на рисунке взвешенное распределение $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$ согласно распределению Брейта-Вигнера

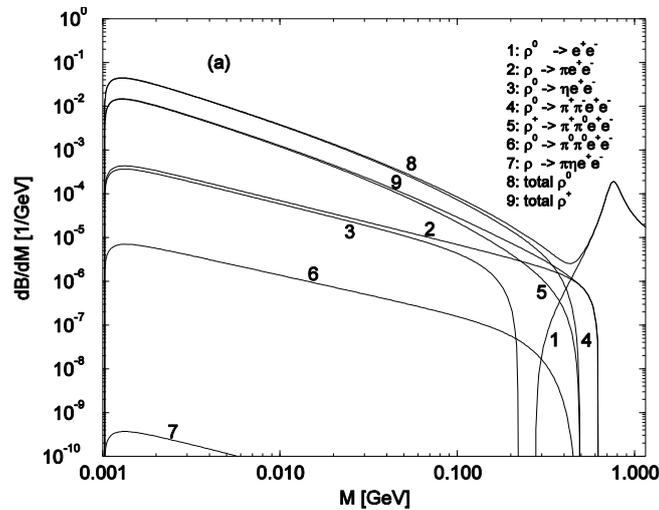
$$\frac{dB}{dM} = \frac{1}{\pi} \frac{2Mm_\rho \Gamma_\rho(M)}{(M^2 - m_\rho^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho(M)^2} B(\rho \rightarrow \ell^+ \ell^-). \quad (4.1.1)$$

Ширина ρ -мезона как функция M принималась равной

$$\Gamma_\rho(M) = \Gamma_\rho \frac{p^{*3}(M, \sqrt{s_0}/2, \sqrt{s_0}/2) m_\rho^2 + p^{*2}(m_\rho, \sqrt{s_0}/2, \sqrt{s_0}/2)}{p^{*3}(m_\rho, \sqrt{s_0}/2, \sqrt{s_0}/2) m_\rho^2 + p^{*2}(M, \sqrt{s_0}/2, \sqrt{s_0}/2)},$$

где Γ_ρ - полная экспериментальная ширина и $\sqrt{s_0} = 2\mu$ - двухпионный порог.

В пределе нулевой ширины интеграл по M от выражения (4.1.1) дает $B(\rho \rightarrow e^+e^-)$.



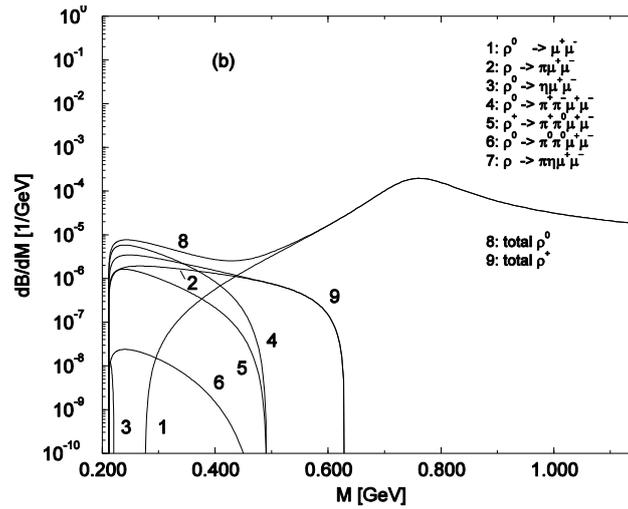


Рисунок 40. Дифференциальные ширины распадов ρ -мезона на e^+e^- (а) и $\mu^+\mu^-$ (б) пару как функция инвариантной массы дилептонной пары. Сплошные линии – сумма парциальных ширин нейтральных (8) и заряженных (9) ρ -мезонов.

4.1.3 Спектр дилептонов в распадах ω -мезонов

Дифференциальные ширины ω -мезонов приведены на Рис. 41 (а, б). При инвариантных массах ниже ω -мезонного пика в распадах доминирует канал $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$. Другие каналы дают лишь небольшие поправки. Интересно, что

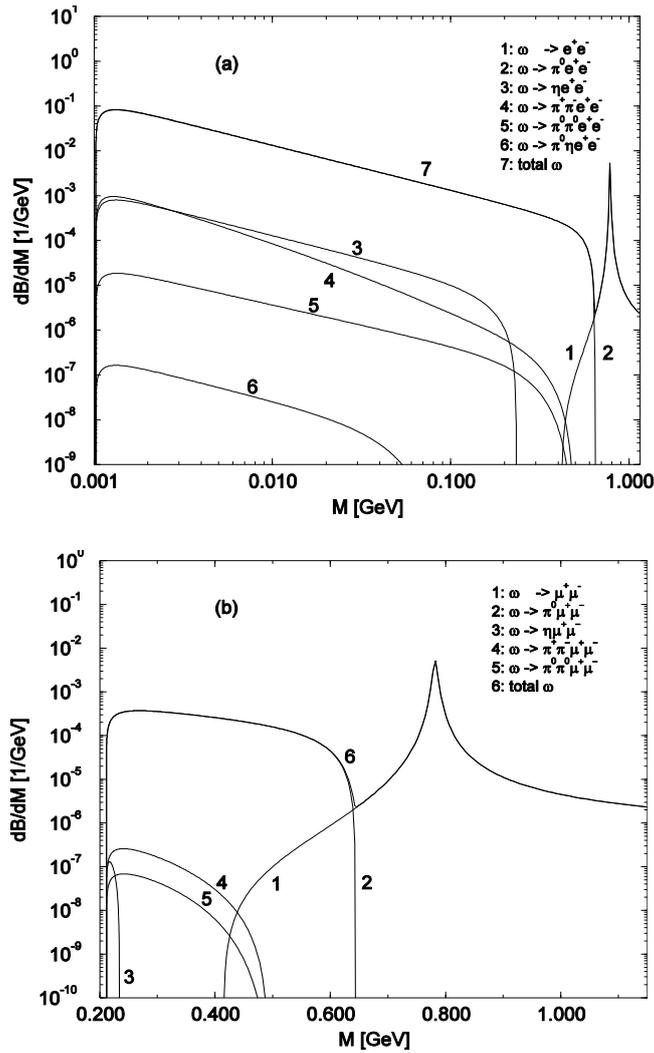


Рисунок 41. Дифференциальные ширины распадов ω -мезона на e^+e^- (a) и $\mu^+\mu^-$ (b) пару как функция инвариантной массы дилептонной пары. Сплошная линия – сумма парциальных ширин.

интегральная ширина канала $\omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$ на порядок больше, чем прямого канала $\omega \rightarrow e^+e^-$. Дилептонные пары в этих двух распадах имеют совершенно разные инвариантные массы. Как и в случае с ρ -мезоном, мы приводим взве-

шенное распределение $\omega \rightarrow \ell^+ \ell^-$ в соответствии с формулой (4.1.1) с заменой $m_\rho \leftrightarrow m_\omega$ и $\Gamma_\rho \leftrightarrow \Gamma_\omega$ для пороговой энергии $\sqrt{s_0} = 3\mu$.

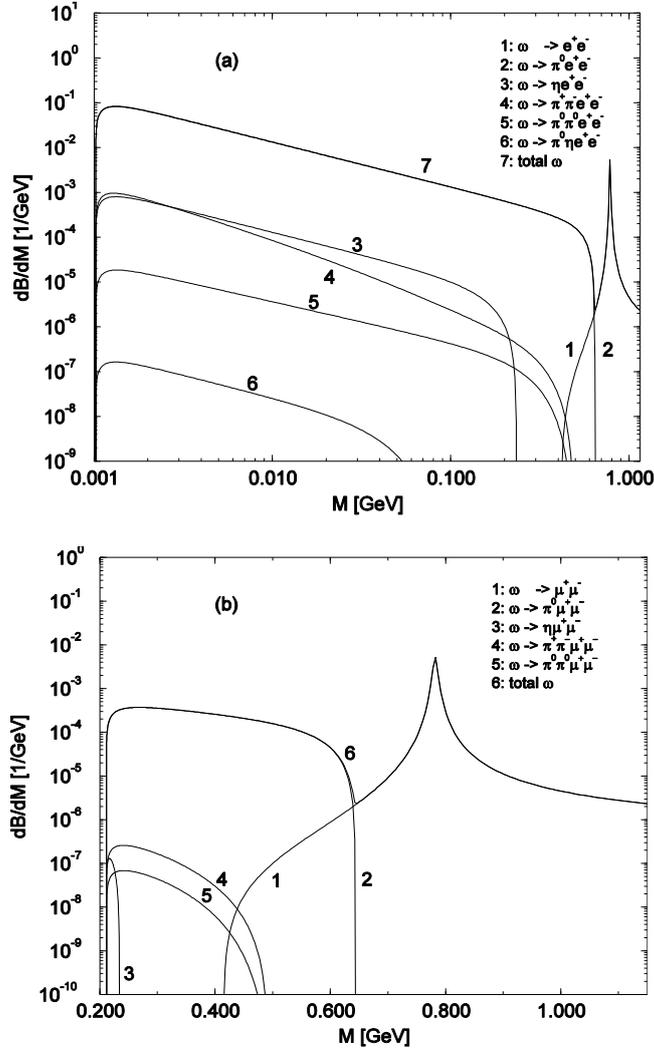


Рисунок 42. Дифференциальные ширины распадов ω -мезона на e^+e^- (a) и $\mu^+\mu^-$ (b) пару как функция инвариантной массы дилептонной пары. Сплошная линия – сумма парциальных ширин.

4.1.4 Спектр дилептонов в распадах ϕ -мезонов

Дифференциальные парциальные ширины ϕ -мезона показаны Рис. 43 (a,b). Мы не рассматриваем конечные состояния с двумя мезонами. Такими доминирующими распадами были бы распады $\phi \rightarrow \pi\pi\gamma^*$ и $\phi \rightarrow \pi^0\eta\gamma^*$. Первый распад с реальным фотоном в канале $\pi^0\pi^0$ наблюдался экспериментально. Его парциальная ширина равна $B^{\text{exp}}(\phi \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma) = (1.14 \pm 0.22) \times 10^{-4}$. В распаде $\phi \rightarrow \pi\pi\gamma^*$ доминирующим является $f_0\gamma$ механизм. Можно ожидать поэтому, что $B(\phi \rightarrow \pi^0\pi^0 e^+e^-)$ на два порядка меньше парциальной ширины радиационного распада, приведенного в Таблице 4, и, следовательно, меньше всех приведенных парциальных ширин. Распад $\phi \rightarrow \pi\eta\gamma$ также был измерен в SND эксперименте [235], [236]. Парциальная ширина оказалась равной $B^{\text{exp}}(\phi \rightarrow \pi^0\eta\gamma) = (1.3 \pm 0.5) \times 10^{-4}$. Парциальная ширина $B(\phi \rightarrow \pi\eta e^+e^-)$ также ожидается малой. Измеренные ширины $\phi \rightarrow \pi\pi\gamma$ и $\phi \rightarrow \pi^0\eta\gamma$ заметно больше предсказаний работы [263], в которой промежуточные состояния $f_0\gamma$ и $a_0\gamma$ не рассматривались. В настоящее время, однако, нет экспериментальных указаний на существование a_0 -мезонной структуры в распаде $\phi \rightarrow \pi^0\eta\gamma$, и поэтому не вполне ясно, как интерпретировать избыток распадов $\phi \rightarrow \pi^0\eta\gamma$. Надежный расчет распада $\phi \rightarrow \pi^0\eta\ell^+\ell^-$ пока не удастся провести.

Мы не рассматриваем распады с двумя каонами в конечном состоянии. Инвариантная масса дилептонов в таких распадах не превышает 50 МэВ, эта область исключена порогом регистрации $M > 50$ МэВ. На Рис. 43 (a,b) показано распределение дилептонов в распаде ϕ -мезонов, включая прямой канал $\phi \rightarrow \ell^+\ell^-$.

4.1.5 Спектр дилептонов в распадах η - и η' -мезонов

Дифференциальные ширины распадов η - и η' -мезонов показаны на Рис. 44 (a,b). Доминирующей модой является распад $\eta \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$. Из $e^+ e^-$ распадов η' -мезона доминируют распады $\eta' \rightarrow \gamma e^+ e^-$ при $M > 250$ МэВ и $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ при $M \lesssim 250$ МэВ. $\eta' \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$ имеет хорошо видимые структуры, связанные с ω - и ρ -мезонными вкладами в переходный форм-

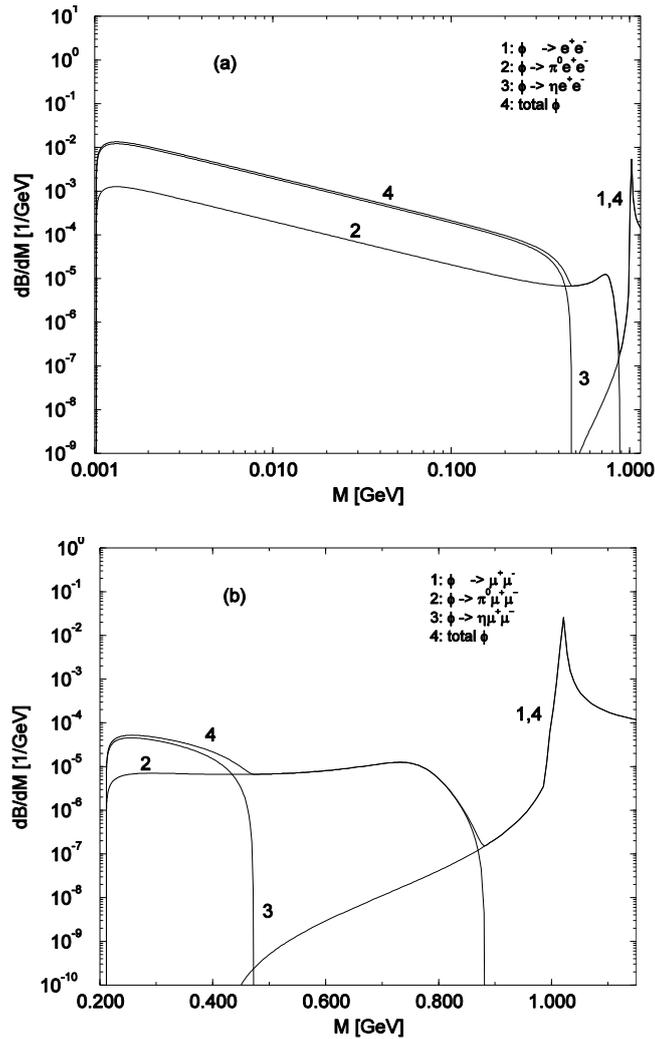


Рисунок 43. Дифференциальные ширины распадов ϕ -мезона на $e^+ e^-$ (a) и $\mu^+ \mu^-$ (b) пары как функция инвариантной массы дилептонной пары.

-фактор $\eta^2 \gamma\gamma$. Распад $\eta \rightarrow \pi^0 \pi^0 \ell^+ \ell^-$ запрещен сохранением C -четности, аналогично для η' -мезона.

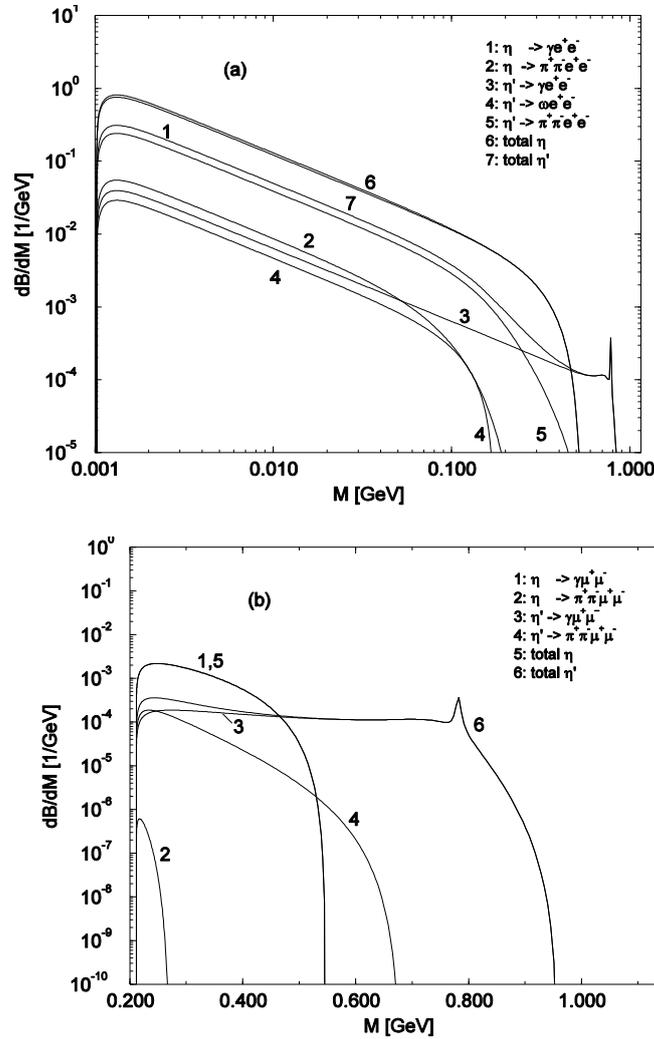


Рисунок 44. Дифференциальные ширины распадов η - и η' -мезонов на e^+e^- (a) и $\mu^+\mu^-$ (b) пары как функция инвариантной массы дилептонов. Сплошные линии – сумма парциальных ширин. Узкий пик в спектрах $\eta' \rightarrow \gamma e^+ e^-$ и $\eta' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ связан с вкладом ω -мезона в переходный форм-фактор $\eta' \rightarrow \gamma\gamma^*$.

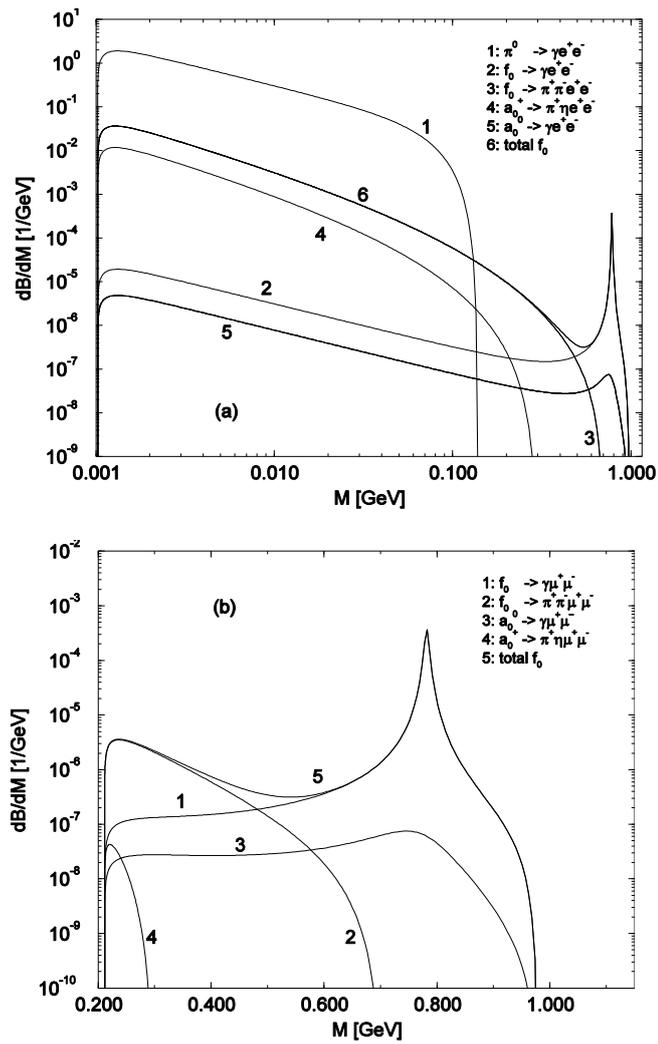


Рисунок 45. Дифференциальные ширины распада π^0 -, $f_0(980)$ - и $a_0(980)$ -мезонов в состоянии с e^+e^- (a) и $\mu^+\mu^-$ (b) парами как функция инвариантной массы дилептонов. Сплошные кривые 6 (a) и 5 (b) показывают суммарную величину парциальных ширин e^+e^- и $\mu^+\mu^-$ мод распада f_0 -мезона. Узкие пики в спектрах f_0 - и a_0 -мезонных Далиц распадов

$\gamma\ell^+\ell^-$ связаны с ω - и ρ -мезонными вкладами в переходные форм-факторы f_0 и a_0

4.1.6 Спектр дилептонов в распадах π^0 -, f_0 - и a_0 -мезонов

Дифференциальные парциальные ширины распадов π^0 -, f_0 - и a_0 -мезонов приведены на Рис. 45 (a,b). При $M \lesssim 500$ МэВ в распадах f_0 -мезона доминируют распады $f_0 \rightarrow \pi^+\pi^-\ell^+\ell^-$. Четырехчастичные распады a_0 -мезонов доминируют при малых M . В спектрах дилептонов ясно видны структуры, связанные с вкладами ω - и ρ -мезонов в переходные форм-факторы..

4.1.7 Заключение

В настоящем разделе была предпринята попытка прояснить природу DLS парадокса за счет включения новых дилептонных каналов распада нестранных мезонов с массой ниже $\phi(1020)$.

Помимо прямых каналов распадов векторных мезонов и некоторых Далиц распадов, которые хорошо известны в литературе, мы предприняли систематическое изучение распадов, дающих вклад в спектр дилептонов вдали от ρ и ω пиков, которые ранее не учитывались. К ним относятся некоторые Далиц распады, как, например, $\eta' \rightarrow \gamma\ell^+\ell^-$ и $f_0 \rightarrow \gamma\ell^+\ell^-$, а также большинство распадов с четырьмя частицами в конечном состоянии. Многие из этих процессов, как было выяснено, дают небольшой вклад в дилептонные ширины, однако, есть исключения.

В распадах ρ^0 -мезонов главный вклад в фон ниже 350 МэВ возникает от распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-e^+e^-$. Распады $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-e^+e^-$ и $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0e^+e^-$ увеличивают выход дилептонов с инвариантной массой больше 100 МэВ примерно на 30% в сравнении с прямым каналом $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$, если предположить, что

сечения рождения ρ^0 - и ρ^\pm -мезонов равны. В случае f_0 -мезона вероятность распада $f_0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ в интервале 100-400 МэВ заметно больше, чем доминирующая мода $f_0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$. В большинстве других случаев четырех-частичные распады дают лишь небольшие вклады и, таким образом, пренебрежение этими распадами представляется обоснованным.

Рассчитанные значения парциальных ширин могут далее использоваться для экспериментального поиска дилептонных распадов мезонов.

Вероятности рождения мезонов, в том числе в столкновениях тяжелых ионов, отличаются на порядки и чувствительно зависят от энергии. Относительный вклад конкретных каналов для различных мезонов не может быть оценен без детального учета транспорта. Однако для каждого отдельного мезона мы можем решить, какие каналы являются более важными. Относительный вклад и каналы распада мезонов можно проанализировать, не имея информации о сечении рождения мезонов.

Рассмотренные процессы входят в качестве элементарных в транспортные модели рождения дилептонов. При моделировании дилептонного рождения невозможно обойтись без знания всех каналов распада и фоновых процессов.

В частности, отсутствие ясного понимания избытка дилептонов ниже ρ -мезона пика в данных BEVALAC показывает, что сценарий с уменьшением массы ρ -мезона можно рассматривать только как гипотезу. Чтобы делать физические выводы, необходимо устранить возможные тривиальные объяснения вроде тех, которые связаны с существованием непрямых дилептонных распадов легких мезонов.

После завершения этой работы мы познакомились с работами Коха [267] и Лихарда [268], в которых исследован достаточно полный набор Далиц распадов (без скалярных мезонов), а также несколько четырех-частичных дилептонных каналов. В работе [267] четырех-частичные каналы рассмотрены в

приближении, использованном ранее Jarlskog и Pilkuhn [269]. Приближение состоит в пренебрежении зависимостью матричных элементов с испускания виртуальных фотонов от массы фотона. Мы провели прямой расчет без приближений, а также рассмотрели дополнительные Далиц распады и четырехчастичные каналы. В работе [268] подробно анализируется распад $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$. Полученное нами выражение для ширины совпадает с соответствующими формулами статьи Лихарда, где, однако, форм-фактор пиона полагается равным единице. Форм-фактор пиона имеет незначительное влияние на полную вероятность $e^+ e^-$ распада. В распаде на димюонную пару, где инвариантные массы выше, вероятность распада увеличивается примерно на 40%.

4.2 Дилептонные распады нуклонных резонансов

В столкновениях тяжелых ионов дилептоны рождаются в результате мезонных распадов и распадов нуклонных резонансов. В предыдущем разделе были рассмотрены распады мезонов. В этом разделе рассматриваются распады нуклонных резонансов.

4.2.1. Радиационные и дилептонные распады $\Delta(1232)$

Для инвариантных масс дилептонов в несколько сотен мэВ доминирующий вклад в рождение дилептонов в столкновениях тяжелых ионов, как показывают транспортные расчеты, дает распад $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+ e^-$. В этом разделе получены выражения для радиационных и дилептонных распадов $\Delta(1232) \rightarrow N\gamma$ и $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+ e^-$.

В работах [227], [270], [271], [272], [273] используются выражения для скорости распада $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+ e^-$, которые не эквивалентны в отношении

кинематических факторов. В работах [227], [271], [274], [275] вычисляется радиационный распад $\Delta(1232) \rightarrow N\gamma$. Результаты, что удивительно, также не совпадают. Мы проводим независимый расчет этих распадов.

Ширина распада резонанса R , распадающегося на нуклон N и виртуальный фотон γ^* , записывается в терминах спиральных амплитуд в виде

$$\Gamma(R \rightarrow N\gamma^*) = \frac{k}{8\pi m_R^2 (2J_R + 1)} \sum_{\lambda\lambda'\lambda''} |\langle \lambda | S | \lambda' \lambda'' \rangle|^2 \quad (4.2.1)$$

где m_R – масса резонанса, J_R – его спин, k – импульс фотона в системе покоя резонанса, λ , λ' , и λ'' – спиральности, соответственно, резонанса, нуклона и фотона, $\langle \lambda | S | \lambda' \lambda'' \rangle$ – амплитуды.

Для перехода $\Delta \rightarrow N\gamma^*$ существуют три независимые спиральные амплитуды, которые могут быть найдены в работе Джонса и Скадрона [276], ур-я (18). Используя эти амплитуды, находим ширину резонанса $\Delta(1232)$ для распада на нуклон и виртуальный фотон:

$$\Gamma(\Delta \rightarrow N\gamma^*) = \frac{\alpha}{16} \frac{(m_\Delta + m_N)^2}{m_\Delta^3 m_N^2} \left((m_\Delta + m_N)^2 - M^2 \right)^{1/2} \left((m_\Delta - m_N)^2 - M^2 \right)^{3/2} \left(G_M^2 + 3G_E^2 + \frac{M^2}{2m_\Delta^2} G_C^2 \right). \quad (4.2.2)$$

Здесь m_N и m_Δ – массы нуклона и Δ , $M^2 = q^2$, где $q_\mu = (\omega, 0, 0, k)$ – импульс фотона, G_M , G_E , и G_C магнитный, электрический и кулоновский переходный форм-факторы, определенные как в работе [276], ур-я (15). Нормировка следующая. Для того чтобы получить физические амплитуды

$$\langle \lambda | S | \lambda' \lambda'' \rangle \equiv ie\varepsilon_\mu^{(\lambda'')} (q) J_\mu(q),$$

следует умножить спиральные амплитуды работы [276] на множитель $\sqrt{\frac{2}{3}}e$,

где e - заряд электрона, и амплитуду $\lambda = 0$ на добавочный фактор $\frac{M}{\omega}$, где ω

энергия фотона в системе покоя Δ . Векторы поляризации фотонов $\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}(q)$ нормированы условием

$$\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}(q)\varepsilon_{\mu}^{(\lambda')}(q)^* = -\delta_{\lambda\lambda'}.$$

В пределе исчезающей массы виртуального фотона, $M \rightarrow 0$ (реальные фотоны), продольный вектор поляризации фотона равен

$$\varepsilon_{\mu}^{(0)}(q) = q_{\mu}/M + O(M).$$

Сохранение тока приводит к уравнению $q_{\mu}J_{\mu}(q) = 0$, поэтому

$$\left\langle \frac{1}{2} \left| S \right| -\frac{1}{2} 0 \right\rangle = O(M).$$

Эта амплитуда пропорциональна кулоновскому форм-фактору G_C . Коэффициент при G_C^2 в уравнении (4.3.2) имеет, следовательно, правильное поведение в пределе $M \rightarrow 0$.

Факторизационное правило (4.2.4) позволяет найти дилептонную ширину Δ резонанса:

$$d\Gamma(\Delta \rightarrow Ne^+e^-) = \Gamma(\Delta \rightarrow N\gamma^*)M\Gamma(\gamma^* \rightarrow e^+e^-)\frac{dM^2}{\pi M^4}, \quad (4.2.3)$$

Величине

$$M\Gamma(\gamma^* \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha}{3}(M^2 + 2m_e^2)\sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M^2}} \quad (4.2.4)$$

можно придать смысл ширины распада виртуального фотона на дилептонную пару с инвариантной массой M .

Ширина распада $\Delta(1232) \rightarrow N\gamma$ дается уравнением (4.3.2) для $M = 0$.
Последние три уравнения определяют ширину распада $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$.

Отличие результатов [227], [270], [271], [272], [273], [274] от результатов, описываемых уравнениями (4.3.1) – (4.3.4), следует отнести к ошибкам в вычислениях в работах [227], [270], [271], [272], [273], [274].

Спустя некоторое весьма значительное время, после публикации нашей работы [69] коллаборация ХАДЕС для моделирования рождения дилептонов стала использовать наши уравнения (4.3.1) – (4.3.4). В то же время никто из авторов [227], [270], [271], [272], [273], [274] не признал ошибочность своих вычислений.

4.2.2. Радиационные и дилептонные распады нуклонных резонансов с произвольным спином и четностью

В предыдущем разделе показано, что в работах многих групп использовались неверные выражения для ширины распада резонанса $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$ с $J^P = \frac{3}{2}^+$, который доминирует в рождении дилептонов с массой 100 – 400 МэВ. Помимо $\Delta(1232)$ существуют другие нуклонные резонансы, которые дают заметный вклад в рождение дилептонов, поэтому имеет смысл вычислить ширины дилептонных распадов нуклонных резонансов с произвольным J^P .

Радиационные распады нуклонных резонансов с произвольным J^P рассматривались в работе Девениша с соавторами [275]. В работе [70] мы повторили сделанные в этой работе вычисления, подтвердили их полную корректность на кинематическом уровне и впервые нашли дилептонные ширины. Для приложений необходимо фиксировать переходные форм-факторы. Эта задача решена в рамках обобщенной модели векторной

доминантности (eVMD) с помощью нормировки на экспериментальные данные и данные кварковых моделей. В этом разделе мы приведем основные результаты. Дальнейшие детали можно найти в [70]. Девениш с соавторами авторы использовали аналогичное нашему мультипликативное представление переходных форм-факторов. Представление [275], в отличие от нашей работы, не согласуется с правилами кваркового счета.

Таким образом, в этом разделе получены релятивистские, кинематически полные, феноменологические выражения для ширин дилептонных распадов нуклонных резонансов с произвольным спином и четностью. Ширины дилептонных распадов нуклонных резонансов с массой ниже 2 ГэВ вычисляются в рамках модели расширенной векторной доминантности (eVMD). eVMD обеспечивает единое описание фото- и электророждения нуклонных резонансов, радиационных, дилептонных распадов и распадов с векторными мезонами в конечном состоянии. Учитываются ограничения на переходные форм-факторы из правил кваркового счета. Параметры модели фиксируются фитированием данных фото- и электророждения, используются также результаты многоканального парциально-волнового анализа πN рассеяния. Там, где экспериментальные данные отсутствуют, используются предсказания нерелятивистской кварковой модели. Определены константы связи векторных мезонов в ковариантном базисе и константы связи векторных мезонов магнитного, электрического и кулоновского типа. Найдены спектры дилептонов и дилептонные ширины в распаде нуклонных резонансов с массой ниже 2 ГэВ.

Рассмотрим распад $R \rightarrow N\gamma^*$. Спин-четность резонанса R есть J^P . γ^* – виртуальный фотон, который распадается на дилептонную пару. Электромагнитный ток перехода между нуклоном и нуклонным резонансом со спином J записывается в виде

$$J_\mu(p_*, \lambda_*, p, \lambda) = e \bar{u}_{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*) \Gamma_{\beta_1 \dots \beta_l \mu}^{(\pm)} u(p, \lambda) \quad (4.2.5)$$

где m_* и m - массы, p_* и p импульсы, λ_* и λ - спиральности нуклона и резонанса, $e = -\sqrt{4\pi\alpha}$ - заряд электрона, $\alpha = 1/137$. В системе покоя резонанса $p_* = (m_*, 0, 0, 0)$, $p = (E, 0, 0, -k)$.

Спинор $u_{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*)$ - обобщенный спинор Рариты-Швингера, который описывает фермион со спином $J = l + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2}$. Он симметричен по отношению к индексам $\beta_1 \dots \beta_l$, его след равен нулю. Спиноры нормированы условием

$$\begin{aligned} \bar{u}(p, \lambda) u(p, \lambda) &= 2m, \\ (-)^l \bar{u}_{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*) u^{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*) &= 2m_*. \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

Матрицы $\Gamma_{\beta_1 \dots \beta_l \mu}^{(\pm)}$ вводятся для резонансов с натуральной и ненатуральной четностью, $J^P = \frac{1^-}{2}, \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \dots$ (верхний знак) и $J^P = \frac{1^+}{2}, \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \dots$ (нижний знак). Векторы поляризации фотона имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu^{(\pm 1)}(q) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), \\ \varepsilon_\mu^{(0)}(q) &= \frac{1}{M}(k, 0, 0, \omega), \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

где $q = p_* - p = (\omega, 0, 0, k)$, $q^2 = M^2$. Эти векторы поперечны, $q_\mu \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q) = 0$, и нормированы условием

$$\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q)^* \varepsilon_\mu^{(\lambda')} (q) = -\delta_{\lambda\lambda'}. \quad (4.2.8)$$

Резонансы со спином $J \geq \frac{3}{2}$ и произвольной четностью имеют три независимые спиральные амплитуды $\gamma^* N \rightarrow N^*$ (см., например, [277], Глава 7). Вершины $\Gamma_{\beta_1 \dots \beta_l \mu}^{(\pm)}$, соответственно, фиксируются тремя скалярными

функциями. Наиболее общее разложение вершин по лоренцевским векторам и гамма-матрицам имеет вид

$$\Gamma_{\beta_1 \dots \beta_l \mu}^{(\pm)} = q_{\beta_1} \dots q_{\beta_{l-1}} \Gamma_{\beta_l \mu}^{(\pm)}, \quad (4.2.9)$$

где

$$\Gamma_{\beta \mu}^{(\pm)} = \sum_k \Gamma_{\beta \mu}^{(\pm)k} F_k^{(\pm)}. \quad (4.2.10)$$

В уравнении (4.2.9) подразумевается симметризация по индексам β_1, \dots, β_l . Величины $F_k^{(\pm)}$ - скалярные функции q^2 ; они называются ковариантными форм-факторами.

Для резонансов с нормальной четностью матрицы $\Gamma_{\beta \mu}^{(+i)}$ ($i=1,2,3$) имеют вид

$$\begin{aligned} \Gamma_{\beta \mu}^{(+1)} &= m_* (q_\beta \gamma_\mu - \not{q} g_{\beta \mu}) \gamma_5, \\ \Gamma_{\beta \mu}^{(+2)} &= (q_\beta P_\mu - q \cdot P g_{\beta \mu}) \gamma_5, \\ \Gamma_{\beta \mu}^{(+3)} &= (q_\beta q_\mu - q^2 g_{\beta \mu}) \gamma_5 \end{aligned} \quad (4.2.11)$$

где $\gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$, $P = \frac{1}{2}(p_* + p)$. Для резонансов с противоположной четностью матрицы $\Gamma_{\beta \mu}^{(-i)}$ ($i=1,2,3$) можно выбрать в виде

$$\Gamma_{\beta \mu}^{(-k)} = \Gamma_{\beta \mu}^{(+k)} \gamma_5. \quad (4.2.12)$$

Для резонансов со спином $J = \frac{1}{2}$ существуют две матрицы $\Gamma_\mu^{(+i)}$ ($i=1,2$).

Вершинные функции резонансов $J^P = \frac{1}{2}^-$ имеют вид

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^{(+1)} &= (q^2 \gamma_\mu - \not{q} q_\mu) \gamma_5, \\ \Gamma_\mu^{(+2)} &= (P \cdot q \gamma_\mu - P_\mu q) \gamma_5, \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

Для противоположной четности $J^P = \frac{1}{2}^+$,

$$\Gamma_\mu^{(-k)} = \Gamma_\mu^{(+k)} \gamma_5. \quad (4.2.14)$$

Вывод преобразования из ковариантного базиса $F_k^{(\pm)}$ к мультипольному базису $G_T^{(\pm)}$, где $T = E, M, C$, можно найти в нашей работе [70]. Приведем

результат для спина $J \geq \frac{3}{2}$:

$$\begin{pmatrix} G_M^{(+)} \\ G_E^{(+)} \\ G_C^{(+)} \end{pmatrix} = \frac{2m}{3m_+} \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{l+1}^2}{l+1} & \frac{m_+ m_-}{l+1} & \frac{2M^2}{l+1} \\ \frac{\Delta_0^2}{l+1} & \frac{m_+ m_-}{l+1} & \frac{2M^2}{l+1} \\ 2m_*^2 & 2m_*^2 - \frac{1}{2}\Delta_0^2 & \Delta_0^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1^{(+)} \\ F_2^{(+)} \\ F_3^{(+)} \end{pmatrix}, \quad (4.2.15)$$

$$\begin{pmatrix} G_M^{(-)} \\ G_E^{(-)} \\ G_C^{(-)} \end{pmatrix} = \frac{2m}{3m_-} \begin{pmatrix} \frac{\sigma_-^2}{l+1} & 0 & 0 \\ \frac{\sigma_-^2}{l+1} + \Delta_0^2 & m_+ m_- & 2M^2 \\ 2m_*^2 & 2m_*^2 - \frac{1}{2}\Delta_0^2 & \Delta_0^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1^{(-)} \\ F_2^{(-)} \\ F_3^{(-)} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} m_{\pm} &= m_* \pm m, \\ \Delta_l^2 &= m_+ m_- + M^2 + l\sigma_+^2, \\ \sigma_{\pm}^2 &= m_{\pm}^2 - M^2. \end{aligned}$$

В терминах мультипольных форм-факторов ширина распада резонанса на нуклон и виртуальный фотон принимает вид

$$\Gamma(N_{(\pm)}^* \rightarrow N\gamma^*) = \frac{9\alpha}{16} \frac{(l!)^2}{2^l (2l+1)!} \frac{m_{\pm}^2 (m_{\mp}^2 - M^2)^{l+1/2} (m_{\pm}^2 - M^2)^{l-1/2}}{m_*^{2l+1} m^2} \left(\frac{l+1}{l} |G_{ME}^{(\pm)}|^2 + (l+1)(l+2) |G_{E/M}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{m_*^2} |G_C^{(\pm)}|^2 \right). \quad (4.2.16)$$

Для $l=1$, мы воспроизводим основной результат работы [69] - уравнение (4.2.2).

Для резонансов со спином $\frac{1}{2}$ связь между ковариантными и мультипольными форм-факторами имеет вид

$$\begin{pmatrix} G_{E/M}^{(\pm)} \\ \pm G_C^{(\pm)} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}m_*} \begin{pmatrix} 2M^2 & m_+ m_- \\ 2m_* m_{\mp} & m_* m_{\pm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1^{(\pm)} \\ F_2^{(\pm)} \end{pmatrix}. \quad (4.2.17)$$

Ширина распада равна

$$\Gamma(N_{(\pm)}^* \rightarrow N\gamma^*) = \frac{\alpha}{8m_*} (m_{\pm}^2 - M^2)^{3/2} (m_{\mp}^2 - M^2)^{1/2} \left(2|G_{E/M}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{m_*^2} |G_C^{(\pm)}|^2 \right). \quad (4.2.18)$$

Мы работаем в нормировке, принятой в работе [275]. Форм-факторы $\Delta(1232)$ в работе [276] содержат дополнительный множитель $\sqrt{\frac{2}{3}}$. В пределе $M \rightarrow 0$, мы воспроизводим уравнения (2.59) и (2.60) работы [275]. Уравнения (4.3.16) и (4.3.17) - основные результаты этого раздела. С их помощью вычисляются дилептонные ширины:

$$d\Gamma(N^* \rightarrow Ne^+e^-) = \Gamma(N^* \rightarrow N\gamma^*) M \Gamma(\gamma^* \rightarrow e^+e^-) \frac{dM^2}{\pi M^4},$$

где

$$M\Gamma(\gamma^* \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha}{3} (M^2 + 2m_e^2) \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M^2}}. \quad (4.2.FR)$$

$M\Gamma(\gamma^* \rightarrow e^+e^-)$ - ширина распада виртуального фотона с массой M .

4.3.3. *eVMD* модель

Электромагнитный ток представляется в виде [278]

$$J_{\mu}^{em} = -e \sum_V \frac{m_V^2}{g_V} V_{\mu} \quad (4.2.19)$$

где V_μ - поля векторных мезонов, m_V - массы основных состояний векторных мезонов. $SU(3)$ предсказания для констант связи $g_\rho : g_\omega : g_\phi = 1 : 3 : \frac{-3}{\sqrt{2}}$, находятся в хорошем согласии с значениями $g_\rho = 5.03$, $g_\omega = 17.1$ и $g_\phi = -12.9$ извлеченными из распадов $V \rightarrow e^+ e^-$ векторных мезонов.

Модель векторной доминантности (VMD) хорошо описывает пионный форм-фактор:

$$F_\pi(q^2) = \frac{f_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2}. \quad (4.2.20)$$

Здесь $f_{\rho\pi\pi}$ константы связи, входящие в эффективный лагранжиан

$$\begin{aligned} L_{\rho\pi\pi} &= -\frac{1}{2} f_{\rho\pi\pi} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_\mu^\alpha (\pi^\beta \vec{\partial}_\mu \pi^\gamma) \\ &= -f_{\rho\pi\pi} (\rho_\mu^0 \pi^- i \vec{\partial}_\mu \pi^+ + \rho_\mu^+ \pi^0 i \vec{\partial}_\mu \pi^- + \rho_\mu^- \pi^+ i \vec{\partial}_\mu \pi^0), \end{aligned}$$

где $\vec{\partial}_\mu = \vec{\partial}_\mu - \vec{\partial}_\mu$. Нормировка $F_\pi(0) = 1$ дает

$$\frac{f_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} = 1. \quad (4.2.21)$$

Правила кваркового счета [233] говорят о том, что пионный форм-фактор убывает как $F_\pi(q^2) \sim 1/q^2$ при $q^2 \rightarrow \infty$. VMD модель предсказывает, следовательно, правильную асимптотику.

Электромагнитные форм-факторы Сакса при больших переданных импульсах ведут себя как $G_E(q^2) \rightarrow G_M(q^2) \sim q$. VMD модель, учитывающая только основные состояния ρ -, ω - и ϕ -мезонов, не может описать нуклонные форм-факторы при низких значениях q^2 (зарядовый радиус оказывается меньше экспериментального значения) и дает неправильное асимптотическое поведение. В работах [308], [279] предложено включить в ток (4.2.19) возбужденные радиальные состояния векторных мезонов (ρ' , ρ'' ,

... и так далее). VMD модель, обобщенная таким способом, хорошо воспроизводит экспериментальные данные и дает правильную асимптотику при подходящем выборе констант связи. Минимальное обобщение VMD модели улучшает описание $\rho\pi\gamma$ переходного форм-фактора, который падает асимптотически как $1/q^4$ [234].

Связи векторных мезонов с матричными элементами перехода между нуклонными резонансами и нуклонами определяются T матричными элементами процесса $VN \rightarrow N^*$:

$$\langle J\lambda_* | T | \lambda\lambda_V \rangle = \sum_k f_{VNN^*,k}^{(\pm)} \bar{u}_{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*) q_{\beta_1} \dots q_{\beta_{l-1}} \Gamma_{\beta_l \mu}^{(\pm)k} u(p, \lambda) \varepsilon_\mu^{(\lambda_V)}(q) \quad (4.2.22)$$

Вершинные функции $\Gamma_{\beta\mu}^{(\pm)k}$ - те же самые, что для фотона, $\varepsilon_\mu^{(\lambda_V)}(k)$ - вектор поляризации векторного мезона V с импульсом q и спиральностью λ_V .

Комбинируя уравнения (4.2.19) и (4.2.22), находим амплитуды фото- и электророждения

$$\langle J\lambda_* | T | \lambda\lambda_\gamma \rangle = \sum_{kV} f_{VNN^*,k}^{(\pm)} \frac{em_V^2}{g_V} \frac{1}{q^2 - m_V^2} \bar{u}_{\beta_1 \dots \beta_l}(p_*, \lambda_*) q_{\beta_1} \dots q_{\beta_{l-1}} \Gamma_{\beta_l \mu}^{(\pm)k} u(p, \lambda) \varepsilon_\mu^{(\lambda_\gamma)}(q) \quad (4.2.23)$$

Сравнение с уравнениями (4.3.10) показывает, что ковариантные форм-факторы имеют вид

$$F_k^{(\pm)}(M^2) = \sum_V \frac{f_{VNN^*,k}^{(\pm)}}{g_V} \frac{1}{1 - M^2/m_V^2}. \quad (4.2.24)$$

Δ -резонансные форм-факторы имеют единственный вклад от семейства ρ -мезонов. Если ковариантные форм-факторы $F_k^{(\pm)}(M^2)$ известны, константы связи $f_{VNN^*,k}^{(\pm)}$ для Δ -резонансов находятся из уравнения

$$f_{VNN^*,k}^{(\pm)} = -\frac{g_\rho}{m_\rho^2} \text{res} \left\{ F_k^{(\pm)}(M^2 = m_\rho^2) \right\}. \quad (4.2.25)$$

Нуклонные резонансы с изоспином $\frac{1}{2}$ имеют вклады от семейств ρ - и ω -мезонов. Константы связи нуклонных резонансов находятся как вычеты суперпозиций форм-факторов $I_3 = +\frac{1}{2}$ и $I_3 = -\frac{1}{2}$:

$$f_{VNN^*,k}^{(\pm)} = -\frac{g_V}{2m_V^2} \text{res} \left\{ F_k^{(\pm)}(M^2 = m_V^2)^{I_3=+1/2} \mp F_k^{(\pm)}(M^2 = m_V^2)^{I_3=-1/2} \right\}, \quad (4.2.26)$$

где $V = \rho^0(\omega)$ соответствует верхнему (нижнему) знаку.

Резонансы со спином $J \geq \frac{3}{2}$ имеют следующую асимптотику при $M^2 \rightarrow -\infty$:

$$\begin{aligned} F_1^{(\pm)}(M^2) &= O\left(\frac{1}{(-M^2)^{l+2}}\right), \\ F_2^{(\pm)}(M^2) &= O\left(\frac{1}{(-M^2)^{l+3}}\right), \\ F_3^{(\pm)}(M^2) &= O\left(\frac{1}{(-M^2)^{l+3}}\right). \end{aligned} \quad (4.2.27)$$

Эти условия выполняются в мультипликативном представлении

$$\begin{aligned} F_1^{(\pm)}(M^2) &= \frac{\sum_{j=0}^{n+1} C_{1j}^{(\pm)} M^{2j}}{\prod_{i=1}^{l+3+n} (1 - M^2/m_i^2)}, \\ F_2^{(\pm)}(M^2) &= \frac{\sum_{j=0}^n C_{2j}^{(\pm)} M^{2j}}{\prod_{i=1}^{l+3+n} (1 - M^2/m_i^2)}, \\ F_3^{(\pm)}(M^2) &= \frac{\sum_{j=0}^n C_{3j}^{(\pm)} M^{2j}}{\prod_{i=1}^{l+3+n} (1 - M^2/m_i^2)}. \end{aligned} \quad (4.2.28)$$

Здесь константы $C_{kj}^{(\pm)}$ - свободные параметры, $l+3+n$ - полное число векторных мезонов. Согласно теории функций комплексного переменного мультипликативное представление форм-факторов полностью эквивалентно привычному аддитивному представлению в рамках векторной доминантности

для нулевых ширин векторных мезонов. Правила кваркового счета уменьшают число свободных параметров с $l+3+n$ до $n+2$ при $k=1$ и до $n+1$ при $k=2,3$. В простейшем случае $n=0$ четыре параметра $C_{10}^{(\pm)}$, $C_{11}^{(\pm)}$, $C_{20}^{(\pm)}$ и $C_{30}^{(\pm)}$ полностью фиксируют $F_k^{(\pm)}(M^2)$. Аналогичное мультипликативное представление мотивируется теорией Редже [275].

Для резонансов со спином $J = \frac{1}{2}$ асимптотика при $M^2 \rightarrow -\infty$ ковариантных форм-факторов имеет вид

$$F_{1,2}^{(\pm)}(M^2) = O\left(\frac{1}{(-M^2)^3}\right). \quad (4.2.29)$$

еVMD представление ковариантных форм-факторов в этом случае имеет вид

$$F_k^{(\pm)}(M^2) = \frac{\sum_{j=0}^n C_{kj}^{(\pm)} M^{2j}}{\prod_{i=1}^{3+n} (1 - M^2/m_i^2)}. \quad (4.2.30)$$

Параметры расширенной модели VMD, входящие в уравнения (4.3.28) и (4.3.30), определяются из подгонки данных фото- и электророждения и амплитуд распада нуклонных резонансов на нуклоны и векторные мезоны. Мы используем минимальное расширение модели VMD для всех резонансов. Число векторных мезонов, необходимых для каждого изотопического, зависит от полного спина нуклонного резонанса. Для резонансов со спином $J > 1/2$, требуется $3+l$ ($= 3 + J - \frac{1}{2}$) векторных мезонов с одинаковыми квантовыми числами. Нуклонные резонансы, которые здесь рассматриваются, имеют спин вплоть до $J = 7/2$. Это означает, что для каждого изотопического канала мы должны иметь минимум 6 возбужденных векторных мезонов. Используются следующие массы векторных мезонов: 0.769, 1.250, 1.450, 1.720, 2.150, 2.350 (в ГэВ). Значения в 1-ой и 3 - 5 позициях - массы физических ρ -мезонов согласно PDG [238]. Возможность существования

векторных мезонов с массами около 1.250 ГэВ обсуждается в течение длительного времени. Феноменология нуклонных форм-факторов и, в частности, скейлинг нуклонных форм-факторов Сакса при малых и умеренно больших переданных импульсах указывают на существование особенностей в спектральной функции нуклонных форм-факторов при 1.250 ГэВ (подробнее см. [308]). Рождение дилептонов не сильно зависит от конкретных численных значений масс возбужденных векторных мезонов, поскольку измеряемый коллаборациями DLS и HADES дилептонный спектр распространяется лишь немного выше 1 ГэВ. В области инвариантных масс меньше 1 ГэВ форм-факторы являются гладкими функциями масс возбужденных векторных мезонов. Масса 6-го векторного мезона 2.350 ГэВ произвольна и принята для оценки. Предполагается, что имеет место вырождение между и семействами ρ - и ω -мезонов. Считается, что странные векторные мезоны не связаны с нуклонами из-за правила Цвейга. Противоположное предположение используется, например, в работе [308]. Ширины мезонов с номерами 2 - 6 полагаются равными нулю, ширины основных состояний ρ - и ω -мезонов взяты из эксперимента.

Для нуклонных резонансов, распадающихся на векторные мезоны, мы используем данные из PDG. Когда такие данные отсутствуют (довольно часто), используются результаты Мэнли и Салески (MS), полученные в рамках парциально-волнового анализа многоканального πN рассеяния [290]. В остальных случаях используются предсказания кварковой модели Кониука [289]. В отдельных случаях используются результаты парциально-волнового анализа многоканального πN рассеяния Longacre и Dolbeau (LD) [280] и результаты кварковой модели Капстика и Робертса (CR) [281], когда другие

Таблица 6. Вычеты $C_{kj}^{(\pm)}$ в уравнениях (4.3.28)

и (4.3.30) в единицах $\Gamma \text{ЭВ}^{-(l+1)}$ где $l = J - 1/2$.

Resonance	C_{10}	C_{11}	C_{20}	C_{30}
$N^*(1535)_{\frac{1}{2}}^-$	0.979		0.006	
	1.787		-0.062	
$N^*(1650)_{\frac{1}{2}}^-$	0.232		-0.186	
	-0.394		0.157	
$N^*(1520)_{\frac{3}{2}}^-$	2.186	-1.236	-1.976	-0.159
	-0.220	1.899	-0.316	-0.249
$N^*(1700)_{\frac{3}{2}}^-$	0.169	0.410	-0.227	-0.454
	0.104	1.666	-0.138	-2.281
$N^*(1675)_{\frac{5}{2}}^-$	-0.205	0.080	0.371	-3.812
	0.579	-0.560	-0.591	3.357
$N^*(1440)_{\frac{1}{2}}^+$	0.863		1.023	
	0.084		-0.699	
$N^*(1710)_{\frac{1}{2}}^+$	0.287		-0.185	
	-0.382		0.056	
$N^*(1720)_{\frac{3}{2}}^+$	0.000	0.608	0.187	-5.312
	0.051	-0.304	0.194	1.630
$N^*(1900)_{\frac{3}{2}}^+$	0.024	-0.238	0.028	0.991
	-0.054	0.398	0.055	-1.777
$N^*(1680)_{\frac{5}{2}}^+$	2.487	-0.700	-2.116	-0.797
	-0.793	4.929	0.735	-6.297
$N^*(2000)_{\frac{5}{2}}^+$	0.201	0.762	-0.267	-1.663
	0.049	-0.176	-0.029	0.956
$N^*(1990)_{\frac{7}{2}}^+$	-0.199	0.336	0.321	-0.578
	1.028	-2.263	-0.796	0.846
$\Delta(1620)_{\frac{1}{2}}^-$	-0.155		-0.081	
$\Delta(1900)_{\frac{1}{2}}^-$	0.123		-0.025	
$\Delta(1700)_{\frac{3}{2}}^-$	-0.630	-0.298	1.080	-0.473
$\Delta(1940)_{\frac{3}{2}}^-$	-0.251	0.075	0.252	-0.202
$\Delta(1930)_{\frac{5}{2}}^-$	0.181	0.845	-0.555	-4.531
$\Delta(1750)_{\frac{1}{2}}^+$	0.325		0.431	
$\Delta(1910)_{\frac{1}{2}}^+$	0.194		-0.045	
$\Delta(1232)_{\frac{3}{2}}^+$	1.768	0.025	-1.096	-0.926
$\Delta(1600)_{\frac{3}{2}}^+$	0.086	-0.012	-0.238	1.806
$\Delta(1920)_{\frac{3}{2}}^+$	-0.120	0.187	0.276	-1.386
$\Delta(1905)_{\frac{5}{2}}^+$	-0.209	0.090	0.157	-1.145
$\Delta(2000)_{\frac{5}{2}}^+$	-0.088	-0.388	-0.020	1.299
$\Delta(1950)_{\frac{7}{2}}^+$	0.867	-1.250	-0.138	1.619

Таблица 7. Константы связи магнитного, электрического и кулоновского типа для векторных мезонов с нуклонными резонансами в единицах $\text{ГэВ}^{-(1+1)}$ где $l = J - 1/2$.

Resonance	g_M^ρ	g_E^ρ	g_C^ρ	g_M^ω	g_E^ω	g_C^ω
$N^*(1535)_{\frac{1}{2}}^-$		2.21	3.16		-28.03	-42.67
$N^*(1650)_{\frac{1}{2}}^-$		-0.26	-0.01		2.01	4.14
$N^*(1520)_{\frac{3}{2}}^-$	-0.53	-9.21	-24.62	-7.67	18.16	46.13
$N^*(1700)_{\frac{3}{2}}^-$	0.02	1.31	2.56	-0.17	-1.45	-1.45
$N^*(1675)_{\frac{5}{2}}^-$	-9.79	-4.91	-31.08	2.07	-1.61	-10.50
$N^*(1440)_{\frac{1}{2}}^+$	-8.21		18.16	-14.14		63.13
$N^*(1710)_{\frac{1}{2}}^+$	-0.69		13.35	2.97		-8.13
$N^*(1720)_{\frac{3}{2}}^+$	-0.49	-5.72	-25.91	0.14	-8.27	-37.73
$N^*(1900)_{\frac{3}{2}}^+$	-1.75	1.71	10.66	1.25	-1.28	-8.85
$N^*(1680)_{\frac{5}{2}}^+$	0.00	5.77	8.01	-1.34	-11.75	-7.98
$N^*(2000)_{\frac{5}{2}}^+$	0.60	-5.19	-26.29	1.72	8.98	5.18
$N^*(1990)_{\frac{7}{2}}^+$	6.13	1.39	7.73	-19.88	-3.73	-28.51
$\Delta(1620)_{\frac{1}{2}}^-$		1.59	3.32			
$\Delta(1900)_{\frac{1}{2}}^-$		-0.32	-1.31			
$\Delta(1700)_{\frac{3}{2}}^-$	0.05	-5.53	-12.08			
$\Delta(1940)_{\frac{3}{2}}^-$	-0.37	-2.38	-6.98			
$\Delta(1930)_{\frac{5}{2}}^-$	12.87	-5.38	-48.07			
$\Delta(1750)_{\frac{1}{2}}^+$	-6.02		16.69			
$\Delta(1910)_{\frac{1}{2}}^+$	-0.44		8.44			
$\Delta(1232)_{\frac{3}{2}}^+$	30.57	0.80	6.56			
$\Delta(1600)_{\frac{3}{2}}^+$	4.92	3.31	12.31			
$\Delta(1920)_{\frac{3}{2}}^+$	-1.61	-1.38	-9.88			
$\Delta(1905)_{\frac{5}{2}}^+$	-0.19	-15.25	-42.58			
$\Delta(2000)_{\frac{5}{2}}^+$	-0.54	2.30	20.56			
$\Delta(1950)_{\frac{7}{2}}^+$	5.82	1.92	22.90			

результаты не согласуются с ограничениями PDG на ширины распадов $R \rightarrow NV$. Данные PDG и MS-данные включены в фит с большими весами. Дальнейшие детали подгонки можно найти в работе [70].

В Таблице 6 показаны параметры расширенной модели VMD для нуклонов резонансов с массами ниже 2 ГэВ.

В Таблице 7 приводятся константы связи магнитного, электрического и кулоновского типа $g_T^V = g_T^V(m_V)$ векторных мезонов с нуклонными резонансами. Константы взаимодействия определяются как в уравнениях (4.3.25) и (4.3.26) с заменой $f_{VNN^*,k}^{(\pm)} \rightarrow g_T^V$ и $F_k^{(\pm)} \rightarrow G_T^{(\pm)}$.

Минимальное расширение модели VMD оказывается в общем достаточным, чтобы соответствовать данным. Исключением является $N^*(1520)$ -резонанс, который имеет сильную M^2 -зависимость спиральных амплитуд в интервале $-4 < M^2 < 0$ ГэВ. Минимальная модель не воспроизводит такое поведение.

В Таблицах A1 – A4, приведенных в Приложении 1, сравниваются результаты eVMD модели для ширин мезонных распадов нуклонных резонансов с экспериментом и кварковыми моделями. Для каждого отдельного нуклонного резонанса число параметров фита сравнимо с числом точек из эксперимента и из кварковых моделей. В большинстве случаев число точек из эксперимента и из кварковых моделей мало. Исключением является резонанс $\Delta(1232)$, где существует довольно много экспериментальных данных, которые, однако, частично противоречат друг другу по величине, а иногда и в знаке. Сравнение с экспериментом для $\Delta(1232)$ показано на Рисунке 46. Для других резонансов аналогичные рисунки можно найти в работе [70].

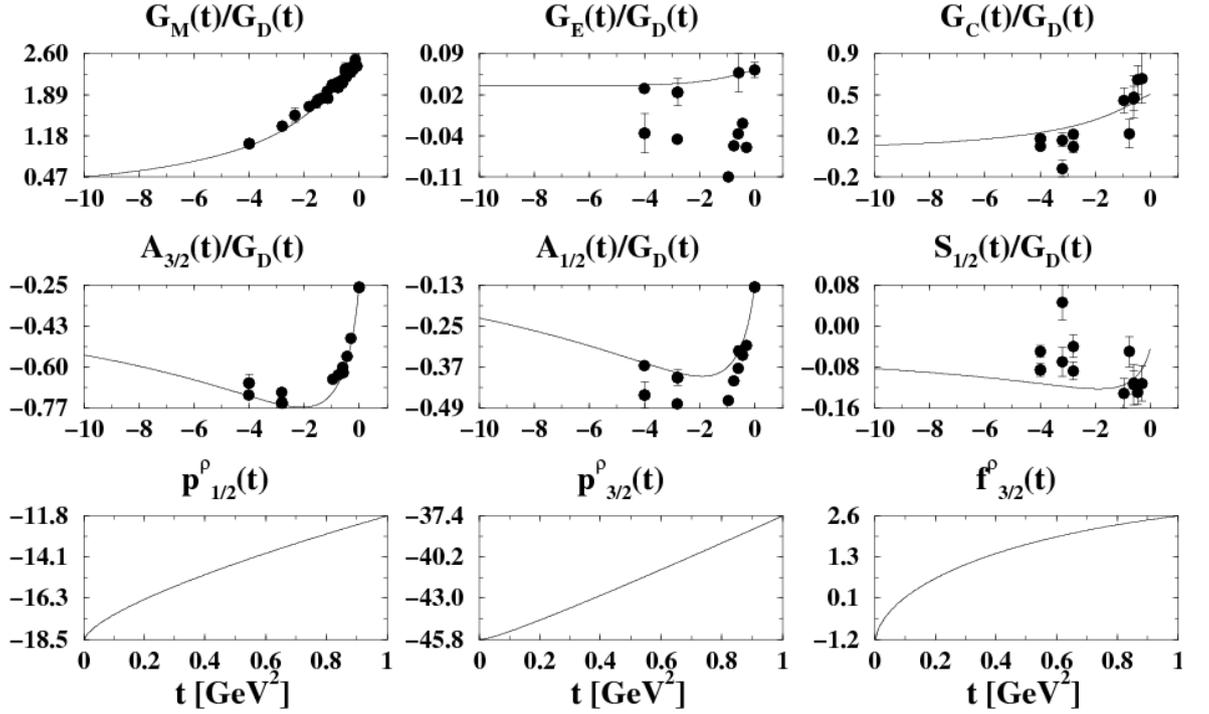


Рисунок 46. На верхней панели приведены мультипольные форм-факторы перехода $\gamma^* N \rightarrow \Delta(1232)$ в eVMD модели, нормированные на $G_D(t) = (1 - t / (0.71\text{GeV}^2))^{-2}$, где t - квадрат переданного импульса. Вторая панель показывает нормированные спиральные амплитуды. Третья панель показывает парциально-волновые амплитуды. Экспериментальные данные из работ [282].

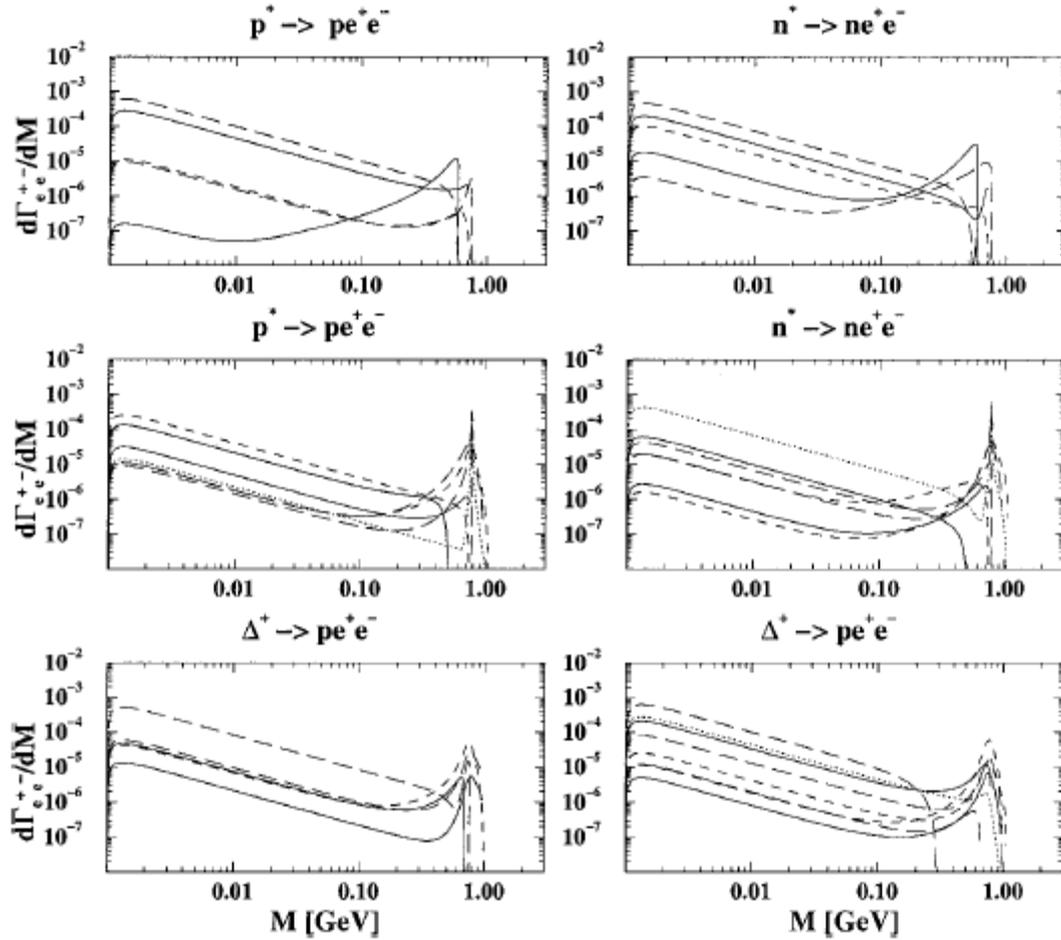


Рисунок 47. e^+e^- спектры распадов нуклонных резонансов. Жирные кривые, длинные пунктирные, короткие пунктирные и кривые, обозначенные точками, соответствуют резонансам со спином $J = 1/2, 3/2, 5/2$ и $7/2$. Верхняя панель показывает результаты для N^* с отрицательной четностью, два следующих рисунка показывают результаты для N^* -резонансов с положительной четностью. На нижней панели показаны спектры распадов Δ^* -резонансов, слева – для J^- , справа – для J^+

⁺. Пики обусловлены вкладом ρ -и ω -мезонов в переходные форм-факторы.

Из Таблиц A1 – A4 Приложения 1 видно, что минимальное расширение модели VMD достаточно хорошо описывает парциально-волновые амплитуды. На Рисунке 46 приведены e^+e^- спектры распадов нуклонных резонансов. Спектры мюон-антимюонных пар можно найти в работе [70].

4.3 Рождение электрон-позитронных пар в pp соударениях

Избыток низкоэнергетических дилептонов может быть объяснен уменьшением массы ρ -мезона в плотной ядерной среде (скейлинг Брауна-Ро [45]), в более общем случае - модификацией ρ -мезонной спектральной функции, приводящей в частности к уширению ρ -мезона. В эксперименте DLS тестируются режимы с разной температурой и плотностью. Уменьшение массы ρ -мезона и его уширение оказалось не достаточным, чтобы принести теоретические оценки в согласие с экспериментальными данными [228]. Это явление было названо «DLS-парадокс». Следует отметить, что окончательные данные коллаборации DLS изменились примерно в 5-7 раз в сравнении с первоначально опубликованными результатами. Коллаборация HADES в GSI изучает дилептонные спектры в том же диапазоне энергий более детально.

Дополнительная возможность анализа DLS-парадокса появилась после публикации коллаборацией DLS [284] данных по рождению дилептонов в элементарных нуклон-нуклонных столкновениях при энергии $T = 1 - 5$ ГэВ (T - кинетическая энергия протона в лабораторной системе). Элементарные сечения входят в транспортные модели столкновений тяжелых ионов, поэтому их лучшее понимание имеет большое значение.

Расчет дилептонных спектров в нуклон-нуклонных столкновениях при 1 - 5 ГэВ был проведен в работах [227], [285], [286]. В работе [227] достигнуто удовлетворительное согласие с данными DLS при низких энергиях. При увеличении энергии инклюзивное рождение становится доминирующим, выход дилептонов недооценивается в том же диапазоне масс, что и в столкновениях тяжелых ионов.

Настоящий раздел посвящен теоретическому анализу элементарных сечений рождения дилептонных пар.

Здесь будет проанализирован механизм рождения дилептонных пар. Обсуждается проблема двойного счета в инклюзивных процессах рождения векторных мезонов и рассматривается эффект множественного рождения пионов на экспериментальную эффективность регистрации дилептонных пар. Показано, что эффективность детектора чувствительна к числу пионов, и предложена простая модель для учета множественного рождения пионов.

В распадах Далица нуклонных резонансов $R \rightarrow Ne^+e^-$ обычно используется модель доминантности векторных мезонов (VMD) для описания резонансных форм-факторов перехода. Наивная VMD модель систематически завышает вероятности радиационных распадов нуклонных резонансов $R \rightarrow N\gamma$. Мы модифицируем VMD модель так, чтобы обеспечить правильное асимптотическое поведение форм-факторов перехода в согласии с правилами кваркового счета. Такая модификация оказывается достаточной для достижения единого согласованного описания мезонных $R \rightarrow N\rho(\omega)$ и радиационных $R \rightarrow N\gamma$ распадов нуклонных резонансов. Наши оценки подпороговых сечений, следовательно, опираются на два физически различных набора экспериментальных данных. Численные результаты обсуждаются в разделе 4.3.2. Мы увидим, что описанные выше усовершенствования не устраняют расхождения с данными DLS при $T = 4.88$ ГэВ. Более того, результаты при самой низкой энергии, $T =$

1.04 ГэВ, также требуют дополнительного изучения с экспериментальной и/или теоретической стороны.

4.3.1 Реакция $pp \rightarrow e^+e^-X$

Рождение дилептонов в нуклон-нуклонных (NN) столкновениях проходит в результате рождения виртуальных фотонов, которые затем распадаются на e^+e^- пары. В модели VMD виртуальные фотоны связаны с векторными мезонами $V = \rho^0, \omega, \phi$, и рождение дилептонов поэтому может быть найдено с использованием инклюзивных сечений рождения векторных мезонов:

$$\frac{d\sigma(s, M)^{pp \rightarrow e^+e^-X}}{dM^2} = \sum_V (1 + n_V) \frac{d\sigma(s, M)^{pp \rightarrow VX}}{dM^2} B(M)^{V \rightarrow e^+e^-}. \quad (4.3.1)$$

Здесь s - квадрат инвариантной массы двух сталкивающихся протонов, M - инвариантная масса пары дилептонов, $d\sigma(s, M)^{pp \rightarrow VX} / dM^2$ - дифференциальное сечение рождения векторного мезона вне массовой поверхности с массой M , n_V - среднее число дополнительных векторных мезонов в состоянии X . В диапазоне энергий $T = 1 \div 5$ ГэВ, где T - кинетическая энергия протона в лабораторной системе, $n_V = 0$. Вероятность распада

$$B(M)^{V \rightarrow e^+e^-} = \frac{\Gamma(M)^{V \rightarrow e^+e^-}}{\Gamma_{tot}^V(M)} \quad (4.3.2)$$

соответствует прямому каналу $V \rightarrow e^+e^-$, $\Gamma_{tot}^V(M)$ - полная ширина распада мезона.

Разложим сечение на полюсную и фоновую части:

$$d\sigma(s, M)^{VX} = d\sigma(s, M)_p^{VX} + d\sigma(s, M)_B^{VX}. \quad (4.3.3)$$

Такое разложение подразумевает, что интерференционными эффектами мы пренебрегаем. Источники фона, такие как $\pi \rightarrow \gamma e^+e^-$ и $\eta \rightarrow \gamma e^+e^-$ не интерферируют по кинематическим причинам. Эти две реакции, в свою

очередь не интерферируют с каналом $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, потому что конечные состояния разные. Реакции $NN \rightarrow RN$, $R \rightarrow e^+ e^- X$, идущие через нуклонные резонансы с различными квантовыми числами, в полном сечении так же не интерферируют друг с другом. Каналы $NN \rightarrow N\Delta(1232)$, $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+ e^-$ и $NN \rightarrow NN\rho$, далее $\rho \rightarrow e^+ e^-$, интерферируют. Относительные фазы амплитуд, описывающих различные реакции, неизвестны, поэтому пренебрежение интерференции между всеми реакциями является вынужденным приближением.

Распределение по массе мезона M в полюсной части сечения имеет вид формулы Брейта-Вигнера, искаженной фазовым объемом конечного состояния VX . При умеренных энергиях в состоянии X доминируют два нуклона с пионами, поэтому можно написать

$$d\sigma(s, M)_P^{VX} = \sigma(s)_P^{VX} \frac{1}{\pi} \frac{M \Gamma_{tot}^V(M) dM^2}{(M^2 - m_V^2)^2 + (M \Gamma_{tot}^V(M))^2} \times \sum_{n=0}^N w_n C_n \Phi_{3+n}(\sqrt{s} \dots) \quad (4.3.4)$$

где

$$\Phi_{3+n}(\sqrt{s} \dots) = \Phi(\sqrt{s}, m_N, m_N, M, \mu_\pi, \dots, \mu_\pi)$$

- фазовый объем конечного состояния двух нуклонов с массой m_N , векторным мезоном с массой m_V и n пионов с массой μ_π . Максимальное число пионов, разрешенное законом сохранения энергии, равно

$$N_\pi = \left[(\sqrt{s} - 2m_N - m_V) / \mu_\pi \right].$$

Величина $[x]$ обозначает целую часть x . Вероятности w_n рождения n пионов, нормированы условием

$$\sum_{n=0}^{N_\pi} w_n = 1. \quad (4.3.5)$$

Фактор C_n дается выражением

$$C_n^{-1} = \int_{\mu_0^2}^{(\sqrt{s} - 2m_N - n\mu_\pi)^2} \frac{1}{\pi} \frac{M\Gamma_{tot}^V(M)dM^2}{(M^2 - m_V^2)^2 + (M\Gamma_{tot}^V(M))^2} \Phi_{3+n}(\sqrt{s}...). \quad (4.3.6)$$

Заметим, что полная ширина $\Gamma_{tot}^V(M)$ обращается в нуль при значениях $M < \mu_0$. Тем не менее, $\Gamma_{tot}^V(M)$, входящая в знаменатель (4.3.2), сокращается с полной шириной в числителе формулы Брейта–Вигнера, в результате сечение конечно и непрерывно всюду выше двухэлектронного порога.

В пределе нулевой ширины $\Gamma_{tot}^V(M) = 0$ уравнение упрощается:

$$d\sigma(s, M)_P^{VX} = \sigma(s)_P^{VX} \delta(M^2 - m_V^2) dM^2.$$

Эффекты конечной ширины важны для ρ -мезонов и менее важны для ω - и ϕ -мезонов.

К фону относятся все реакции с промежуточным π -мезонами, если они рождаются в сильных распадах V . Такие реакции не дают вклада в полюсную часть сечения. Например, реакции

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma\rho^0 \rightarrow \gamma e^+ e^- (\gamma\pi^+\pi^-), \\ \eta &\rightarrow \gamma\rho^0 \rightarrow \gamma e^+ e^- (\gamma\pi^+\pi^-), \\ \omega &\rightarrow \pi^0\rho^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^- (\pi^0\pi^+\pi^-), \\ \Delta(1232) &\rightarrow N\rho^0 \rightarrow N e^+ e^- (N\pi^+\pi^-), \end{aligned}$$

в принципе, имеют полюсной характер, однако полюс лежит в нефизической области. Данные процессы относятся к фону.

Экспериментальные данные по эксклюзивным сечениям $\sigma(s)_P^{VX}$ с $X = n\pi NN$ для $n \geq 1$ отсутствуют. Мы предполагаем, что вероятности w_n описываются биномиальным распределением Бернулли

$$w_n = \frac{N_\pi!}{n!(N_\pi - n)!} p^n (1-p)^{N_\pi - n}. \quad (4.3.7)$$

Чтобы фиксировать вероятности, достаточно знать лишь соотношение между эксклюзивным и инклюзивным сечением рождения векторного мезона. Эти сечения экспериментально известны. Величина N_π определяется из закона сохранения энергии, в то время как значение p может быть найдено из соотношения

$$\frac{\sigma(s)_P^{V\bar{N}}}{\sigma(s)_P^{V\bar{X}}} = (1-p)^{N_\pi}, \quad (4.3.8)$$

или, например, из пионной множественности

$$n_\pi = \sum_{n=0}^{N_\pi} n w_n = p N_\pi. \quad (4.3.9)$$

В случае ρ -мезона сечение $\sigma(s)_P^{V\bar{X}}$ определяет полюсное поведение полного сечения $d\sigma(s, M)^{\pi^+\pi^-X}$ в районе ρ -мезонного пика. Как и для векторных мезонов, полное сечение рождения 2π может быть разложено на полюсную и фоновую части

$$d\sigma(s, M)^{\pi^+\pi^-X} = d\sigma(s, M)_P^{\rho^0 X} + d\sigma(s, M)_B^{\pi^+\pi^-X}. \quad (4.3.10)$$

Фоновые слагаемые в (4.3.3) и (4.3.10), вообще говоря, не совпадают, потому что квантовые числа пары $\pi^+\pi^-$ не обязательно равны квантовым числам ρ -мезона (это имеет место только в окрестности ρ -мезонного пика). Левые части уравнений (4.3.3) и (4.3.10) тоже не совпадают. Поскольку ρ -мезон детектируется в канале $\pi^+\pi^-$, инклюзивное сечение рождения векторных мезонов, входящее в уравнение (4.3.1), определяется из экспериментальных данных модельно зависимым образом. При вычислении сечения рождения дилептонов возникает проблема двойного счета. Мы предлагаем некоторый рецепт, позволяющий избежать двойного счета.

Вклад фона $d\sigma(s, M)_B^{\rho^0 X}$ для $X \neq NN$ может быть насыщен, по крайней мере частично, рождением легких мезонов: $pp \rightarrow \eta X \rightarrow \rho^0 \gamma X \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma X$, $pp \rightarrow \omega X \rightarrow \rho^0 \pi^0 X \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 X$, и так далее, аналогично для ω - и ϕ -мезонов. Инвариантные массы $\pi^+ \pi^-$ здесь малы, поэтому эти процессы дают вклад в $\pi^+ \pi^-$ фон. Сечение (4.3.1) может быть записано в виде

$$d\sigma(s, M)^{e^+ e^- X} = d\sigma(s, M)_P^{e^+ e^- X} + d\sigma(s, M)_B^{e^+ e^- X} \Big|_{X=NN} + d\sigma(s, M)_B^{e^+ e^- X} \Big|_{X \neq NN}. \quad (4.3.11)$$

Первое слагаемое такое же, как и в уравнении (4.3.1), т.е., суммирование проводится по всем векторным мезонам, сохраняя полюсные мезонные части сечения. В уравнении (4.3.11) фон делится на вклады прямых распадов промежуточных векторных мезонов, которые находятся вне массовой поверхности, как правило, ниже своего порога ($X = NN$), и распадов промежуточных мезонов M , имеющих многочастичные конечные состояния ($X \neq NN$). В последнем случае сечение рождения промежуточного мезона сворачивается с его вероятностью распада:

$$\frac{d\sigma(s, M)_B^{e^+ e^- X}}{dM^2} \Big|_{X \neq NN} = \sum_M \int d\mu^2 (1 + n_M) \frac{d\sigma(s, \mu)^{MX'}}{d\mu^2} \frac{dB(\mu, M)^{M \rightarrow e^+ e^- X''}}{dM^2}. \quad (4.3.12)$$

Сумма берется по мезонам $M = \pi, \eta, \rho, \omega, \phi$. Здесь n_M - среднее число мезонов в состоянии X' . Величина μ описывает распределение мезонов вне массовой поверхности. Для псевдоскалярных мезонов сечения пропорциональны $\delta(\mu^2 - m_M^2)$, и выражение сводится к сумме по мезонам на массовой поверхности. Эти мезоны распадаются на состояния $e^+ e X''$, где $X'' \neq \emptyset$ и $X = X' + X''$. Для векторных мезонов следует использовать уравнение (4.3.3), полюсная часть которого хорошо определена.

Фоновая часть сечения $X = NN$ рассчитывается в предположении, что она является результатом подпороговых распадов барионных резонансов $R = \Delta(1232), N(1520), \dots$, образующихся при столкновениях протонов, которые распадаются затем на нуклоны и векторные мезоны $R \rightarrow NV$ [286]. Вклад Далиц-распадов нуклонных резонансов в сечение может быть записан следующим образом

$$\frac{d\sigma(s, M)_B^{e^+e^-X}}{dM^2} \Big|_{X=NN} = \sum_{RV} \int_{(m_N+M)^2}^{(\sqrt{s}-m_N)^2} d\mu^2 \frac{d\sigma(s, \mu)^{pp \rightarrow pR}}{d\mu^2} \frac{dB(\mu, M)^{R \rightarrow Vp \rightarrow e^+e^-p}}{dM^2}. \quad (4.3.13)$$

Здесь μ - масса резонанса R , которая входит в сечение $d\sigma(s, \mu)^{pp \rightarrow pR}$, $dB(\mu, M)^{R \rightarrow Vp \rightarrow e^+e^-p}$ - дифференциальная ширина Далиц распада $R \rightarrow e^+e^-p$ с участием векторного мезона V в промежуточном состоянии.

С увеличением энергии векторные мезоны начинают рождаться на массовой поверхности. В таком случае указанные процессы дают вклад и учитываются в полюсной части инклюзивного сечения $d\sigma(s, M)^{e^+e^-X}$. Формальное распространение на высокие энергии привело бы к двойному счету. Для того чтобы избежать двойного счета, мы должны опустить эксклюзивную часть сечения рождения векторных мезонов в pp столкновениях, которая входит в инклюзивное сечение рождения с участием векторных мезонов:

$$d\sigma(s) = d\sigma(s)^{incl} (1 - w_0) + d\sigma(s)^{subth}. \quad (4.3.14)$$

Фактор $1 - w_0$ исключает компоненту инклюзивного сечения, которая воспроизводится подпороговым механизмом. Эксклюзивное сечение пропорционально сечению рождения барионных резонансов:

$$\sigma(s)^{VX} \Big|_{X=NN} = \sum_R \int_{(m_N+M)^2}^{(\sqrt{s}-m_N)^2} d\mu^2 \frac{d\sigma(s, \mu)^{pp \rightarrow pR}}{d\mu^2} \int dM^2 \frac{dB(\mu, M)^{R \rightarrow Vp}}{dM^2}. \quad (4.3.15)$$

Это сечение неплохо согласуется с экспериментальными данными (см. Рис. 48 и 49).

В уравнении (4.3.12) множественность $1 + n_M$ равна единице всюду, кроме нейтральных пионов. Рождение нейтральных пионов описывается биномиальным распределением. Параметр распределения p находится из уравнения

$$\frac{\sigma(s)^{\pi^0\pi NN}}{\sigma(s)^{\pi^0 pp}} = \frac{pN_\pi}{1-p}. \quad (4.3.16)$$

Экспериментально сечения одно- и двух-пионного рождения известны [294].

Зная величину p , можно найти инклюзивное сечение $\sigma(s)^{\pi^0 X}$.

В работе [72] проводится подробное сравнение найденной нами множественности пионного рождения с существующими экспериментальными данными в энергетическом интервале $T = 1 - 5$ ГэВ. Имеет место согласие на уровне 20%. Результаты для инклюзивного сечения рождения пионов находится в хорошем согласии с предсказаниями транспортной модели UrQMD [227]. Для мезонов $M = \pi, \eta, \rho, \omega, \phi$ оценки сечений $pp \rightarrow MXNN$ с $X = n\pi$ приведены исходя их распределения (4.3.7). Полученные нами оценки сечений неплохо согласуются с экспериментальными данными [294], там, где они отсутствуют, - со струнной моделью фрагментации FRITIOF [295], [296] и работой [297]. В работах [295] и [296] модель FRITIOF, развития первоначально для высоких энергий, экстраполирована на низкие энергии за счет модификации двух-частичного механизма адрон-адронных столкновений. Полученные результаты находятся в согласии с основными данными по нуклон-нуклонным столкновениям.

Следует выделить два элемента в схеме расчета сечений. Переходные форм-факторы нуклонных резонансов в модели являются релятивистскими, феноменологическими, кинематически полными, удовлетворяют правилам

кваркового счета. В следующем разделе показано, что правила кваркового счета обеспечивают единое согласованное описание фото- и электророждения векторных мезонов и распада нуклонных резонансов $R \rightarrow N\rho(\omega)$.

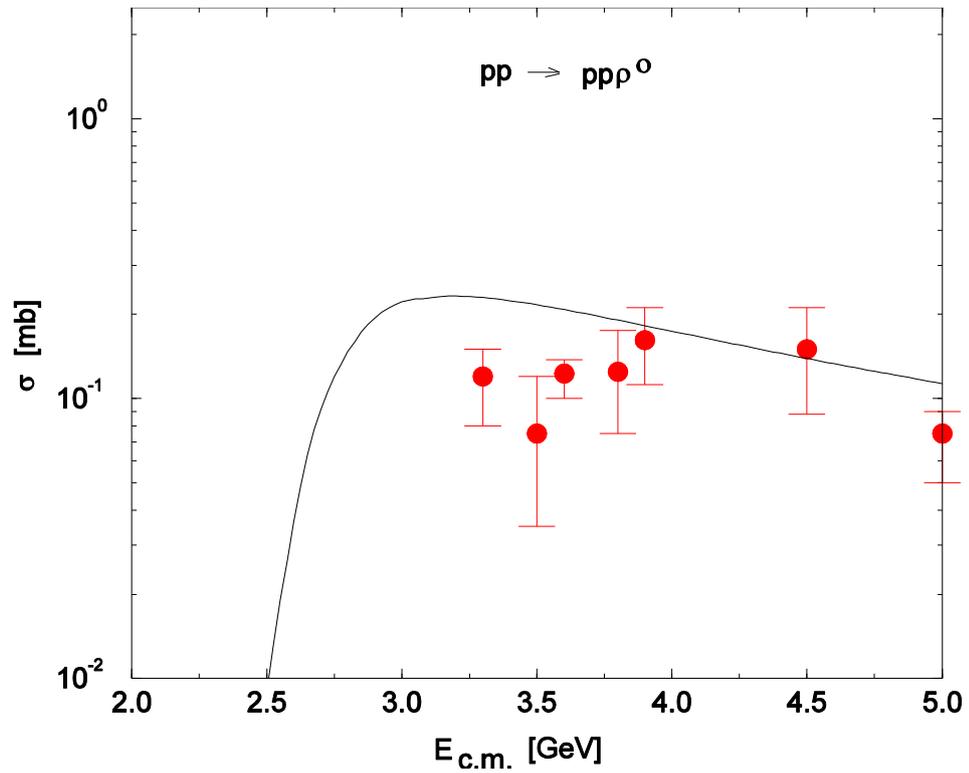


Рисунок 48. Эксклюзивное сечение рождения ρ^0 -мезона в pp -столкновениях, вычисленное с помощью уравнения (4.3.15). Экспериментальные данные из работ [293].

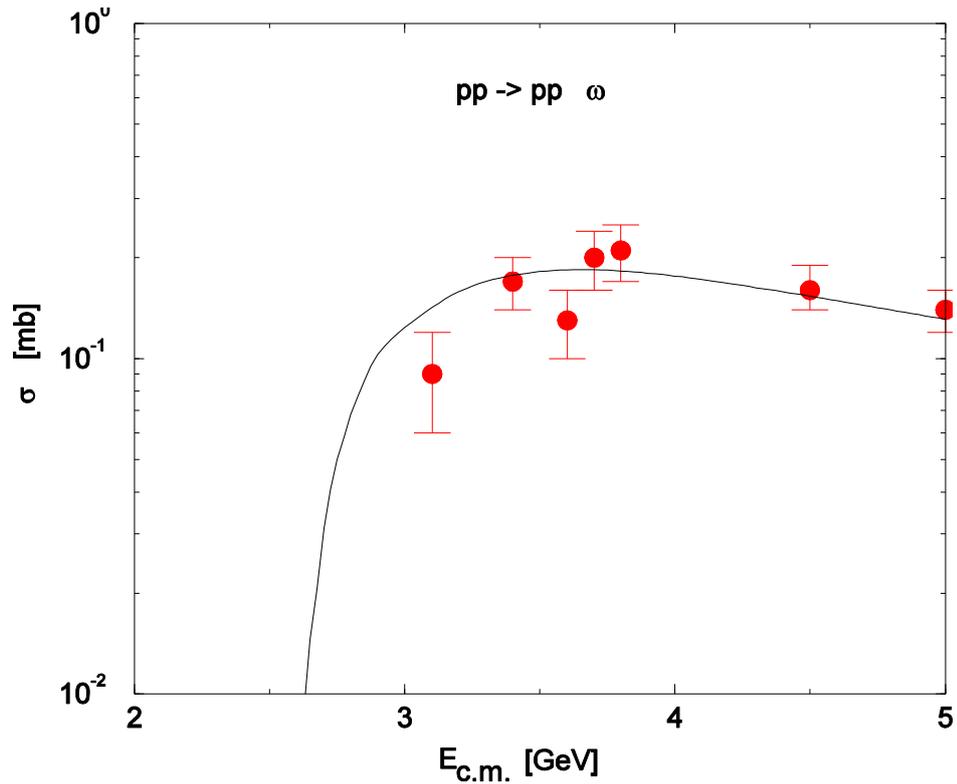


Рисунок 49. Эксклюзивное сечение рождения ω -мезона в pp столкновениях, вычисленное с помощью уравнения (4.3.15). Экспериментальные данные из работ [293].

4.3.2 Переходные форм-факторы, правила кваркового счета и распады нуклонных резонансов

В этом разделе проблема радиационных распадов и распадов нуклонных резонансов с участием векторных мезонов сначала формулируется в нерелятивистском приближении. Этот случай физически содержателен и максимально прост. Далее представлена полностью релятивистская модель.

а) Распады нуклонных резонансов в нерелятивистском приближении

Описание распадов нуклонных резонансов $R \rightarrow N\gamma^*$, $\gamma^* \rightarrow e^+e^-$, как правило, проводится в рамках VMD модели, которая использует форм-факторы монополюсного вида. В качестве полюсов в форм-факторах присутствуют массы ρ - и ω -мезонов. Эта модель должна давать единое описание радиационных $R \rightarrow N\gamma$ и мезонных $R \rightarrow NV$ распадов. Тем не менее, нормировка на радиационные ширины распады $R \rightarrow N\gamma$, как показано ниже, существенно недооценивает мезонные ширины $R \rightarrow NV$.

В случае резонанса $N(1520)$ обе ширины $N(1520) \rightarrow N\rho$ и $N(1520) \rightarrow N\gamma$ известны с относительно высокой точностью: $B(N(1520) \rightarrow N\rho) = 15-25\%$ и $B(N(1520) \rightarrow N\gamma) = 0.46-0.56\%$ (в моде $p\gamma$) и $0.30-0.53\%$ (в моде $n\gamma$). С экспериментальной точностью протонная и нейтронная моды имеют одинаковые вероятности. Это имеет место, если в радиационных распадах доминирует ρ -мезон. К такому же выводу приводит примерное совпадение протонных и нейтронных мод распада для других нуклонных резонансов: $B(N(1440) \rightarrow N\gamma) = 0.035-0.048\%$ (мода $p\gamma$), $0.009-0.032\%$ (мода $n\gamma$), $B(N(1535) \rightarrow N\gamma) = 0.15-0.35\%$ (мода $p\gamma$), $0.004-0.29\%$ (мода $n\gamma$) и т. д. Распад Δ -изобары идет исключительно через ρ -мезон.

Стандартная модель VMD, используемая в работе [286], приводит к противоречию: если использовать константу связи $f_{N(1520)N\rho} = 7.0$, извлеченную из распада $N(1520) \rightarrow N\rho$, вероятность радиационного распада оказывается в два-три раза больше экспериментального значения. Систематическое завышение наблюдается и для других N^* - и Δ - резонансов, для которых существуют экспериментальные данные. Сравнение констант связи, извлеченных из ширин распадов $N\rho$ и $N\gamma$, приводится в Таблице 8.

Стандартная VMD модель предсказывает $\sim 1/t$ асимптотику для переходных форм-факторов. Правила кваркового счета, однако, требуют более сильного подавления при высоких значениях t . Как известно из феноменологии, в

Таблица 8. Константы связи $f_{RN\rho}$, извлеченные из мезонных распадов $R \rightarrow N\rho$, в сравнении с константами связи $f_{RN\gamma}$, извлеченными из радиационных распадов $R \rightarrow N\gamma$. Численные значения $f_{RN\rho}$ взяты из работы [287], за исключением $\Delta(1232)$, где приведено теоретическое значение [288], и резонансов $N(1440)$ и $N(1535)$, для которых приведены наши оценки.

R	N_{1440}	N_{1520}	N_{1535}	N_{1650}	N_{1680}	N_{1720}	Δ_{1232}	Δ_{1620}	Δ_{1700}	Δ_{1905}
J^P	$\frac{1^+}{2}$	$\frac{3^-}{2}$	$\frac{1^-}{2}$	$\frac{1^-}{2}$	$\frac{5^+}{2}$	$\frac{3^+}{2}$	$\frac{3^+}{2}$	$\frac{1^-}{2}$	$\frac{3^-}{2}$	$\frac{5^+}{2}$
$f_{RN\rho}$	<26	7.0	<2.0	0.9	6.3	7.8	15.3	2.5	5.0	12.2
$f_{RN\rho}^{\gamma}$	1.3	3.8	1.8	<0.8	3.9	2.2	10.8	0.7	2.7	2.1

нуклонных форм-факторах, пионном форм-факторе и в $\omega\rho\gamma$ и $\rho\pi\gamma$ переходных форм-факторах, правила кваркового счета начинают работать при умеренных значениях $t \sim 1 \text{ GeV}^2$. Можно предположить, что обобщение стандартной VMD модели с правильной асимптотикой $RN\gamma$ переходных форм-факторов обеспечит более точное описание радиационных распадов нуклонных резонансов.

Мы предлагаем следующее решение проблемы. Предположим, что радиальные возбуждения ρ -мезона, $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$, участвуют в радиационных процессах. Нам не известны ни константы связи $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ с резонансами ($f_{RN\rho'}$, $f_{RN\rho''}$), ни константы связи $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ с фотоном ($g_{\rho'}$, $g_{\rho''}$). Таким образом, амплитуда является суммой вида

$$\begin{aligned}
M(M^2) = \sum_{i=1}^3 M_i &= \frac{f_{RN\rho} m_\rho^2}{m_\rho g_\rho} \frac{1}{\tilde{m}_\rho^2 - M^2} + \frac{f_{RN\rho'} m_{\rho'}^2}{m_{\rho'} g_{\rho'}} \frac{1}{\tilde{m}_{\rho'}^2 - M^2} \\
&+ \frac{f_{RN\rho''} m_{\rho''}^2}{m_{\rho''} g_{\rho''}} \frac{1}{\tilde{m}_{\rho''}^2 - M^2},
\end{aligned} \tag{4.3.17}$$

где $\tilde{m}_k^2 = m_k^2 - iM\Gamma_k$ для $i = \rho, \rho', \rho''$. Здесь ρ' и ρ'' обозначают ρ (1450) и ρ

(1700)-мезоны. Коэффициенты $\frac{f_{RN\rho'} m_{\rho'}^2}{m_{\rho'} g_{\rho'}}$ и $\frac{f_{RN\rho''} m_{\rho''}^2}{m_{\rho''} g_{\rho''}}$ неизвестны. Согласно

правилам кваркового счета [233], [234] для больших отрицательных M^2 форм-факторы $RN\gamma^*$ амплитуды падают как $1/M^6$. На феноменологическом уровне

мы можем приписать данное поведение сокращению вкладов ρ, ρ', ρ'' -

мезонов. Константы $\frac{f_{RN\rho'} m_{\rho'}^2}{m_{\rho'} g_{\rho'}}$ и $\frac{f_{RN\rho''} m_{\rho''}^2}{m_{\rho''} g_{\rho''}}$ в таком случае фиксированы, и мы

находим

$$M(M^2) = \frac{f_{RN\rho} m_\rho^2}{m_\rho g_\rho} \frac{1}{\tilde{m}_\rho^2 - M^2} \left(\frac{\tilde{m}_{\rho'}^2 - \tilde{m}_\rho^2}{\tilde{m}_{\rho'}^2 - M^2} \right) \left(\frac{\tilde{m}_{\rho''}^2 - \tilde{m}_\rho^2}{\tilde{m}_{\rho''}^2 - M^2} \right). \tag{4.3.18}$$

Последние два множителя в правой части дают искомую модификацию ρ -мезонного вклада в дилептонные распады в сравнении с наивной моделью VMD:

$$d\Gamma^{(R \rightarrow Ne^+e^-)}(\mu, M) = d\Gamma^{(R \rightarrow Ne^+e^-)}(\mu, M)^{(naive\ VMD)} F_\rho(M^2). \tag{4.3.19}$$

Поправочный фактор равен

$$F_\rho(M^2) = \left[\left(\frac{\tilde{m}_{\rho'}^2 - \tilde{m}_\rho^2}{\tilde{m}_{\rho'}^2 - M^2} \right) \left(\frac{\tilde{m}_{\rho''}^2 - \tilde{m}_\rho^2}{\tilde{m}_{\rho''}^2 - M^2} \right) \right]^2. \tag{4.3.20}$$

Такая же поправка возникает в радиационных распадах $R \rightarrow N\gamma$. Амплитуда $R \rightarrow N\gamma$ уменьшается на величину $F_\rho(M^2 = 0) = 0.56$. Как видно из Таблицы 8, уменьшение константы связи с фотоном на $1/2$ - именно то, что требуется для совместного описания ρ -мезонного и радиационного распадов $N(1520)$. В ос-

тальных случаях коэффициент $F_\rho(M^2 = 0)$ также улучшает согласие. В случае из $N(1905)$ резонанса со спин-четностью $5/2^+$, большую разницу между $f_{RN\rho}$ и $f_{RN\gamma}$ можно отнести к дополнительному подавлению амплитуды, связанному с правилами кваркового счета, которые требуют $1/M^8$ поведения вершины $RN\gamma^*$ в переходе $5/2^+ \rightarrow 1/2^+$.

Модель с радиальными состояниями векторных мезонов, удовлетворяющую правилам кваркового счета, мы называем обобщенной моделью векторной доминантности (eVMD).

VMD модель Крола и др. [291] использует две независимых константы связи для фотонов и векторных мезонов. Она также может быть использована для решения проблемы фотонных и ρ -мезонных ширин [292]. В сравнении с eVMD модель [291] имеет на один параметр больше и обеспечивает асимптотику $M(M^2) = O(1)$, которая противоречит правилам кваркового счета.

б) Распады нуклонных резонансов в релятивистском формализме

В релятивистском формализме распады $R \rightarrow NV$ рассматриваются в нашей работе [70] и Главе 4.2.2. Здесь дано краткое изложение результатов, использованных в численных расчетах. Для нуклонных резонансов со спином $J > 1/2$ с произвольной четностью существуют три независимых форм-фактора. Для резонансов со спином $1/2$, число независимых формфакторов равно двум.

С помощью электрического (E), магнитного (M) и кулоновского (C) форм-факторов ширина распада резонанса со спином $J = l + 1/2 > 1/2$ записывается в виде (ср. 4.2.16)

$$\Gamma(N_{(\pm)}^* \rightarrow N\gamma^*) = \frac{9\alpha}{16} \frac{(l!)^2}{2^l (2l+1)!} \frac{m_\pm^2 (m_\mp^2 - M^2)^{l+1/2} (m_\pm^2 - M^2)^{l-1/2}}{m_*^{2l+1} m^2} \times \left(\frac{l+1}{l} |G_{M/E}^{(\pm)}|^2 + (l+1)(l+2) |G_{E/M}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{m_*^2} |G_C^{(\pm)}|^2 \right), \quad (4.3.21)$$

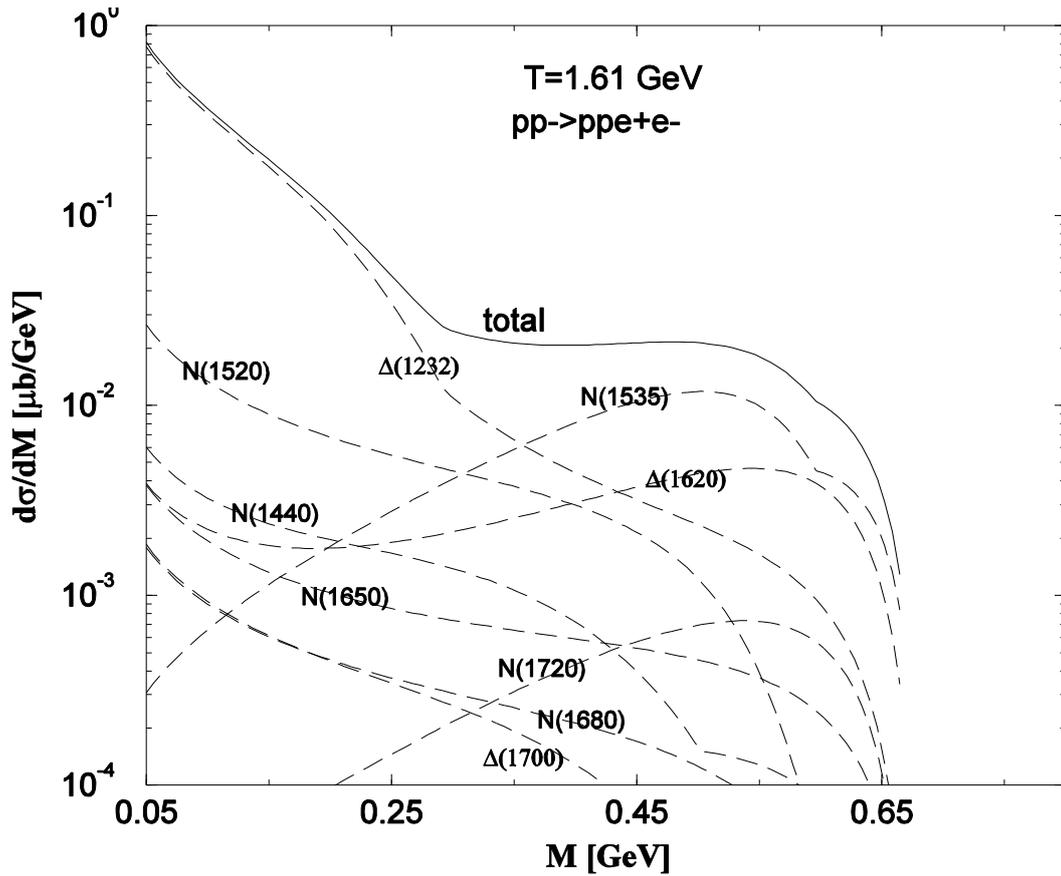


Рисунок 50. Сечение рождения дилептонов в реакции $pp \rightarrow e^+ e^- pp$ в двухступенчатой схеме $pp \rightarrow Rp, R \rightarrow e^+ e^- p$ при кинетической энергии $T = 1.61$ ГэВ. Показаны вклады 10-и нуклонных резонансов, перечисленных в Таблице 8.

где m_* обозначает массу нуклонного резонанса, m - масса нуклона, $m_{\pm} = m_* \pm m$. Знаки \pm относятся к резонансам с натуральной четностью ($1/2^-, 3/2^+, 5/2^-, \dots$) и ненатуральной четностью ($1/2^+, 3/2^-, 5/2^+, \dots$). $G_{M/E}^{\pm}$ означает G_M^+ или G_E^- . Для $l=0$ ($J=1/2$), имеет место соотношение (ср. 4.2.18)

$$\Gamma(N_{(\pm)}^* \rightarrow N\gamma^*) = \frac{\alpha}{8m_*} (m_{\pm}^2 - M^2)^{3/2} (m_{\mp}^2 - M^2)^{1/2} \times \left(2|G_{E/M}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{m_*^2} |G_C^{(\pm)}|^2 \right). \quad (4.3.22)$$

Если ширина $\Gamma(N^* \rightarrow N\gamma^*)$ известна, факторизационное правило (4.2.FR) позволяет найти дилептонную ширину.

В релятивистском случае эффект не описывается единым фактором подавления типа (4.3.20), потому что разные форм-факторы имеют разную асимптотику. Деструктивная интерференция радиальных возбуждений ρ -мезонов приводит, как в нерелятивистском случае, к подавлению радиационных ширин распада нуклонных резонансов.

$\Delta(1232)$ -изобара рассматривается на тех же основаниях, что другие резонансы. В модель включаются 10 резонансов, перечисленных в Таблице 8. Численные результаты показывают, что доминируют вклады $N(1520)$ и $\Delta(1232)$, вклады $N(1535)$ и $\Delta(1620)$ также важны. На рисунке 50 показаны вклады 10 резонансов при энергии $T = 1.61$ ГэВ. При умеренных массах дилептонной пары $M \leq 0.35$ ГэВ доминирует $\Delta(1232)$. При увеличении энергии $M \geq 0.35$ GeV становятся важными вклады более тяжелых резонансов.

4.3.3 Численные результаты

Результаты для дилептонных спектров показаны на Рис. 51. Мы показываем подпороговые и инклюзивные сечения. Для сравнения с экспериментальными данными учитывается эффективность DLS детектора в зависимости от инвариантной массы M , поперечного импульса p_T и продольной быстроты y дилептонных пар. Для каждого процесса распределение по p_T и y определяется доступным фазовым объемом, взвешенным с функцией фильтра, предоставленной коллаборацией DLS. Детали процедуры описаны в Приложении В

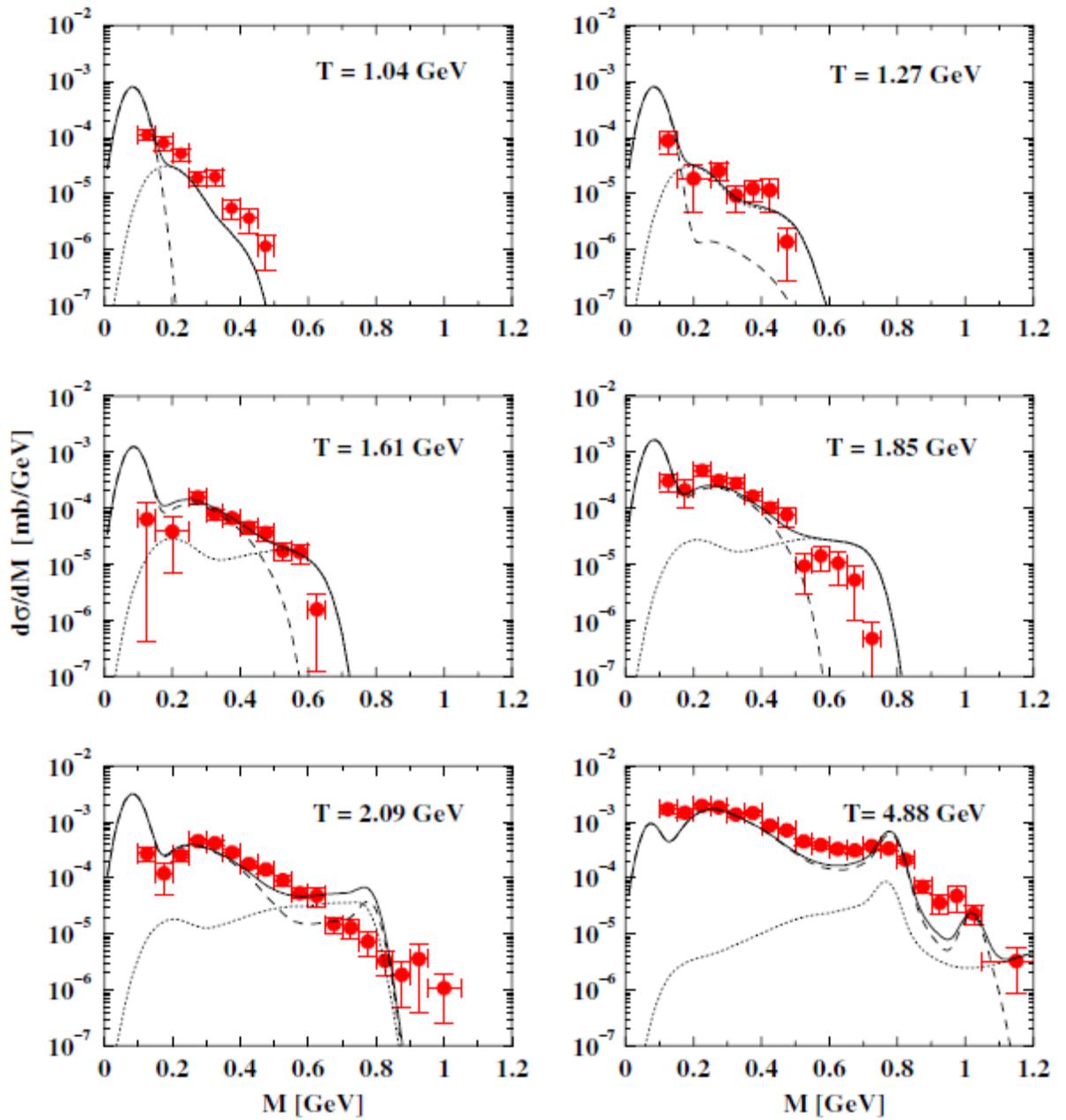


Рисунок 51. Дифференциальные дилептонные сечения как функция инвариантной массы дилептонов. Сплошные линии - полные сечения, штрихованные линии - инклюзивное рождение, пунктирная линия соответствуют подпороговому рождению. Экспериментальные данные из работы [226].

работы [72]. Наконец, учитывается конечное разрешение детектора по массе дилептонов, приводящее к размытию спектра.

При самой низкой начальной энергии $T = 1.04$ ГэВ в сечении доминируют Далиц распады π^0 при $M < 100$ МэВ и Далиц распады нуклонных резонансов, в основном $\Delta(1232)$ -изобары, при $M = 100 - 500$ МэВ. В сравнении с нашими расчетами имеет место избыток зарегистрированных e^+e^- пар в области $M > 300$ МэВ. Расчет [286] приводит к более высоким значениям сечения в этой области, что объясняется нормировкой на ширину распада $R \rightarrow N\rho$ в рамках наивной VMD, которая переоценивает вероятность радиационных распадов, как описано в Главе 4.3.2.

При более высоких энергиях сечение в целом хорошо согласуется с данными DLS. Вклад Далиц распада η -мезона доминирует при $M = 0.2 - 0.4$ ГэВ, в то время как Далиц распады барионных резонансов доминируют при $M > 400$ МэВ.

Для кинетической энергии протона $T = 2.09$ ГэВ инклюзивное и подпороговое рождение ρ - и ω -мезонов становится важными при $M \approx 800$ МэВ. ω -мезонный пик в инклюзивном сечении достаточно выражен, в то время как подпороговое сечение рождения ω -мезонов велико и не имеет особенностей. Полное сечение в результате заметно превышает экспериментальные данные при $M \approx 0.7 - 0.8$ ГэВ.

Результаты работ [227], [286] достаточно хорошо согласуются с экспериментом в районе массы ω -мезона. В этих работах вклад ω -мезонов от распадов нуклонных резонансов не учтен. Это является причиной различия между нашими результатами и результатами работ [227], [286]. В наших расчетах вклад ω -мезона велик. Он может быть уменьшен лишь за счет неоправданного уменьшения ширин распада нуклонных резонансов в векторные мезоны, рассчитанных в кварковой модели [289]. Кварковые модели воспроизводят,

однако, распады нуклонных резонансов по ρ - и ω -мезонным каналам достаточно хорошо и, кроме этого, находятся в хорошем согласии с парциально-волновым анализом πN рассеяния [290].

Наконец, при $T = 4.88$ ГэВ вклад инклюзивного рождения η^- , ρ^- , и ω -мезонов становится доминирующим при $M = 300 - 800$ МэВ. Существует недооценка выхода дилептонов в области $M = 400 - 700$ МэВ. Аналогичная недооценка имеет место в работе [227] при $T = 2.09$ ГэВ и $T = 4.88$ ГэВ. Как было отмечено в работе [286], существующий недостаток событий может быть связан с рождением дилептонов через барионные резонансы под порогом. Тем не менее, нам не удалось улучшить согласие с данными, используя последовательное описание фоторождения и парциальных ширин мезонов с корректной формулой Брейта-Вигнера (см. в Приложение А работы [61]), а также устранив двойной счет. Каждый из перечисленных трех аспектов приводит к уменьшению выхода дилептонов. Таким образом, нельзя исключать, что так называемый DLS парадокс не является особенностью столкновений тяжелых ионов и может быть прослежен на элементарном уровне. Новые экспериментальные измерения, особенно при 1.04, 2.09 и 4.88 ГэВ помогут прояснить этот момент.

Сравнение с экспериментальными данными существенно зависит от эффективности регистрации DLS детектора. В Приложении В работы [72] описано применение соответствующей программы фильтра дилептонного спектра для расчета экспериментально измеренного сечения. На Рис. 52 показана эффективность регистрации детектора после усреднения по распределению Гаусса со стандартным отклонением 25 МэВ как функция массы дилептонов для распадов $\pi \rightarrow \gamma e^+ e^-$, $\eta \rightarrow \gamma e^+ e^-$ и $\rho^0(\omega) \rightarrow e^+ e^-$ при энергиях протонов 2.09 ГэВ и 4.88 ГэВ, где эффекты множественного рождения пионов являются наиболее важными. Видно, что эффективность регистрации уменьшается с

ростом энергии для фиксированного числа пионов в конечном состоянии. С другой стороны, когда число пионов увеличивается, эффективность также возрастает. Это можно интерпретировать так, что большее число пионов уменьшает свободный фазовый объем для мезонов, распадающихся на дилептонные пары, и распады таких мезонов регистрируются с большей вероятностью.

Эффект фильтра особенно заметен для распада $\pi \rightarrow \gamma e^+ e^-$ при 4.88 ГэВ. В то время как средняя множественность пионов равна примерно двум, эффективность регистрации крайне мала ниже $n = 6$. Из-за статистики эффективность регистрации не очень надежна, когда она много меньше единицы. В нашем случае это имеет место при $n \leq 6$. Статистическое распределение согласно биномиальному распределению дает здесь, как мы ожидаем, разумные величины, тем не менее расчет сечения, связанного с дополнительным рождением $n \leq 6$ пионов, оказывается не особенно надежным. С другой стороны, фильтр хорошо определен при $n > 6$, но биномиальное распределение здесь дает экспоненциально малые вероятности. Самая высокая часть пионного спектра по множественности, соответственно, также не может быть вычислена надежно. Следовательно, разница между нашими результатами для пионного вклада и результатами работ [227] и [285] примерно на фактор 3, и результатами [286] примерно на фактор 6, может рассматриваться как консервативная оценка неопределенностей, связанных с теоретическими расчетами распределения пионов по множественности с учетом экспериментального фильтра в области малых инвариантных масс.

При более низких энергиях, эти неопределенности практически исчезают. На Рис. 52 мы показываем ширину распада $\pi \rightarrow \gamma e^+ e^-$ при $T = 2.09$ ГэВ. Видно, что для $n = 0$ эффективность регистрации уже не мала. Для более тяжелых мезонов расчет является более надежным, что опять же связано с балансом энергии и, соответственно, более высокой эффективностью обнаружения дилептонов.

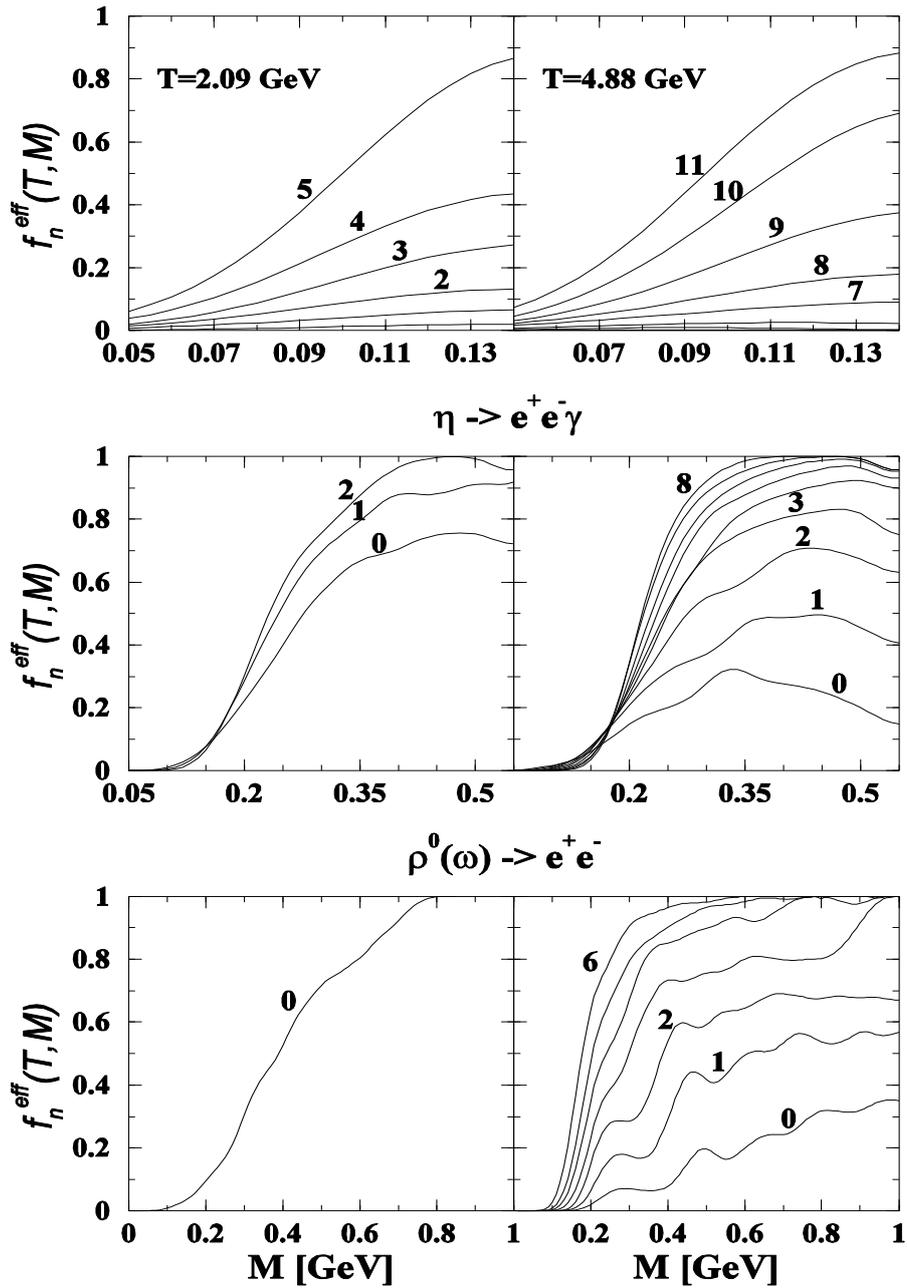


Рисунок 52. Эффективность регистрации DLS детектора в сравнении с инвариантной массой дилептонов для разного числа пионов n , рожденных совместно с π^0 , η - и $\rho^0(\omega)$ -мезонами, при энергиях $T = 2.09$ and 4.88 ГэВ. Числа над кривыми показывают число пионов.

Для применения фильтра мы предполагали изотропное распределения частиц в конечных состояниях в системе центра масс. Это оправдано при малых энергиях. При увеличении энергии распределение приобретает склонность концентрироваться вокруг направления пучка. Это является дополнительным источником неопределенностей в расчетах фильтра, который может быть важен при энергии 4.88 ГэВ для учета пионных Далиц распадов.

Из-за многочастичного фазового объема, входящего в сечение, распределение Брейта-Вигнера по массе дилептонов получает сдвиг пика в сторону малых значений масс. Чем больше пионов в конечном состоянии, тем более важным является эффект. Мы обнаружили, что редкие процессы с вероятностями $w_n < 0.03$, соответствующими большому числу пионов, рожденных вместе с векторным мезоном, которые в принципе должны давать небольшой вклад в полное сечение, становятся важными в области масс $M < 200-300$ МэВ. Спектральные функции векторных мезонов, однако, плохо известны вдали от полюсов. В расчетах мы применяем 3% критерий обрезания многопионных процессов: значения w_n полагались равными нулю всякий раз, когда $w_n < 0.03$. Это правило применялось при 4.88 ГэВ. При меньших энергиях пионы вместе с векторными мезонами не рождаются.

4.3.4 Заключение

В этом разделе рассмотрено рождение дилептонов в протон-протонных столкновениях при энергиях 1-5 ГэВ. Подпороговое рождение векторных мезонов и их вклад в сечение описан в рамках обобщенной модели векторной доминантности eVMD. Эта модель позволяет, не вводя новых параметров, единым образом описать ширины распадов нуклонных резонансов с векторными мезонами и фотонами в конечном состоянии и данные по электророждению нуклонных резонансов. Мы использовали константы связи, которые определялись ранее [70] фитированием распадов $N^* \rightarrow N\rho(\omega)$, а

также данных по фото- и электророждению резонансов. Дилептонные моды описаны релятивистским, кинематически полным образом. В контексте дилептонного рождения обсуждалась проблема двойного счета и было предложено ее возможное решение.

Дилептонные спектры в протон-протонных столкновениях хорошо описываются при энергиях $T = 1.27 - 1.85$ ГэВ. При энергии $T = 1.04$ ГэВ существует некоторое превышение расчетного выхода дилептонов над экспериментом. При энергии $T = 2.09$ ГэВ имеется недооценка в окрестности ω -мезонного пика. При энергии $T = 4.88$ ГэВ имеется недооценка выхода дилептонов в области ниже ρ -мезонного пика ($M \approx 400 \div 700$ МэВ). Сравнение с данными коллаборации HADES позволило бы прояснить природу отклонений.

4.4 Рождение ω -мезона в нуклон-нуклонных столкновениях вблизи порога

В этом разделе рассмотрено рождение ω -мезона в нуклон-нуклонных столкновениях вблизи порога в резонансной модели $pp \rightarrow pR$, $R \rightarrow p\omega$. Доминирующий вклад в сечение $pp \rightarrow pp\omega$ около порога возникает от рождения ω -мезонов с массой ниже физической массы ω -мезона. Важную роль играет резонанс $N^*(1535)$. Из-за сильной связи с каналом $N\omega$ этот резонанс дает вклад в сечение за счет рождения ω -мезона вне массовой поверхности, на порядок превышающий экспериментально измеренное сечение вблизи ω -мезонного пика. После вычитания «теоретического фона», обусловленного подпороговым рождением ω -мезона, экспериментальные данные прекрасно воспроизводятся в широком интервале энергий от 5 МэВ до нескольких ГэВ выше порога. Рассмотрен сценарий слабой связи

$N^*(1535) \rightarrow N\omega$, который может быть также согласован с данными по электро- и фоторождению. В последнем случае вклад ω -мезона в сечение $pp \rightarrow pp\omega$ вне массовой поверхности заметно меньше, однако описание экспериментальных данных выше порога заметно хуже.

4.4.1 Введение

В моделях однобозонного обмена (ОБЕ) считается, что на малых расстояниях в нуклон-нуклонных взаимодействиях преобладает обмен изоскалярным векторным мезоном. Этот обмен приводит к отталкиванию и дает, как показано Я. Б. Зельдовичем [298], доминирующий вклад в давление ядерной материи при высокой плотности и приводит, кроме того, к максимально жесткому уравнению состояния. Исследование неупругих нуклон-нуклонных столкновений ведет к лучшему пониманию ядерных сил и свойств ядерной материи. В ядерной среде ожидается изменение кварковых конденсатов [33], что могло бы проявляться в изменении масс векторных мезонов [45], [299]. Изучение модификации свойств векторных мезонов является основным вопросом дилептонной спектроскопии в физике тяжелых ионов [224], [225], [300].

В непосредственной близости от порога экспериментально было изучено только рождение ω -мезонов, что связано с их малой шириной. Малая ширина ω -мезонов позволяет идентифицировать узкий пик близко к порогу.

Данные по рождению ω в протон-протонных столкновениях при энергиях вблизи порога недавно были получены в работах [301], [302]. Избыток энергии определяется как $\varepsilon = \sqrt{s} - (2m_p + m_\omega)$, где \sqrt{s} - энергия в системе центра масс протонов, m_p - масса протона, и $m_\omega = 782$ МэВ - физическая масса ω -мезона в полюсе. В эксперименте SATURNE [301] измерения проводились очень близко к порогу ($\varepsilon = 4 \div 30$ МэВ), тогда как коллаборация

COSY-TOF [302] измерила рождение при $\varepsilon = 72$ и 173 МэВ. Оба эксперимента служили также проверке правила Окубо-Цвейга-Изуки (OZI). В отличие ω -мезона, ϕ -мезон связан со странными кварками в нуклоне. Связь ϕ -мезона с нестранными кварками подавлена по правилу OZI, которое запрещает несвязные кварковые линии в диаграммах. Небольшое нарушение правила ведет к отношению сечений рождения ϕ и ω в pp столкновениях порядка $\sim 4 \cdot 10^{-3}$ при сравнимом избытке энергии над порогом [303], в то время как экспериментально это отношение оказалось на порядок больше.

В литературе представлено лишь несколько расчетов рождения ω -мезонов в нуклон-нуклонных столкновениях. В работе [304] рождение ω -мезонов на массовой поверхности происходит через связь с нуклонными и обменными токами, при этом учитывается взаимодействие NN в конечном состоянии (FSI). ω -мезоны рассматривались как элементарные частицы и, следовательно, эффекты вне массовой поверхности отбрасывались с самого начала. С помощью подгонки форм-факторов в этом формализме удастся получить хорошее описание экспериментальных данных вблизи порога.

В настоящем подходе рождение векторных мезонов описывается в рамках двухступенчатого механизма через возбуждения нуклонных резонансов. Эта картина мотивирована наличием нуклонных резонансов, имеющих большие

ширины в каналах $N\rho$, такие как $N^*(1520)\frac{3^-}{2}$, $N^*(1535)\frac{1^-}{2}$ и $N^*(1720)\frac{3^+}{2}$.

Связь резонансов с ω -мезонами определяется через парциальный анализ [290] или на основе предсказаний кварковых моделей [289]. Сильная $N\omega$ связь с нуклонными резонансами была получена в рамках эффективной теории [305]. В эффективной теории связь векторных мезонов с нуклонными резонансами является основным источником модификации свойств векторных мезонов в плотной ядерной среде.

Резонансная модель обеспечивает описание широкого круга явлений: электро- и фоторождения мезонов на нуклонах, мезонных распадов нуклонных резонансов, рождения векторных мезонов в NN столкновениях. Мезонные моды распада нуклонных резонансов фиксируются в реакциях электро- и фоторождения и исходя из анализа данных многоканального $NN \rightarrow NN\pi$ рассеяния. Таким образом, никаких новых параметров в описании рождения векторных мезонов не возникает. Резонансная модель описывается в разделе 4.4.2. Оказывается, что рядом с порогом поведение сечения $pp \rightarrow pp\omega$ зависит в решающей степени от свойств резонанса $N^*(1535)$. Работа [70], на которой основаны настоящие расчеты, предсказывает сильную связь $N^*(1535)N\omega$, которая ведет к большому вкладу вне массовой поверхности ω в сечении $pp \rightarrow pp\omega$ вблизи порога. Для того чтобы проанализировать роль $N^*(1535)$, мы рассмотрим также случай максимально слабой связи $N^*(1535)N\omega$, которая все еще совместима с существующими данными по электро- и фоторождению и данными по мезонным распадам $N^*(1535)$.

4.4.2 Резонансная модель

Рождение векторных мезонов описывается с помощью двухступенчатого механизма через возбуждение нуклонных резонансов: $NN \rightarrow NR$, $R \rightarrow NV$, где $V = \rho, \omega$. Нуклонные сечения $NN \rightarrow NR$ определены ранее из описания данных о пионном, двойном пионном, η - $\square\square$ и ρ -мезонном рождении [306]. Реакции $NN \rightarrow NNP, NNV$ и $NNPP$ ($P = \pi, \eta, \dots$) описываются двухступенчатым процессом $NN \rightarrow NR$ с последующим распадом резонансов R . Взаимодействие в конечном состоянии (FSI) нуклонов является важным вблизи порога. Вдали от порога FSI перенормирует матричные элементы.

Резонансная модель эффективно учитывает FSI между одним из нуклонов и рожденным векторным мезоном. В данном случае FSI носит резонансный характер и соответствует одному из нуклонных резонансов R , в согласии с теорией рассеяния [307].

В Главе 4.3 модель векторной доминантности (VMD) использовалась для определения $RN\omega$ констант связи из радиационных и сильных распадов нуклонных резонансов. Учет только осовных состояний векторных мезонов, как было показано, ведет к систематической недооценке радиационных ширин $R \rightarrow N\gamma$, если нормироваться на ширины $R \rightarrow N\rho$ распадов (см. раздел 4.3.2). Включение высших радиальных состояний позволяет, с одной стороны, согласовать эти данные и, с другой стороны, выполнить правила кваркового счета [233]. Эту модель мы называем расширенной моделью векторной доминантности (eVMD). Она применялась ранее, например, для описания нуклонных форм-факторов [247] (не учитывая правила кваркового счета). Для описания переходных форм-факторов нуклонных резонансов $R \rightarrow N\gamma^*$ эта модель использовалась в работе [70]. В Главе 4.2 eVMD модель успешно применялась для описания рождения дилептонных пар в распадах легких мезонов, в Главе 4.3 эта модель применялась для описания рождения дилептонов в протон-протонных столкновениях.

Сечение $pp \rightarrow pp\omega$ в резонансной модели имеет вид

$$\frac{d\sigma(s, M)^{pp \rightarrow pp\omega}}{dM^2} = \sum_R \int_{(m_p+M)^2}^{(\sqrt{s}-m_p)^2} d\mu^2 \frac{d\sigma(s, \mu)^{pp \rightarrow pR}}{d\mu^2} \frac{dB(\mu, M)^{R \rightarrow p\omega}}{dM^2}. \quad (4.4.1)$$

Сечение рождения резонанса имеет вид

$$d\sigma(s, \mu)^{pp \rightarrow pR} = \frac{|M_R|^2}{16p_i \sqrt{s} \pi^2} \Phi_2(\sqrt{s}, \mu, m_p) dW_R(\mu), \quad (4.4.2)$$

где $\Phi_2(\sqrt{s}, \mu, m_p) = \pi p^*(\sqrt{s}, \mu, m_p) / \sqrt{s}$ - релятивистский двухчастичный фазовый объем, $p^*(\sqrt{s}, \mu, m_p)$ - импульс в системе центра p_i - начальный импульс с системе центра, μ и m_R - текущая масса и, соответственно, масса резонанса в полюсе. m_p - масса протона. Распределение $dW_R(\mu)$ по массе резонанса дается формулой Брейта-Вигнера:

$$dW_R(\mu) = \frac{1}{\pi} \frac{\mu \Gamma_R(\mu) d\mu^2}{(\mu^2 - m_R^2)^2 + (\mu \Gamma_R(\mu))^2}. \quad (4.4.3)$$

Суммирование в уравнении (4.4.1) ведется по нуклонным резонансам, перечисленным в Таблице 9. Список содержит все надежно установленные резонансы (****), приведенные PDG [309]. Парциальная ширина распада резонанса в конечное состояние, содержащее ω -мезон, дается выражением

$$dB(\mu, M)^{R \rightarrow p\omega} = \frac{\Gamma_{N\omega}^R(\mu, M)}{\Gamma_R(\mu)} dW_\omega(M). \quad (4.4.4)$$

Распределение по массе ω -мезона, $dW_\omega(M)$, также описывается формулой Брейта-Вигнера (4.4.3), где следует провести замену $R \rightarrow \omega$ и $\mu \rightarrow M$. Зависимость ширины $\Gamma_\omega(M)$ от массы вычисляется в соответствии с двухступенчатым процессом $\omega \rightarrow \rho\pi \rightarrow 3\pi$, рассмотренным впервые Гелл-Манном, Шарпом и Вагнером [252]. Как показано в работе [73], с высокой точностью результат можно параметризовать в виде

$$\Gamma_\omega(M) = \Gamma_\omega(m_\omega) \left(\frac{p^*(M, m_\pi, 2m_\pi)}{p^*(m_\omega, m_\pi, 2m_\pi)} \right)^a, \quad (4.4.5)$$

где $a = 8$ при $M < m_\omega$ и $a = 10$ при $M > m_\omega$.

Нуклонные резонансы со спином $J > 1/2$ и произвольной четностью имеют три независимые амплитуды перехода, резонансы со спином $1/2$ имеют две амплитуды. С помощью магнитной, электрической и кулоновской констант

связи $g_M^{(\pm)}$, $g_E^{(\pm)}$, и $g_C^{(\pm)}$ дифференциальная ширина распада резонанса со спином $J = l + 1/2$ в состояние ωN с массой ω -мезона M имеет вид [70]

$$d\Gamma_{N\omega}^R(\mu, M) = \frac{9}{64\pi} \frac{(l!)^2}{2^l (2l+1)!} \frac{m_{\pm}^2 (m_{\mp}^2 - M^2)^{l+1/2} (m_{\pm}^2 - M^2)^{l-1/2}}{\mu^{2l+1} m^2} \times \left(\frac{l+1}{l} |g_{ME}^{(\pm)}|^2 + (l+1)(l+2) |g_{EM}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{\mu^2} |g_C^{(\pm)}|^2 \right) dW_{\omega}(M), \quad (4.4.6)$$

где $m_{\pm} = \mu \pm m_p$. Знаки \pm соответствуют натуральной четности ($1/2^-, 3/2^+, 5/2^-, \dots$) и ненатуральной четности ($1/2^+, 3/2^-, 5/2^+, \dots$). g_{ME}^{\pm} означает g_M^+ или g_E^- . Это уравнение справедливо при $l > 0$ для резонансов с высшими спинами. При $l = 0$ ($J = 1/2$) справедливо выражение [70]

$$d\Gamma_{N\omega}^R(\mu, M) = \frac{1}{32\pi\mu} (m_{\pm}^2 - M^2)^{3/2} (m_{\mp}^2 - M^2)^{1/2} \times \left(2 |g_{EM}^{(\pm)}|^2 + \frac{M^2}{\mu^2} |g_C^{(\pm)}|^2 \right) dW_{\omega}(M). \quad (4.4.7)$$

В связи с подпороговым характером рождения ω -мезона M -зависимость констант $g_M^{(\pm)}$, $g_E^{(\pm)}$, и $g_C^{(\pm)}$ может быть существенной. В ω -мезонном полюсе эти константы связи пропорциональны вычетам магнитного, электрического и кулоновского форм-факторов. Соответствующие значения в можно найти в Таблице 9. Будем считать, что константы, входящие в определение ковариантных форм-факторов, не зависят от массы. В таком случае M -зависимость констант мультипольного разложения возникает только из M -зависимости матрицы преобразования к ковариантному базису

$$g_T^{(\pm)}(M^2) = \sum_{kT'} M_{Tk}(M^2) M_{kT'}^{-1}(m_{\omega}^2) g_{T'}^{(\pm)}(m_{\omega}^2), \quad (4.4.8)$$

где $T, T' = M, E, C$. Матрицы $M_{kT}(M^2)$ приведены в работе [70].

Согласно [70] резонанс $N^*(1535)$ является единственным резонансом с большой шириной распада по каналу $N\omega$ среди резонансов с массой ниже $N\omega$ порога. Поскольку оказывается, что рождение ω чувствительно к этому резонансу, в частности в окрестности порога, мы рассмотрим альтернативный сценарий с максимально слабой связью $N^*(1535)N\omega$. В модели eVMD $N\rho$ и $N\omega$ моды распадов фиксируются одновременно. Однако в случае $N^*(1535)$ нет ни экспериментальных данных, ни предсказаний кварковой модели. Существующие данные в канале $N\rho$ и тот факт, что кварковые модели здесь частично противоречивы, оставляют некоторую свободу в определении связи $N^*(1535)N\omega$.

На рисунке 83 (Приложение 2) представлены два разных фита данных электро- и фоторождения и многоканального πN рассеяния. Существенное отличие этих двух процедур – разная нормировки ρ -мезонных амплитуд распада. Кониук [289], Манлей и Салески [290], а также PDG [309] дают близкие предсказания для $s_{1/2}$ волны и предсказывают одинаковый знак для $d_{1/2}$ волны $N\omega$. Второй набор значений взят из кварковой модели Капстика и Робертса [289].

Оригинальное решение [70] устойчиво к неопределенностям в рамках [289], [290], [309] и не позволяет заметно уменьшить амплитуду. Второй набор позволяет уменьшить амплитуду в 6 – 8 раз, однако, за счет умеренно завышенного χ^2 . Дальнейшее уменьшение амплитуды, по-видимому, невозможно. Во втором фите отклонение кулоновской амплитуды $p^*(1535)$ от эксперимента больше, и воспроизведение поперечной амплитуды также хуже, однако ρ -мезонные амплитуды воспроизводятся лучше в сравнении с первым набором параметров. $d_{1/2}$ амплитуда ω -мезона положена равной нулю,

Таблица 9. Резонансы (R), дающие вклад в сечение $NN \rightarrow NN\omega$ в двухступенчатом механизме $NN \rightarrow NR$, $R \rightarrow N\omega$. Во второй колонке показана полная ширина резонанса. В третьей колонке приведена парциальная ширина в канале $N\omega$ ($\sqrt{\Gamma_{N\omega}}$ в МэВ^{1/2}). В следующих трех колонках приведено разложение ширины $N\omega$ по парциальным волнам с учетом знака амплитуд. Константы связи g_M , g_E , и g_C в полюсе ω приведены в последних трех колонках в единицах ГэВ⁻¹ для спина $J = 1/2$ и ГэВ⁻¹ для $J = l + 1/2$. В случае $N^*(1535)$ результаты приведены для сильной (a) и слабой (b) связи.

Resonance	Γ_0 [MeV]	$\sqrt{\Gamma_{N\omega}}$ [MeV ^{1/2}]	$N\omega$	$N\omega$	$N\omega$	g_M	g_E	g_C
$N^*(1535)_{\frac{1}{2}}^-$	150	s: 1.43	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$				
			1.43	0.05			-28.03	-42.67
$N^*(1650)_{\frac{1}{2}}^-$	150	w: 0.21	0.21	0.01				
			0.97	-0.97	-0.02		-4.22	-6.34
$N^*(1520)_{\frac{3}{2}}^-$	120	0.29	$d_{1/2}$	$d_{3/2}$	$s_{3/2}$			
			-0.02	0.03	0.28	-7.67	18.16	46.13
$N^*(1675)_{\frac{5}{2}}^-$	150	0.06	$d_{1/2}$	$d_{3/2}$	$g_{3/2}$			
			0.06	<0.01	<0.01	2.07	-1.61	-10.50
$N^*(1440)_{\frac{1}{2}}^+$	350	<0.01	$p_{1/2}$	$p_{3/2}$				
			<0.01	<0.01		-14.14		63.13
$N^*(1720)_{\frac{3}{2}}^+$	150	5.69	$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$f_{3/2}$			
			5.29	-2.09	0.14	0.14	-8.27	-37.73
$N^*(1680)_{\frac{5}{2}}^+$	130	0.71	$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$p_{3/2}$			
			0.09	0.58	0.40	-1.34	-11.75	-7.98

чтобы обеспечить единственность решения. Ее значение не влияет существенно на другие наблюдаемые.

В Таблице 9 приведены значения ширин распадов. Ширина $N^*(1440)$ в полюсе резонанса мала, так как порог расположен высоко над полюсом. Однако при больших виртуальностях канал $N\omega$ становится важным. В Таблице 10 показаны вклады различных парциальных волн, включая относительные знаки амплитуд. В случае $N^*(1440)$ показаны значения для двух различных наборов параметров: сильная связь (а) и слабая связь (б).

Зависящая от энергии полная ширина резонанса $\Gamma_R^{[0]}(\mu)$ масштабируется в соответствии с фазовым объемом основного канала πN с учетом фактора подавления Блата-Вайскопфа. Каналы распадов $N\rho$ и $N\omega$ также должны быть приняты во внимание. Таким образом,

$$\Gamma_R(\mu) = \Gamma_R^{[0]}(\mu) + \Gamma_{N\rho}^R(\mu) + \Gamma_{N\omega}^R(\mu) + \delta\Gamma_R, \quad (4.4.9)$$

где поправка $\delta\Gamma_R = -\Gamma_{N\rho}^R(m_R) - \Gamma_{N\omega}^R(m_R)$ обеспечивает правильную нормировку на полную ширину резонанса в полюсе. Новые каналы, вообще говоря, смещают вес распределения Брейта-Вигнера от полюса резонанса к хвостам. Однако спектральная функция вокруг полюса в решающей степени зависит от поведения парциальной ширины. В случае сильного $N\omega$ взаимодействия быстро растущая парциальная ширина $N\omega$ приводит к уменьшению вклада вблизи порога, усилению вклада ниже мезонного пика и смещает вклад канала в область больших значений инвариантных масс. Слабая связь приводит к видимому мезонному пику в спектральной функции резонанса. Следствия этих двух различных сценариев станут более ясными в следующем разделе, когда будут рассмотрены сечения.

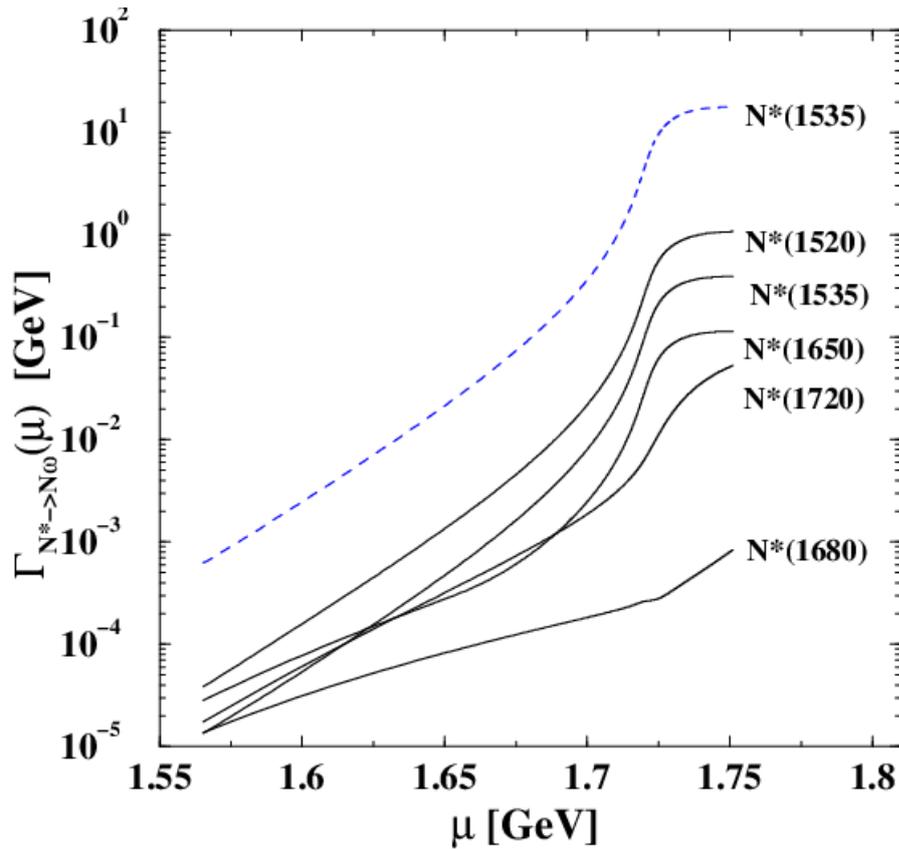


Рисунок 53.

На Рисунке 53 показана энергетическая зависимость ширины $N^* \rightarrow N\omega$ от массы резонанса μ . Показаны два решения для $N^*(1535)$: пунктирная линия относится к исходному набору параметров с сильной связью (s), сплошная линия относится к новому набору со слабой связью (w).

Когда текущая масса резонанса превышает порог рождения ω -мезона, ширина распада резко увеличивается, поскольку узкий ω пик действует как δ -функция. С точки зрения квантовой механики такое поведение не является необычным. Если имеется барьер высотой $U_0 (= m_R + m_\omega)$, ширина резонанса при энергии $E > U_0$ ($\mu > m_R + m_\omega$) становится большой. Для ступенчатого потенциала вероятность туннелирования равна $D(E) = \exp(-2\sqrt{2m(U_0 - E)}a)$. Глубоко под барьером ширина $\Gamma \sim D(E)$ почти не зависит от энергии (a –

ширина барьера), в непосредственной близости от U_0 ширина растет с энергией экспоненциально и выше U_0 $D(E) = 1$.

Вне массовой поверхности $N^*(1535)$ парциальная ширина $N^*(1535)$ велика для сильной связи (s). Она оказывается равной 16 GeV выше ωN порога. Мы интерпретируем этот факт как указание на полное исчезновение резонанса $N^*(1535)$ при его массе, превышающей ωN порог.

На Рисунке 54 показана спектральная функция $N^*(1535)$. Когда ширина резонанса становится большой, спектральная функция резко падает. Данное значение определяет эффективный верхний предел интегрирования по массе резонанса.

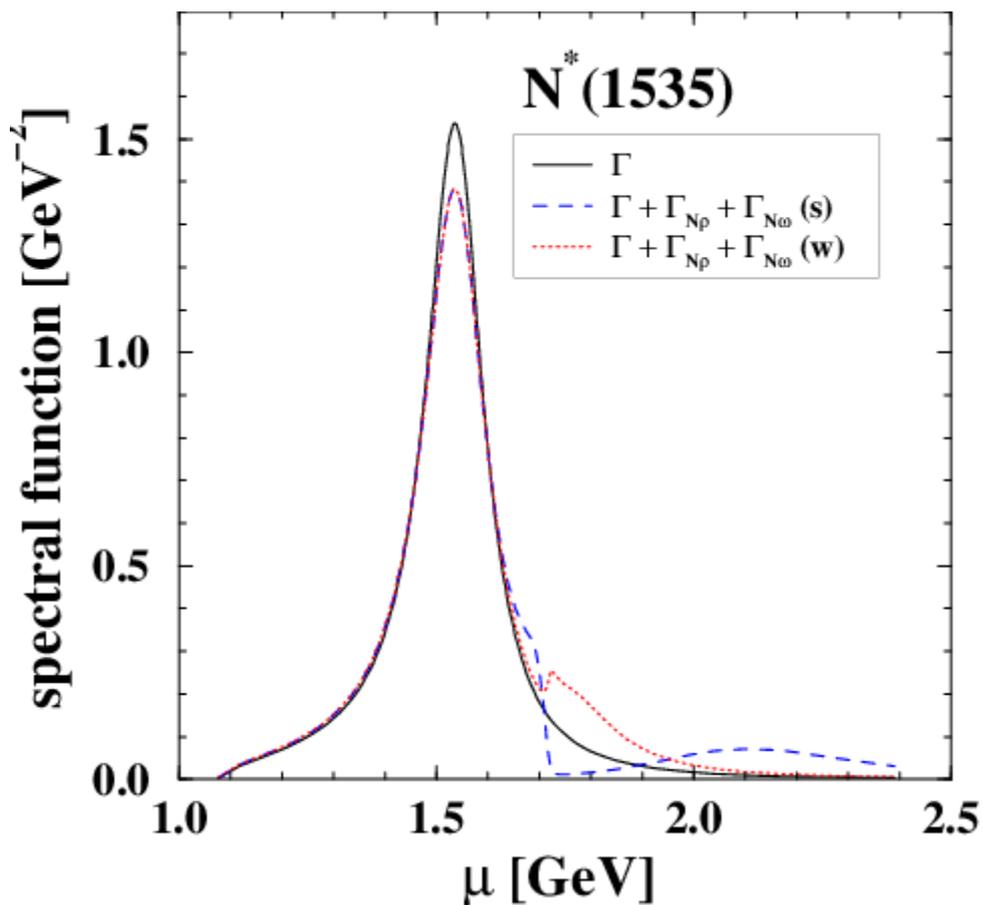


Рисунок 54.

Спектральная функция $N^*(1535)$ построена с использованием полной зависящей от энергии ширины и добавлением парциальных ширин. Следствия полного исчезновения $N^*(1535)$ довольно очевидны: Интегралы по бегущей массе $N^*(1535)$ должны обрезаться на массе порога ωN . В нашей модели такой эффект возникает автоматически в результате появления большой полной ширины в знаменателе формулы Брейта-Вигнера. Большая ширина показывает, что мы оказались по энергии выше некоторого эффективного потенциального барьера, где резонанс уже не существует.

Тем не менее, резонансная модель не требует специальной модификации. Она по-прежнему позволяет рассматривать все резонансы на одинаковых основаниях. Интервал интегрирования в сечении для всех резонансов можно положить равным $m_p + m_\pi < \mu < \sqrt{s} - m_p$.

Относительно большая ширина ωN канала не особенно удивительна. В соответствии с $SU(3)$ симметрией константа связи ω -мезона с нуклонами в 3 раза больше, чем ρ -мезона. Можно ожидать поэтому, что при одинаковых кинематических условиях выше порога ширина в ωN канале на порядок больше ширины в ρN канале.

4.4.3 Сечение $pp \rightarrow pp \omega$

В этом разделе представлены результаты вычисления сечения рождения ω -мезона в pp столкновениях. Рассматриваются два сценария – сильной и слабой связи $N^*(1535)N\omega$. Распады остальных резонансов фиксированы, как в работе [70]. Константы связи приведены в Таблице 9.

а) Сильная $N^*(1535)N\omega$ связь

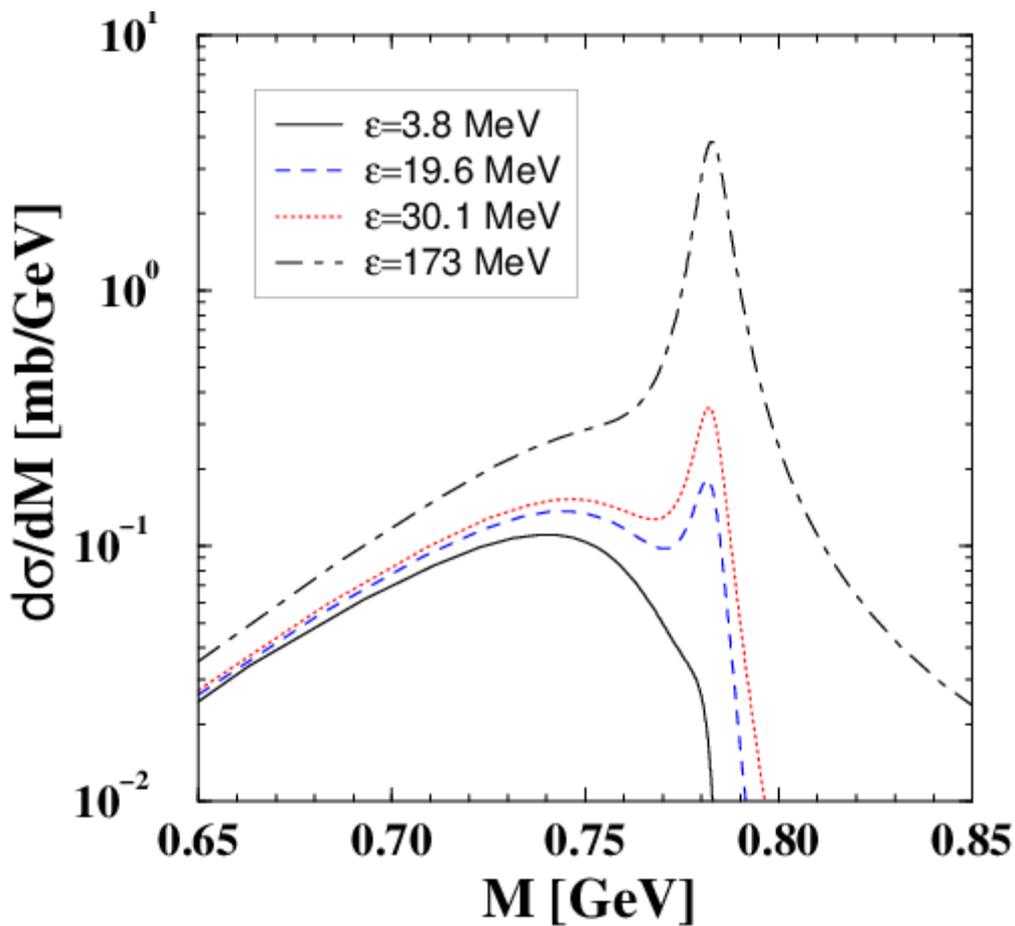


Рисунок 55. Дифференциальное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ как функция инвариантной массы продуктов распада ω -мезона для различных значений избытка энергии над порогом $NN\omega$.

На рисунке 55 показано дифференциальное сечение для характерных значений избытка энергии в экспериментах SATURNE ($\varepsilon = 3.8, 19.6, 30.1$ МэВ) и COSY-TOF ($\varepsilon = 173$ МэВ). При малом избытке энергии над порогом в сечении доминирует механизм подпорогового рождения ω -мезона с массой ниже 782 MeV. При наименьшей рассмотренной энергии 3.8 MeV какая-либо ясная структура, связанная с ω -мезоном, в сечении отсутствует. С

учеличением энергии подпороговое рождение ω -мезонов становится менее эффективным, и такая структура становится заметной. Например, при избытке энергии 173 MeV вклад подпорогового рождения в сечение уже умеренный.

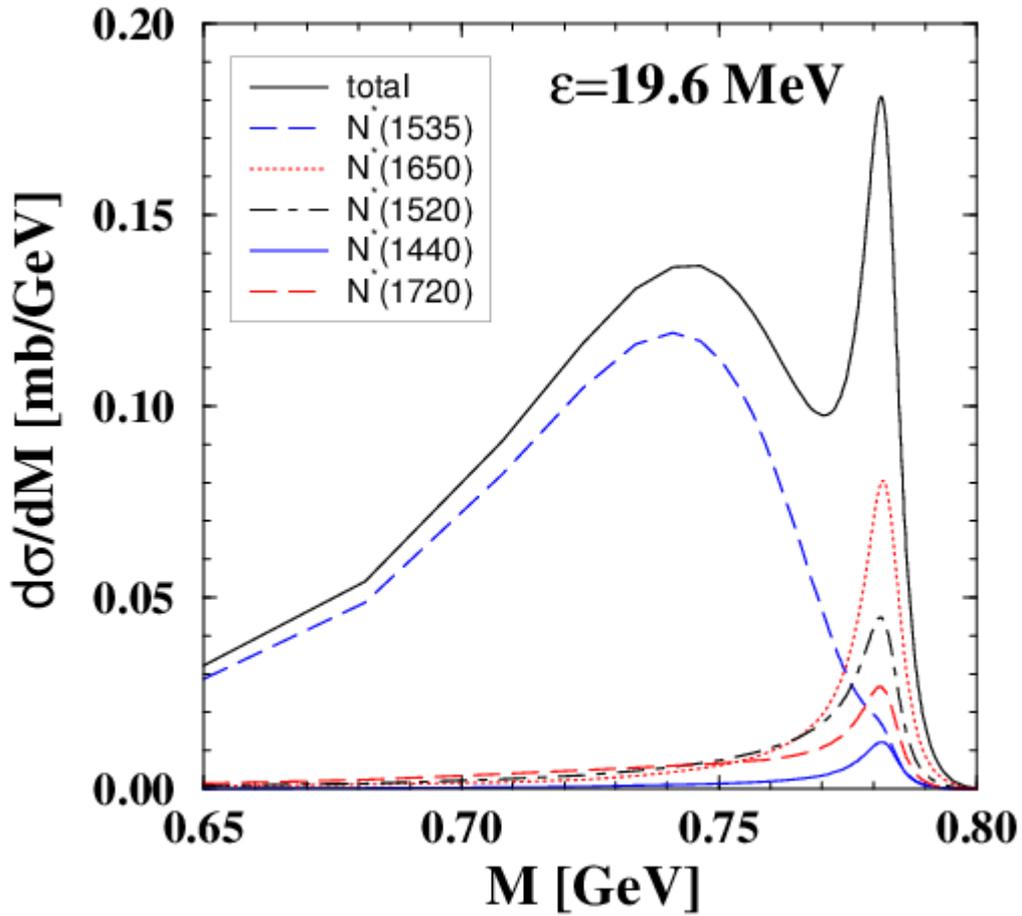


Рисунок 56. Дифференциальное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ как функция инвариантной массы продуктов распада ω -мезона для избытка энергии 19.6 МэВ над порогом $NN\omega$. Показан вклад отдельных резонансов.

Происхождение одпороговой компоненты более подробно показано на Рис. 56. Показан вклад различных резонансов при избыточной энергии 19.6 МэВ. Как видно, распад $N^*(1535)$ отвечает за большой подпороговый вклад при виртуальной массе ω -мезона много меньше массы в полюсе, в то время как подпороговые вклады других резонансов малы. В полюсе ситуация противоположна - вклад $N^*(1535)$ сильно подавлен. Другие резонансы показывают четкую пиковую структуру.

Фон, порожденный $N^*(1535)$, ниже экспериментального [301]. Он является достаточно гладким и не генерирует структуры, которую можно было бы наблюдать экспериментально. Большой с теоретической точки зрения подпороговый вклад экспериментально все еще мал.

Механизм возникновения подорогового вклада поясняется на Рисунке 57. Здесь показаны кинематические пределы интегрирования в дифференциальном сечении. Область интегрирования представляет собой двухпараметрическое пространство массы ω -мезона и массы μ нуклонного резонанса. Вдоль горизонтальной оси схематически представлена зависимость ширины распада $N^* \rightarrow N\omega$ от массы μ . По вертикальной оси представлено распределение Брейта-Вигнера для ω -мезона.

Увеличение ширины $N^* \rightarrow N\omega$ приводит к подавлению дифференциального сечения в заштрихованной области, что соответствует эффективному исчезновению резонанса. ω -мезонный пик возникает на границе области, где подавление становится сильным. Появление фона от широкого N^* имеет, следовательно, простое объяснение. Его возникновение зависит от ширины $N^* \rightarrow N\omega$ в окрестности порога рождения ω -мезона. Границы интегрирования на рисунке определяются энергией $\varepsilon = 30$ MeV. Заметим, что подавление ω -

мезонного пика в режиме сильной связи присутствует и при больших значениях \sqrt{s} .

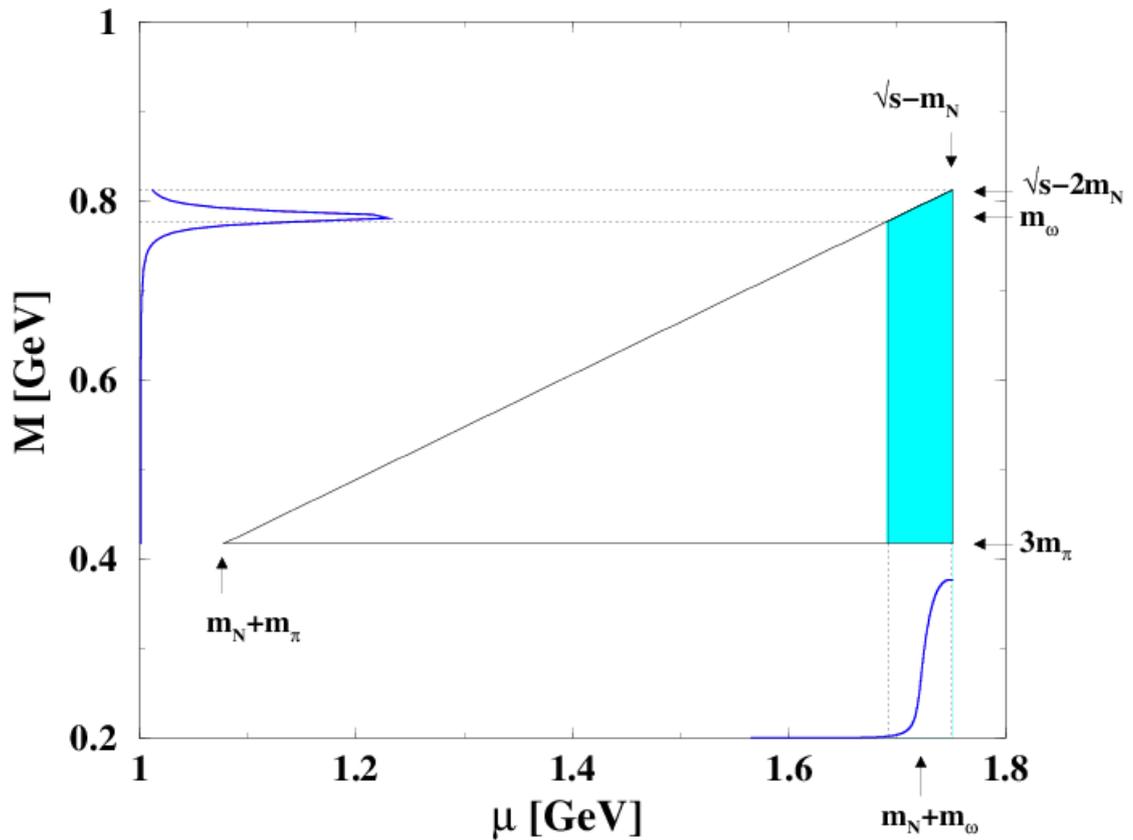


Рисунок 57.

При малых избыточных энергиях основной вклад в сечение возникает из-за подпорогового рождения. В эксперименте только пик идентифицируется как особенность, связанная с рождением ω -мезона, в то время любые гладкие структуры отождествляются с фоном. Для корректного сравнения с данными эксперимента следует применить такую же процедуру вычитания и в теории. Следует учитывать только вклад пика. Вычитание теоретического «фона» из полного сечения демонстрируется на рисунке 58. Как и в экспериментальном анализе [302] фон плавно интерполируется в районе пика. Остаток напоминает распределение Брейта-Вигнера вокруг полюсной массы ω -мезона.

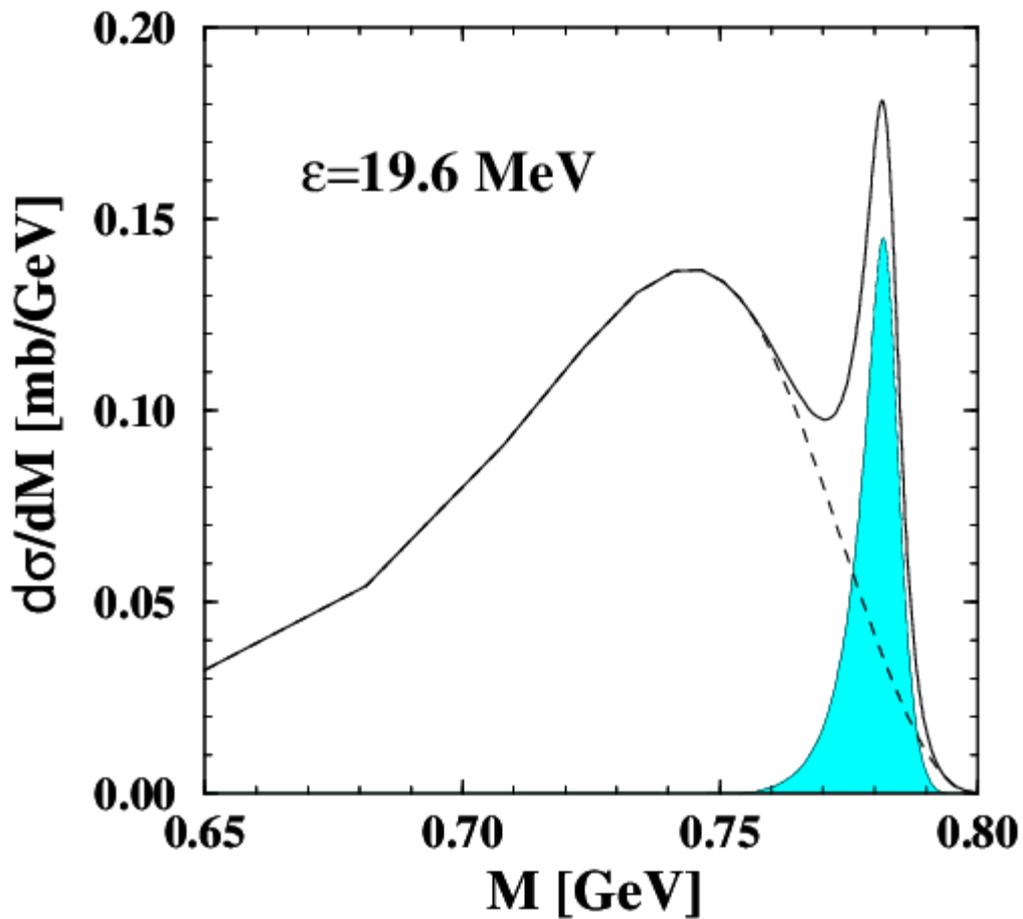


Рисунок 58. Дифференциальное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ при избытке энергии $\varepsilon = 19.6$ МэВ. Теоретический фон, обусловленный подпороговым рождением ω -мезона (пунктирная кривая), вычитается из полного сечения (сплошная кривая). Заштрихованная область показывает вклад ω -мезонного пика. Эффективный вклад ω -мезона ограничен окрестностью массы ω . В отличие от других резонансов вклад $N^*(1535)$ не увеличивается с энергией.

Как только появляется четкий пик, разложение теоретического сечения вполне однозначно. Неопределенности процедуры вычитания показаны как теоретические ошибки на рисунке 59.

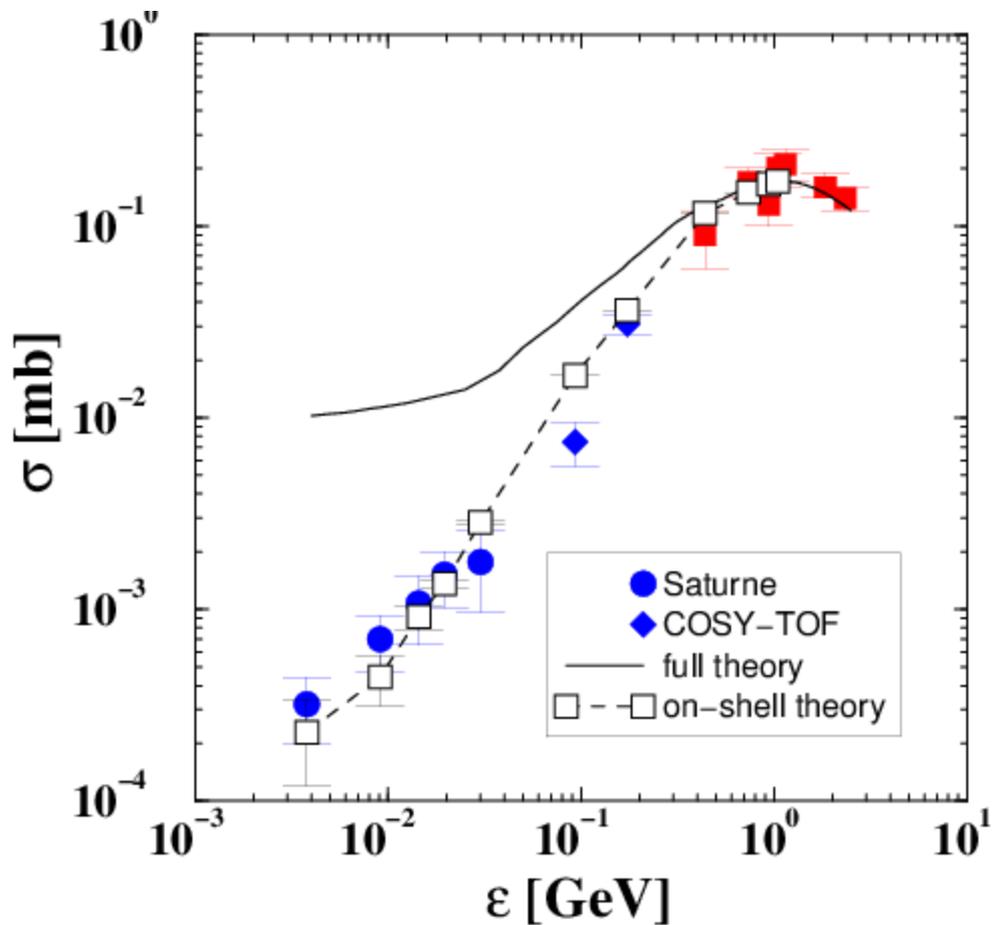


Рисунок 59. Эксклюзивное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ в резонансной модели. Сплошная кривая показывает полное сечение с учетом вклада подпорогового рождения. Пунктирная кривая соответствует сечению, в котором учитывается только экспериментально измеряемый вклад от пика.

Теоретический расчет обеспечивает весьма точное описание экспериментального сечения от порога до энергий в несколько ГэВ. В частности, при низкой энергии воспроизводится наклон сечения. Вблизи порога нерезонансная подпороговая часть на порядок больше резонансной части сечения. При избыточной энергии DISTO [310] (440 МэВ) эффект подпорогового рождения становится незначительным. Полное сечение, учитывающее теоретический фон, и перенормированное сечение при увеличении энергии далее практически совпадают.

б) Слабая $N^*(1535)N\omega$ связь

Максимально слабая связь $N^*(1535)N\omega$ уменьшает амплитуду в 6 - 8 раз. В этом случае сечение имеет совершенно иное поведение вблизи порога. Сценарий слабой связи основан на альтернативном выборе модели для описания распадов $N^*(1535)$ (см. Приложение 2). На рисунке 60 показано дифференциальное сечение для энергии 19.6 МэВ. Эффект подпорогового рождения еще заметен, но им уже можно пренебречь. В отличие от сценария сильной связи рождение ω -мезона не подавлено и, более того, доминирует сразу над порогом. Величина сечения в полюсе ω примерно на 30% больше, чем в предыдущем случае. Отклонение увеличивается с уменьшением \sqrt{s} .

Теоретический фон за счет подпорогового рождения намного меньше, чем в предыдущем случае. Близко к порогу фон еще присутствует, и сечение не обращается в нуль, когда избыточная энергия стремится к нулю. Если бы ω -мезон рассматривался как элементарная частица (например, как в работе [304]), сечения на пороге обращались бы в нуль. Пороговое поведение сечения в нашей модели качественно согласуется с расчетами группы Юлиха [304], в которых учитывается эффект спектральной функции ω -мезона. Тем не менее, близко к порогу наш результат заметно выше данных SATURNE [301]

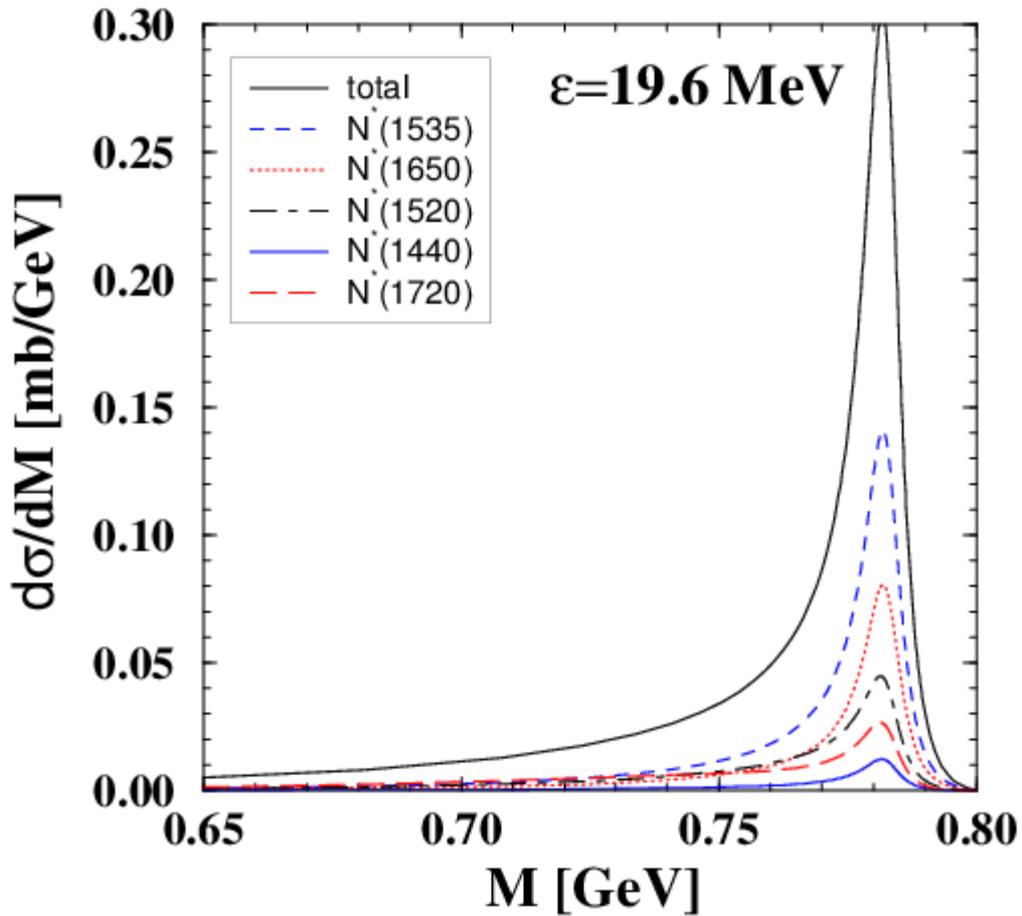


Рисунок 60. Дифференциальное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ как функция массы ω -мезона для слабой связи $N^*(1535)N\omega$ и надпороговой энергии $\varepsilon = 19.6$ МэВ. Показаны вклады отдельных резонансов. При энергии выше 1 ГэВ сечение несколько меньше экспериментального и меньше сечения с сильной связью.

и COSY-TOF [302]. Вычитание небольшого и не вполне однозначно определенного подпорогового фона теперь является деликатной процедурой,

которая чувствительно зависит от способа разделения резонансного пика и фона. Мы оценили величину этого эффекта и обнаружили, что с учетом неопределенностей можно привести теоретическое предсказание в лучшее согласие с экспериментом при самой низкой энергии SATURNE. Но уже выше 30 МэВ, в частности, для данных COSY-TOF поправки практически равны нулю, и экспериментальные данные лежат выше предсказаний. К таким же выводам приводит сравнение с данными COSY-TOF.

В работе [310] экспериментальные результаты сравнивались с сечением, пропорциональным объему фазового пространства с учетом s -волнового взаимодействия протонов в конечном состоянии (FSI) и конечной ширины ω -мезона. Было отмечено, что энергия протонов достаточно велика для появления вклада высших парциальных волн. Наша модель, очевидно, основана на физической картине, в которой динамика регулируется нуклонными резонансами. Что касается FSI, наша модель учитывает FSI между нуклонами и мезонами за счет включения резонансов, в то время как FSI нуклонов отсутствует. В этом смысле две модели являются взаимно дополняющими. Вблизи порога FSI протонов обычно усиливает амплитуду, что актуально для данных коллаборации SATURNE. Для слабой связи амплитуда в нашей модели уже переоценена в связи с включением $N\omega$ FSI. Воспроизведение данных с контактной вершиной $NN\omega$ и сильно коррелирующими s -волновыми нуклонами требует, чтобы амплитуда обеспечивала тонкое сокращение pp и $N\omega$ FSI вблизи порога.

Резонансная модель, предложенная Теисом с соавторами [306], содержит контактный член прямой связи $NN\pi$, который может быть отнесен к нуклон-нуклонному FSI или к нерезонансному фону. Его вклад, однако, не столь важен на пороге. Этот факт можно интерпретировать так, что протон-протонное FSI или нерезонансный фон эффективно уже включены в феноменологические матричные элементы рождения резонансов.

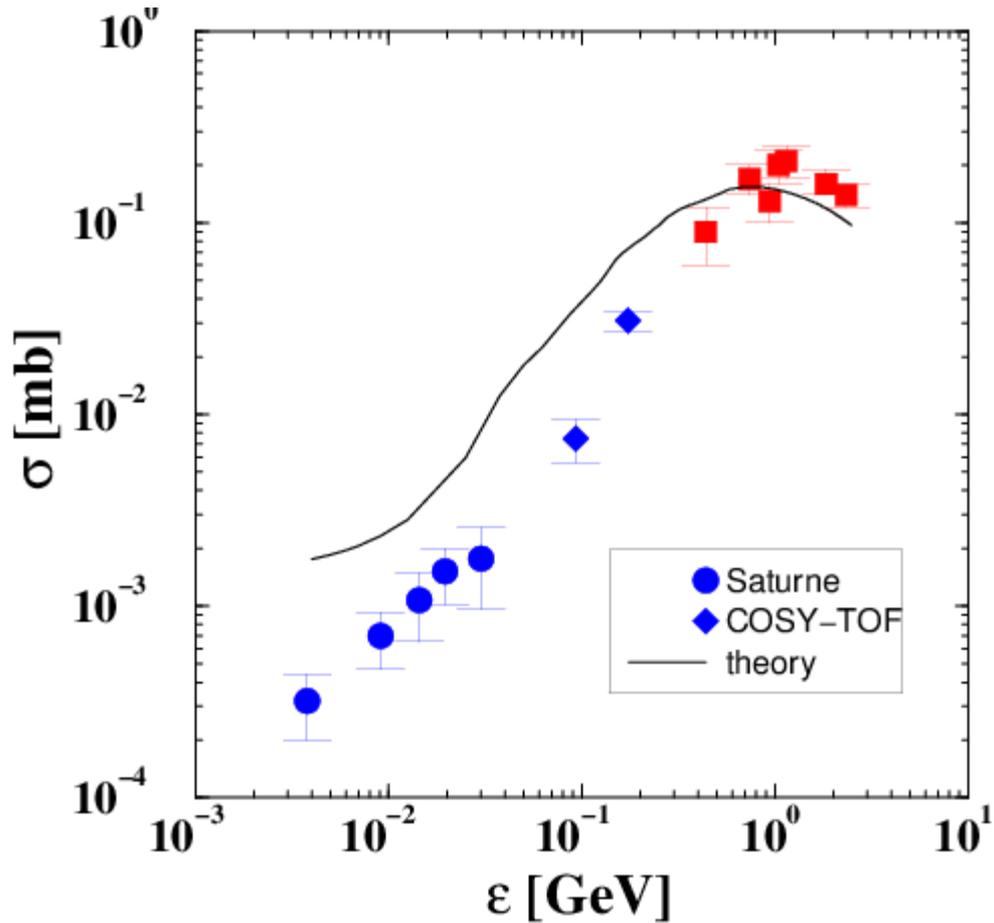


Рисунок 61. Эксклюзивное сечение $pp \rightarrow pp\omega$ в резонансной модели в сравнении с экспериментальными данными SATURNE [301] и COSY-TOF [302].

Таким образом, сравнение с данными показывает, что вычисление в рамках модели сильной связи является предпочтительным. Дополнительным фактом, который поддерживает эту модель, является выраженное анизотропное угловое распределение $pp\omega$, которое наблюдается в [302] при $\epsilon = 173$ МэВ. Как видно из Таблицы 9, только $N^*(1535)$ имеет большую s -волновую компоненту в распаде $N\omega$. Вклады других резонансов связаны с

высшими парциальными волнами, которые ведут к анизотропному угловому распределению. Сильная связь приводит к сравнительно малому вкладу $N^*(1535)$ в полюсе ω . Для нее имеет место следующее разложение амплитуды по резонансам: $N^*(1535)$ (7%), $N^*(1650)$ (26%), $N^*(1520)$ (17%), $N^*(1440)$ (22%) и $N^*(1720)$ (26%). Таким образом, сечение на массовой поверхности содержит только малую примесь s -волны. В случае слабой связи вклад s -волны больше; сечение разлагается в соответствии с: $N^*(1535)$ (35%), $N^*(1650)$ (18%), $N^*(1520)$ (12%), $N^*(1440)$ (15%) и $N^*(1720)$ (18%). Анизотропное угловое распределение, кроме того, указывает, что вклад обменных мезонных токов, которые отсутствуют в нашей модели, невелик.

4.4.4 Выводы

В настоящем разделе описано рождение ω -мезонов в нуклон-нуклонных столкновениях в резонансной модели. Подход основан на расширенной VMD (eVMD) модели, которая успешно описывает мезонные $R \rightarrow NV$ и радиационные $R \rightarrow N\gamma$ распады нуклонных резонансов. Среди рассмотренных резонансов $N^*(1535)$ играет выделенную роль. Причина заключается в большой ширине распада по каналу $N\omega$ в кинематической области, где ω находится далеко от массовой поверхности. Сильная связь $N^*(1535)N\omega$ следует из данных по электро- и фоторождению ω -мезонов. Как следствие, появляются большие вклады в сечении рождения вне массовой поверхности. В частности, вблизи порога механизм рождения вне массовой поверхности является доминирующим. С другой стороны, на массовой поверхности рождение ω -мезонов подавлено, поскольку выше порога рождения $N^*(1535)$ приобретает большую ширину, и его вклад подавлен. Эта

особенность носит общий характер. Она проявляется в том случае, когда широкий резонанс имеет большую связь с узким резонансом под порогом рождения частицы. В квантовой механике подобное поведение наблюдается у резонансных состояний при энергиях чуть выше потенциального барьера.

Вблизи порога, рождение ω -мезонов вне массовой поверхности становится доминирующим. Эта часть сечения, однако, вряд ли может быть измерена экспериментально, поскольку она не обладает определенной сигнатурой и по этой причине отождествляется с фоном. Для сравнения с экспериментальными данными мы применили ту же процедуру, которая использовалась экспериментаторами: теоретический фон от рождения вне массовой поверхности вычитался, и только измеряемая полюсная часть сечения была учтена. Имеющиеся данные воспроизводятся точно с энергий, близких к порогу, вплоть до энергий, значительно выше порога без корректировки старых и без введения новых параметров. При малых энергиях над порогом полное сечение на порядок больше, чем измеряемая полюсная часть.

Поскольку результаты зависят главным образом от роли $N^*(1535)$, мы рассмотрели альтернативный сценарий, который все еще возможен в рамках экспериментальных и теоретических неопределенностей. Поскольку распад $N\omega$ этого резонанса не измеряется непосредственно, существующие данные по распаду $N\rho$ оставляют некоторую свободу для модификации параметров eVMD. Альтернативная нормировка в канале $N\rho$, допустимая в одной из кварковых моделей, позволяет понизить вероятность распада $N\omega$ максимально в 6-8 раз, однако, за счет несколько худшего воспроизведения существующего набора экспериментальных данных. С уменьшением связи не происходит каких-либо резких изменений в поведении сечения, при этом вклад вне массовой поверхности уменьшается. Резонанс $N^*(1535)$ теперь не исчезает из спектра, что ведет к переоценке пиковой части сечения и

значительному превышению сечения над экспериментальными данными при энергии в несколько сотен МэВ над порогом. Расхождение является достаточно сильным и не может, по-видимому, быть отнесено исключительно к FSI или нерезонансному фону.

Мы пришли к выводу, что в соответствии с предыдущим анализом данных электро- и фоторождения, измеренное сечение рождения ω -мезонов в протон-протонных столкновениях говорит в пользу сценария большой связи в канале $N\omega$. Следствием является большой вклад ω в сечение около порога. Эта часть сечения переопределяет общий экспериментальный фон и, по-видимому, недоступна для измерения. Тем не менее, если рождение ω вне массовой поверхности велико, количество дилептонов, образующихся при нуклон-нуклонных столкновениях, должно быть выше, чем ожидается в моделях, в которых ω -мезоны рождаются только на массовой поверхности. Этот эффект может иметь следствия для рождения дилептонов в столкновениях тяжелых ионов.

Гипотеза сильной связи привлекательна также с другой точки зрения. ϕ -мезон распадается преимущественно в моде $K\bar{K}$ с порогом в непосредственной близости от физической массы ϕ . Значительного вклада вне массовой поверхности здесь не ожидается. При сравнимой энергии выше порога регистрируются только ω на массовой поверхности, поэтому отношение выхода ϕ/ω может оказаться в согласии с правилом Цвейга. Экспериментально наблюдаемое отклонение от правила Цвейга в pp столкновениях может быть связано с неучтенным вкладом ω -мезонов вне массовой поверхности.

4.5 Транспорт в методе квантовой молекулярной динамики

В физике тяжелых ионов транспортные модели занимают особое место. Транспортные модели необходимы для интерпретации экспериментов по столкновению ионов. Они устанавливают связь между наблюдаемыми и элементарными процессами нуклон-нуклонного взаимодействия. Только после интерпретации появляется возможность проводить сравнение экспериментальных данных с теоретическими моделями, характеризующими элементарные процессы и коллективные свойства ядерного вещества. Транспортные модели решают задачу об эволюции сложных систем, занимая промежуточное место между экспериментом и теорией.

Перед транспортными моделями стоит задача большой сложности - проследить эволюцию квантовой системы - двух ядер, включая этап их неупругого столкновения. Данная задача, даже если ее рассматривать на основе уравнения Шредингера, заведомо не поддается решению, поскольку представляет собой динамическую теоретико-полевою задачу с бесконечным числом степеней свободы.

Для приближенного решения задачи о столкновении тяжелых ионов транспортные модели используют некоторую смесь классических и квантовых представлений. Формальный аппарат квантовой теории задействован в той мере, которая необходима для вычисления ширин и сечений столкновения элементарных частиц. Эволюция рассматривается квазиклассически. В промежутках между столкновениями частицы (соответствующие им волновые пакеты) движутся по классическим траекториям. Момент столкновения рассматривается как мгновенный процесс, который характеризуется, как правило, сечением рассеяния в вакууме. При рассеянии учитывается заполнение уровней принцип Паули. Сечение рассеяния вычисляется в рамках квантовой теории. В отсутствие формально строгих методов широко используются ин-

туитивные, наглядные соображения. Введение траекторий позволяет свести теоретико-полевую задачу к задаче статистической механики с конечным числом степеней свободы. Этот радикальный шаг позволяет провести численное моделирование столкновений.

Наиболее продвинутые транспортные модели, такие как модель «квантовой молекулярной динамики» (QMD), содержат информацию о десятках или сотнях элементарных сечений, ширин распадов, эффективных потенциалах. Свободные параметры моделей фитированы на основные данные по столкновениям (выход пионов, угловые распределения фрагментов, и др.). Практика показывает, что несмотря на формальную непоследовательность, транспортные модели обладают серьезной предсказательной силой, во всяком случае не существует лучше обоснованных методов решения задач о столкновении ядер. В физике тяжелых ионов ни один эксперимент не планируется без предварительный расчетов с использованием транспортных моделей.

В транспортных моделях расчеты ведутся методом Монте-Карло. Это предполагает, что предсказания имеют статистическую погрешность. Не все сечения известны экспериментально, и не для всех сечений, важных с точки зрения динамики, существуют предсказания. В этих условиях на первый план выходит сбалансированность между затратами рабочего времени на вычисление элементарных процессов и значимостью элементарного процесса для моделирования. Тем процессам, которые играют важную роль в динамике, уделяется больше внимания. Сечения менее важных процессов оцениваются грубо. Транспортные модели проводят десятки тысяч или более однотипных оценок, что возможно только с использованием компьютеров.

В Главе 5 рассмотрен новый подход к моделированию динамики столкновений сложных систем, который является математически строгим, но значимых приложений пока не имеет. Мы сохранили особенность транспортных моделей - траектории. Именно траектории позволяют свести задачу об эво-

люции в теории поля к задаче об эволюции системы с конечным числом степеней свободы, что радикально уменьшает расчетное время. В квазиклассическом приближении при разложении по степеням постоянной Планка появляются новые динамические степени свободы – поля Якоби, которые увеличивают размерность фазового пространства, не выводя задачу об эволюции из класса задач, связанных с решением систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В настоящей главе моделирование рождения дилептонов в столкновениях тяжелых ионов исследуется с помощью QMD транспортной модели [312]. Основной вывод, полученный нами на основе анализа экспериментальных данных коллаборации NADES, состоит в том, что скейлинга Брауна-Ро нет. Пики векторных мезонов в ядерном веществе смещаются незначительно. Их уширение объясняется в основном столкновительной шириной. Данная картина согласуется с теоретическими моделями Бернарда-Мейсснера [229], Елецкого-Иоффе [230].

Мы обобщили QMD модель группы Тюбингена, которая на протяжении длительного времени использовалась для расчета столкновений тяжелых ионов, включив в нее дилептонный сектор – все мезоны с массой ниже массы $\phi(1020)$ -мезона и нуклонные резонансы с массой ниже 2 ГэВ, среди них 11 N^* и 10 Δ -резонансов. Для описания рождения дилептонов, а также ρ и ω -мезонов в реакциях NN и πN , учитываются только надежно установленные (4*) резонансы, перечисленные в PDG. Это соответствует тому набору, который использовался в предыдущих разделах для описания рождения векторных мезонов и дилептонов. Полные ширины Γ_{tot} взяты из работы [313], они используются для описания динамики реакций.

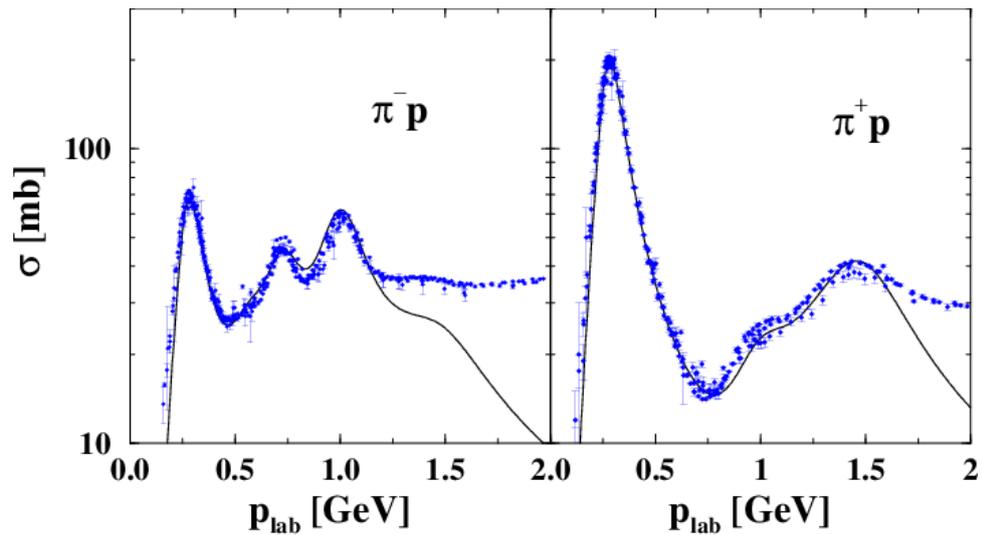


Рисунок 62. Инклюзивные сечения $\pi^- p$ и $\pi^+ p$, полученные суммированием по всем резонансам, которые учитываются в данном описании.

Как и в предыдущих расчетах, используются зависящие от изоспина сечения рождения $\sigma^{NN \rightarrow NR}$ для резонансов $\Delta(1232)$ и $N^*(1440)$ из работы [314]. Эти сечения определены в модели одно-бозонного обмена. Для высших резонансов параметризации сечений рождения взяты из работ [306] и [313]. Включены следующие виды барион-барионных столкновений: все упругие каналы, реакции типа $NN \rightarrow NN^*$, $NN \rightarrow N\Delta^*$, $NN \rightarrow \Delta_{1232}N^*$, а также $NN \rightarrow \Delta_{1232}\Delta^*$, $NR \rightarrow NR'$, где Δ^* обозначает все вышележащие Δ -резонансы. Упругое рассеяние рассматривается на одних и тех же основаниях для всех частиц, участвующих в реакции. Матричные элементы для упругих реакций предполагаются одинаковыми для нуклонов и нуклонных резонансов. Таким образом, упругие NR и RR сечения определяются из упругих pp или pn сечений. Неупругие столкновения вычисляются по формуле

$$\sigma_{1,2 \rightarrow 3,4} \sim \frac{\langle p_f \rangle}{p_i s} |M(m_3, m_4)|^2.$$

Здесь M – матричный элемент, знак пропорциональности учитывает возможные спин-изоспиновые коэффициенты, p_i и $\langle p_f \rangle$ импульсы начальных и конечных частиц в системе центра масс. В том случае, когда одна из конечных частиц – резонанс, фазовое пространство необходимо усреднить по спектральной функции

$$\langle p_f \rangle = \int p(\sqrt{s}, m_N, \mu) dW_{R'}(\mu),$$

где $dW_{R'}$ определяется мнимой частью резонансной амплитуды Брейта-Вигнера. Если обе частицы – резонансы, усреднение проводится по двум спектральным функциям

$$\langle p_f \rangle = \int p(\sqrt{s}, \mu, \mu') dW_R(\mu) dW_{R'}(\mu').$$

В большинстве случаев используются матричные элементы [313]. Если параметризация дана в [306], мы используем результаты этой работы. В частности, это относится к тем реакциям, которые дают вклад в рождение дилептонов. Например, сечение $NR \rightarrow NR'$ определяется известными каналами $NN \rightarrow NR$ и $NN \rightarrow NR'$ согласно

$$\sigma_{NR \rightarrow NR'} = I \frac{0.5(|M_{NN \rightarrow NR}|^2 + |M_{NN \rightarrow NR'}|^2)2(2J_{R'} + 1)}{16\pi p_i s} \langle p_f \rangle,$$

где I - изоспиновый коэффициент, зависящий от типа резонансов, $J_{R'}$ обозначает спин R' .

Для всех резонансов мы используем ширину, зависящую от массы:

$$\Gamma(\mu) = \Gamma_R \left(\frac{p}{p_r} \right)^3 \left(\frac{p_r^2 + \delta^2}{p^2 + \delta^2} \right)^2.$$

Здесь p и p_r - зависящие от текущей массы резонанса импульсы пиона и резонанса в системе центра. Параметр δ выбирается как в работах [306] и

[313]. Инклюзивные $\pi^- p$ и $\pi^+ p$ сечения показаны на рисунке 62. Модель включает суммирование по всем надежно (4*) установленным резонансам, хорошо воспроизводятся сечения вплоть до лабораторной энергии пионов 1-1.5 ГэВ. Сечения обратных реакций, например, $NR \rightarrow NN$, вычисляются на основе детального балланса.

Пион-барионные столкновения рассматриваются как двухступенчатый процесс: сначала пион поглощается нуклоном или барионным резонансом с образованием нового резонансного состояния с его последующим распадом. Поглощения пионов нуклонами моделируются стандартным образом в работах [306], [313] и [315], поглощения пионов резонансами пропорционально парциальной ширине распада обратного процесса:

$$\sigma_{\pi R \rightarrow R'} = \frac{2J_{R'} + 1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \frac{4\pi}{p_i^2} \frac{s(\Gamma_{R' \rightarrow R\pi})^2}{(s - m_{R'}^2)^2 + s\Gamma_{R'}^2}.$$

Распад барионных резонансов описывается как в [316]. Время жизни резонанса дается производной спектральной функции

$$\tau_R(\mu) = 4\pi\mu \frac{dW_R(\mu)}{d\mu^2}.$$

При рассмотрении распадов резонансов используются постоянные ширины. В рассматриваемом диапазоне энергий пионные множественности воспроизводятся хорошо. Экспериментальные результаты воспроизведятся в транспортной QMD модели в пределах ошибок измерений.

QMD модель находится в хорошем согласии с данными об эксклюзивном рождении $pp \rightarrow pp\eta$ коллаборации COSY [317]. Таким образом, в этом случае мы применяем параметризацию сечения [306] и выключаем рождение η через резонансы, чтобы избежать двойного счета. Для проверки согласованности мы сравнили прямое рождение η в реакции $NN \rightarrow NN\eta$ с резонансной моделью $NN \rightarrow RN \rightarrow NN\eta$ и убедились, что в столкновениях

тяжелых ионов эти два механизма приводят к идентичному выходу η . В соответствии с экспериментальными данными [318] используется изоспиновый фактор $\sigma(pn \rightarrow pn\eta) = 6.5 \sigma(pp \rightarrow pp\eta)$.

4.6 Спектр электрон-позитронных пар в столкновениях тяжелых ионов. Сравнение с данными коллаборации HADES

В данном разделе вычисляются спектральные функции ρ - и ω -мезонов и уширение нуклонных резонансов при конечной плотности барионов в самосогласованной схеме, основанной на обобщенной модели векторной доминантности (eVMD) и резонансной модели неупругих мезон-нуклонных и NN столкновений. Исследуется влияние модификации свойств векторных мезонов на дилептонный спектр в столкновениях тяжелых ионов. Спектр дилептонов моделируется для реакции $C + C$ при 2.0 АГэВ и сравнивается с данными коллаборации HADES. Динамика столкновений описывается в транспортной модели релятивистской QMD Тюбингена. С экспериментальными данными сравниваются также популярные сценарии столкновительного уширения и уменьшения массы векторных мезонов в ядерном веществе.

4.6.1 Спектральные функции векторных мезонов в ядерной среде

Модификация свойств адронов в среде характеризуется изменением собственной энергии Σ_V . Собственная энергия определяет закон дисперсии квазичастиц в среде. До тех пор пока Σ_V слабо зависит от энергии, действительную часть Σ_V можно интерпретировать как массовый сдвиг, в то время как мнимая часть описывает изменение ширины. В главном порядке по плотности собственная энергия определяется амплитудой рассеяния вперед на окружающих частицах.

а) Резонансный вклад

В настоящем разделе мы применяем резонансную модель (NRD, модель «доминантности нуклонных резонансов») для расчета рассеяния вперед векторных мезонов на нуклонах. Эта модель применялась ранее при исследовании свойств векторных мезонов в ядерной среде в работах [319] - [322]. Настоящий подход отличается тем, что связь с векторными мезонами определяются в eVMD модели релятивистским и кинематически полным образом.

Собственная энергия Σ_V векторного мезона V в изотопически симметричной ядерной среде определяется инвариантой амплитудой рассеяния вперед A_{VN}

$$\Sigma_V = -\int A_{VN} 2 \times 2 \frac{d^3 p_N}{2E_N (2\pi)^3}. \quad (4.6.1)$$

Здесь $V = \rho^0, \omega$. Интегрирование проводится по импульсам внутри ферми-сферы, радиус которой определяется плотностью ядерной материи ρ_B

$$\rho_B = \frac{2}{3\pi^2} p_F^3. \quad (4.6.2)$$

Амплитуда A_{VN} описывается суммой амплитуд Брейта-Вигнера, описывающей рассеяние через образование нуклонных резонансов

$$A_{VN} = -\sum_R \frac{(2J_R + 1) 8\pi s}{2 \times 3} \frac{\Gamma_{RNV}(s)}{k (s - M_R^2 + i\sqrt{s}\Gamma_R^{\text{tot}}(s))}. \quad (4.6.3)$$

Векторный мезон имеет текущую массу M и импульс p , $s = (p_N + p)^2$ - квадрат массы резонанса R , k - импульс в системе центра масс. Ширина $\Gamma_{RNV}(s)$ описывает распад нуклонного резонанса на нуклон и векторный мезон с массой M .

Ширина $\Gamma_R^{\text{tot}}(s)$ описывает полную вероятность распада резонанса R в вакууме. Амплитуда (4.6.3) представляет собой первое приближение в вычислении вклада среды в массовый оператор $\Sigma_V^{\text{tot}} = \Sigma_V + \Sigma_V^{(0)}$. Вакуумная собственная энергия $\Sigma_V^{(0)}$ определяется шириной

$$\Im \Sigma_V^{(0)} = -m_V \Gamma_V^{\text{tot}}(M), \quad \Re \Sigma_V^{(0)} = 0.$$

Здесь $\Gamma_V^{\text{tot}}(M)$ - ширины распадов $V = \rho^0, \omega$. Зависимость от инвариантной массы определяется фазовым объемом. В следующем приближении учитывается модификация спектральной функции резонанса R из-за модификации ширины резонанса, вызванной изменением спектральных функций $V = \rho^0, \omega$ как продуктов распада R .

Ширина $\Gamma_{RNV}(s)$ выражается через спиральные амплитуды рассеяния

$$A_{\frac{3}{2}} = \left\langle 1 - \frac{1}{2} |S| \frac{3}{2} \right\rangle, \quad A_{\frac{1}{2}} = \left\langle 1 \frac{1}{2} |S| \frac{1}{2} \right\rangle, \quad S_{\frac{1}{2}} = \left\langle 0 - \frac{1}{2} |S| \frac{1}{2} \right\rangle \text{ распада } R \rightarrow NV \text{ [70]}$$

$$\Gamma_{RNV}(s) = \frac{k}{8\pi s} \frac{2(A_{\frac{3}{2}}^2 + A_{\frac{1}{2}}^2 + S_{\frac{1}{2}}^2)}{(2J_R + 1)}. \quad (4.6.4)$$

Поперечная и продольная собственная энергия Σ_V^T и Σ_V^L могут быть получены с помощью подстановок:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} (A_{\frac{3}{2}}^2 + A_{\frac{1}{2}}^2 + S_{\frac{1}{2}}^2) &\rightarrow (A_{\frac{3}{2}}^2 + A_{\frac{1}{2}}^2) \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} + 2S_{\frac{1}{2}}^2 \frac{\sin^2 \theta}{2}, \\ \frac{2}{3} (A_{\frac{3}{2}}^2 + A_{\frac{1}{2}}^2 + S_{\frac{1}{2}}^2) &\rightarrow 2S_{\frac{1}{2}}^2 \cos^2 \theta + (A_{\frac{3}{2}}^2 + A_{\frac{1}{2}}^2) \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (4.6.5)$$

где θ - полярный угол векторного мезона в системе центра. Собственная энергия, усредненная по поляризациям, дается выражением

$$\Sigma_V = \frac{2\Sigma_V^T + \Sigma_V^L}{3}. \quad (4.6.6)$$

Спектральная функция A_V определяется собственно-энергетическим оператором $\Sigma_V^{\text{tot}}(M, |p|)$

$$A_V(M, |p|) = \frac{1}{\pi} \frac{-\Im \Sigma_V^{\text{tot}}}{(M^2 - m_V^2 - \Re \Sigma_V^{\text{tot}})^2 + (\Im \Sigma_V^{\text{tot}})^2}. \quad (4.6.7)$$

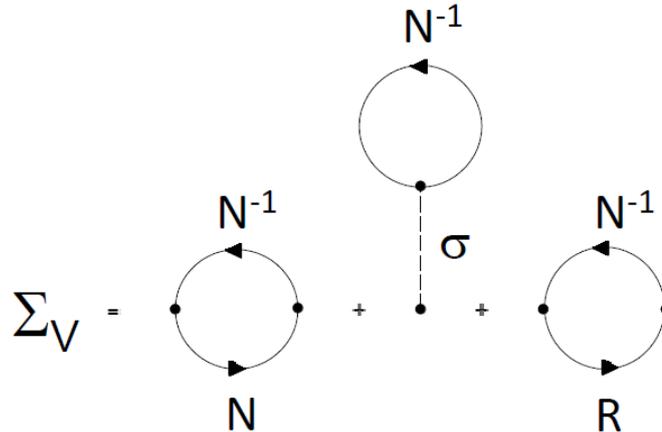


Рисунок 63. Поправка к массовому оператору векторного мезона в ядерной среде. Первые два слагаемых дают фоновый вклад (комptonовское рассеяние и σ -мезонный обмен), третье слагаемое описывает вклад резонансов. Замкнутые петли соответствуют частично-дырочным возбуждениям NN^{-1} и RN^{-1} .

Спиральные амплитуды в уравнении (4.6.4) вычислялись для набора резонансов, который использовался ранее для описания рождения дилептонов и векторных мезонов в $p + p$ столкновениях [72]. В этом списке 6 нуклонных резонансов

$$N^*(1535)\frac{1^-}{2}, N^*(1650)\frac{1^-}{2}, N^*(1520)\frac{3^-}{2},$$

$$N^*(1440)\frac{1^+}{2}, N^*(1720)\frac{3^+}{2}, N^*(1680)\frac{5^+}{2}$$

и пять изобар

$$\Delta(1620)\frac{1^-}{2}, \Delta(1700)\frac{3^-}{2}, \Delta(1232)\frac{3^+}{2}, \Delta(1905)\frac{5^+}{2}, \Delta(1950)\frac{7^+}{2}.$$

Существующие феноменологические схемы позволяют вычислить массы и ширины резонансов на основе многоканальной унитарности и других свойств. Фон описывается t -канальным σ -мезонным обменом и диаграммой комптоновского рассеяния в борновском приближении.

б) Фоновый вклад

При обсуждении нерезонансных (фоновых) вкладов следует учесть, что, во-первых, фиксировать нерезонансные вклады с такой же точностью, что резонансные, не удастся. Во-вторых, если мы зафиксируем фоновые вклады с доступной точностью, то обнаружим, что они примерно компенсируют друг друга: комптоновская часть амплитуды дает положительный вклад в действительную часть собственной энергии, амплитуда σ -мезонного обмена с нуклонами имеет противоположный знак.

Неизвестная константа связи $\rho\rho\sigma$ может быть извлечена из ширины распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$, если предположить, что этот распад идет через промежуточное $\rho^0\sigma$ состояние. Два вклада - комптоновское рассеяние (Σ^{Compt}) и σ -мезонный обмен ($\Sigma^{\sigma\text{-exch}}$) - показаны на Рисунке 63. Для оценок соответствующая тензорная связь $NN\rho$ и скалярная связь $NN\sigma$ берутся из Боннской модели однобозонного обмена [323]. В нуклон-нуклонном рассеянии $f_{NN\rho} = 19.8$ (тензорная связь) и $g_{NN\sigma} = 10$, векторная связь $NN\rho$ ма-

ла. Теоретическая погрешность константы $g_{\rho\rho\sigma}$ связана с относительно большой неопределенностью в четырех-частичном распаде ρ -мезона

$$\text{Br}(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-) = (1.8 \pm 0.9) \times 10^{-5}.$$

Из Рисунка 64 видно, что вклады комптоновского рассеяния и σ -обмена имеют противоположные знаки и сравнимы по абсолютной величине. Для среднего значения $\text{Br}(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-)$ они почти полностью сокращаются.

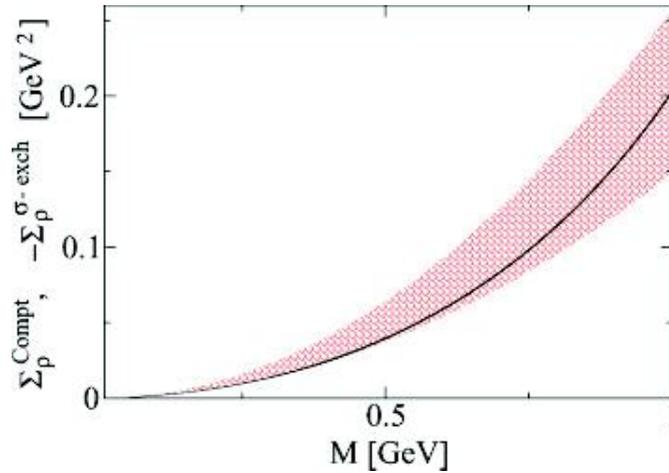


Рисунок 64. Нерезонансный вклад в массовый оператор ρ -мезона комптоновского рассеяния (сплошная кривая) и σ -мезонного обмена (пунктирная кривая). Заштрихованная область соответствует ошибке в парциальной ширине $\text{Br}(\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-)$.

Для учета нерезонансного вклада в спектральную функцию ω , мы принимаем константу связи $\omega\omega\sigma$ в три раза больше, чем для $\rho\rho\sigma$, как

следует из двухпионного представления σ -мезонного обмена, изображенного на Рисунке 65. Помимо механизма $\rho \rightarrow \omega\pi \rightarrow \rho\pi\pi$, изображенного на рисунке, существует механизм $\rho \rightarrow \pi\pi \rightarrow \rho\pi\pi$, который здесь не рассматривается. Фоновая часть массового оператора представляет собой разность двух больших вкладов и не определяется надежно. Величина векторной связи $NN\omega$ ($g_{NN\omega} = 15.9$) берется из Боннского потенциала [323], тензорная связь мала. Эффект нерезонансных вкладов для ω -мезона сильнее, чем для ρ -мезона, однако качественные особенности спектрального распределения не изменяются.

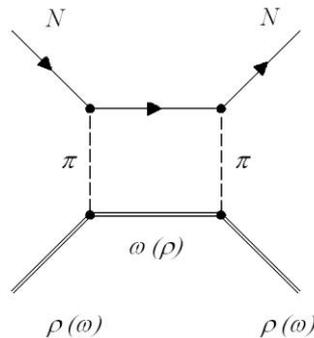


Рисунок 65. Двухпионный обменный механизм, описываемый эффективно как σ -мезонный обмен.

в) Спектральная функция ρ -мезона.

На Рисунке 66 представлена спектральная функция ρ -мезона в ядерной материи при плотности насыщения $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$. Заметен небольшой сдвиг массы в сторону больших значений и уширение. При малых импульсах спектральные функции имеют четкую двухпиковую структуру, которая исчезает при увеличении импульса мезона. Поперечные и продольные спектральные функции имеют похожий вид. Результаты, показанные на

Рисунке 66, находятся в качественном и даже количественном согласии с расчетами в рамках резонансной модели [320]. Этот факт демонстрирует устойчивость существенных особенностей спектральной функции по крайней мере в данном классе моделей.

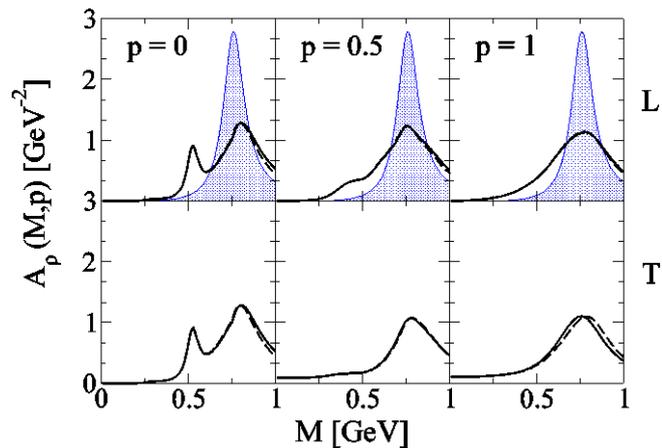


Рисунок 66. Продольная (L) и поперечная (T) спектральные функции в ядерной материи при плотности насыщения для различных импульсов ρ -мезона (в ГэВ). Пунктирные линии обозначают резонансный вклад, сплошные линии представляют результаты расчетов, в которые включены нерезонансные вклады. Заштрихованная область - спектральная функция в вакууме.

Двухпиковая структура может быть интерпретирована, как типичный пример смешивания и отталкивания в двухуровневой задаче (векторный мезон плюс нуклонная дырка и нуклонный резонанс). Первый пик в

спектральной функции возникает за счет смешивания $N\rho$ с $N^*(1520)$. Значение и знак $\Re\Sigma_V$ зависят от массы резонансов. Максимальное смешивание имеет место при вырождении. Когда инвариантная масса векторного мезона плюс нуклон ниже массы нуклонного резонанса, $\Re\Sigma_V$ - отрицательна. По отношению к массе $N^*(1520)$ пик смещен в область меньших масс. Если масса векторного мезона лежит в непосредственной близости своего вакуумного значения, инвариантная масса векторного мезона плюс нуклон находится выше массы соответствующих нуклонных резонансов, в результате чего величина $\Re\Sigma_V$ оказывается положительной. Это означает, что второй пик в спектральной функции векторного мезона смещен по массе несколько выше вакуумного значения.

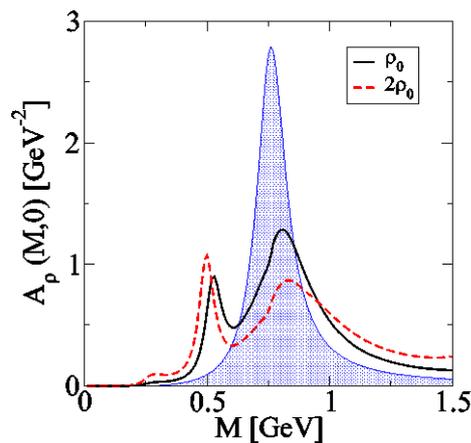


Рисунок 67. Неполаризованная спектральная функция покоящегося в ядерной материи ρ -мезона при плотности насыщения и удвоенной плотности насыщения. Заштрихованная область относится к спектральной функции в вакууме.

На Рисунке 67 показана зависимость спектральной функции от плотности. С увеличением плотности наблюдается некоторое усиление «малого пика», дополнительное размытие и слабое смещение вакуумного пика в сторону больших масс.

Результаты резонансной модели отличаются от результатов эффективной полевой теории [305], в которой существенной зависимости спектральной функции ρ -мезона от плотности не наблюдается. Причина состоит в том, что константы связи с резонансами в работе [305] выбраны существенно меньше, чем в нашей модели (которая, как отмечалось, согласуется с PDG [238] и с анализом Манли и Салески [290]).

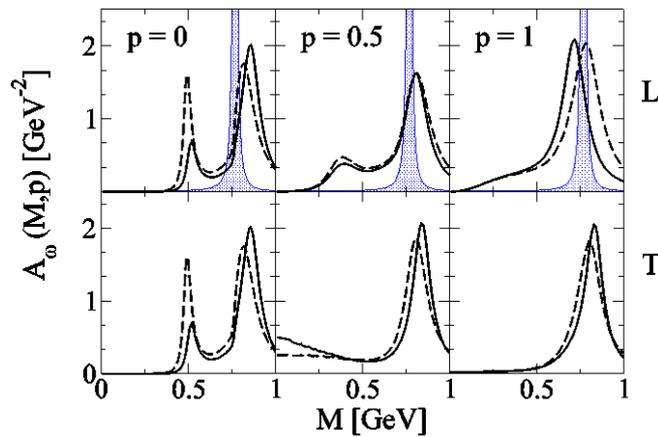


Рисунок 68. Продольная (L) и поперечная (T) спектральные функции в ядерной материи при плотности насыщения для различных импульсов ω -мезона (в ГэВ). Обозначения как на Рисунке 81 с заменой $\rho \leftrightarrow \omega$.

г) Спектральная функция ω -мезона

Для ω -мезона наблюдается поведение, принципиально схожее с ρ -мезоном. В обоих случаях полюсная масса немного сдвинута вверх, пик

существенно размыт. При плотности насыщения получаем ширину ω -мезона около 300 МэВ, что согласуется с нашей оценкой в работе **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, в которой моделировалось и проводилось сравнение с дилептонными данными коллаборации DLS.

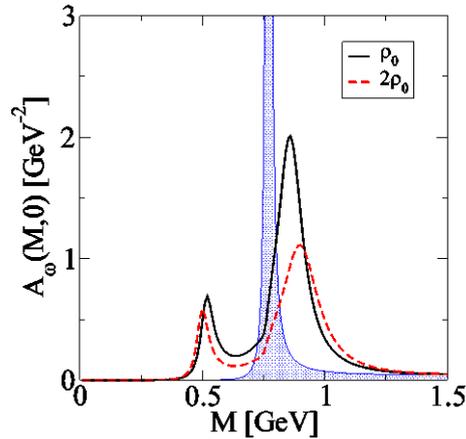


Рисунок 69. Неполяризованная спектральная функция покоящегося в ядерной материи ω -мезона при плотности насыщения и удвоенной плотности насыщения. Заштрихованная область относится к спектральной функции при нулевой плотности.

Связь с низколежащими резонансами приводит к появлению первого пика в спектральной функции при 0.5 ГэВ. С увеличением импульса этот пик размывается и исчезает. В случае ω -мезона влияние нерезонансных вкладов оказывается сильнее, чем для ρ -мезона. Нерезонансные вклады несколько смещают полюс в сторону больших масс. Как обсуждалось подробно в Главе 4.4, NRD + eVMD модель приводит к сильной $N^*(1535)N\omega$ связи. Вторичный пик связан в основном с $N^*(1535)$.

Зависимость неполяризованной спектральной функции ω -мезона в покое от ядерной плотности показана на Рисунке 69. С увеличением плотности наблюдается сдвиг второго пика в сторону более высоких масс, в то время как первый пик слегка смещается в сторону меньших значений масс. Кроме того, высота вторичного пика подавляется.

Сравнивая полученные результаты с результатами других работ, можно отметить, что в резонансной модели [320] добавочный пик не возникает, в то время как ω -мезонная спектральная функция в модели связанных каналов [305] и модели [325] имеет качественное сходство со спектральной функцией настоящей работы. В этих моделях масса ω -мезона сдвигается вверх, ширина увеличивается, возникает вторая ветвь возбуждений, связанная с резонансом $N^*(1535)$. Однако есть количественные отличия. В то время как уширение ω в работах [305] и [325] примерно одинаковое, массовый сдвиг в [305] заметно больше ($\Delta m_\omega \sim 46$ МэВ при ρ_0), чем в [325] ($\Delta m_\omega \sim 10$ МэВ при ρ_0). В нашем случае модификация свойств ω -мезона более существенна: уширение и сдвиг массы более сильные ($\Delta m_\omega \sim 75$ МэВ при ρ_0).

Сравнение с предсказаниями правил сумм КХД [326], [327] представляется затруднительным, потому что эти предсказания зависят от конденсатов высшего порядка. Правила сумм КХД не исключают возможность массового сдвига как вверх, так и вниз. Кроме того, этот подход предполагает, что квазичастичные свойства векторных мезонов сохраняются. Выраженная двухпиковая структура спектральной функции говорит, о том, что в ядерной материи модификация векторных мезонов не ограничивается массовым сдвигом.

д) Самосогласованный расчет

В качестве следующего шага, мы учтем изменения ширины нуклонных резонансов, вызванные модификацией спектральных функций векторных мезонов. После небольшого числа итераций это приводит к самосогласованной схеме вычисления спектральных функций векторных мезонов в ядерной материи.

$$\Sigma_R = \text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} + \dots$$

Рисунок 70. Поправка к массовому оператору нуклонного резонанса R в ядерной среде. Сплошная линия – пропагатор нуклона или резонанса, пунктирная линия – пропагатор векторного мезона V вакууме, двойная пунктирная линия – пропагатор векторного мезона в ядерной среде. Σ_V - массовый оператор векторного мезона. Разложение Σ_V содержит частично-дырочные возбуждения NN^{-1} .

В контексте самосогласованного расчета результаты, представленные в предыдущих разделах, соответствуют первой итерации. Во второй итерации ширины Γ_R^* нуклонных резонансов в среде находятся из усреднения по спектральным функциям векторных мезонов, полученным в результате

первой итерации. Поскольку спектральные функции зависят от импульса p векторного мезона в ядерной среде, ширины нуклонных резонансов в среде зависят от импульса резонанса p_R :

$$\Gamma_R^*(s, |p_R|) = \Gamma_R^{\text{tot}}(s) + \sum_V \int \Gamma_{RNV}(s, M) \Delta A_V(M, |p|) dM^2 \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (4.6.8)$$

где ΔA_V - изменение спектральной функции векторного мезона в среде. Блокировкой распада, связанной с наличием ферми-сферы нуклонов, здесь пренебрегается, поскольку импульс нуклона в распаде, например, $N^*(1520) \rightarrow N\pi$ в покое равен 410 МэВ, что выше ферми-импульса 280 МэВ. Оценки величины эффектов, обусловленных Паули-блокировкой, обсуждаются в Главе 2.1.

Рассмотренный эффект связан с эффектом столкновительного уширения резонансов, поскольку модификация свойств векторных мезонов связана с перерассеянием на нуклонах среды. Уравнение (4.6.8) описывает столкновительное уширение резонанса R за счет обмена ρ - и ω -мезонами между резонансом и нуклонами среды.

Далее собственная энергия векторных мезонов вычисляется по формулам (4.6.1) и (4.6.3), в которые следует подставить $\Gamma_R^*(s, |p_R|)$ на место $\Gamma_R^{\text{tot}}(s)$. Процедура повторяется до тех пор, пока сходимость не станет очевидной.

В результате ширины нуклонных резонансов увеличиваются, в частности, из-за модификации спектральной функции векторных мезонов при малых инвариантных массах. Аналогичный эффект наблюдался в работе [287].

Полученные таким образом самосогласованные спектральные функции векторных мезонов, усредненные по поляризации, показаны на Рисунке 71. Самосогласованность ведет к подавлению малого пика, что качественно согласуется с результатами [320], где изучалась роль самосогласованности в спектральной функции ρ -мезона.

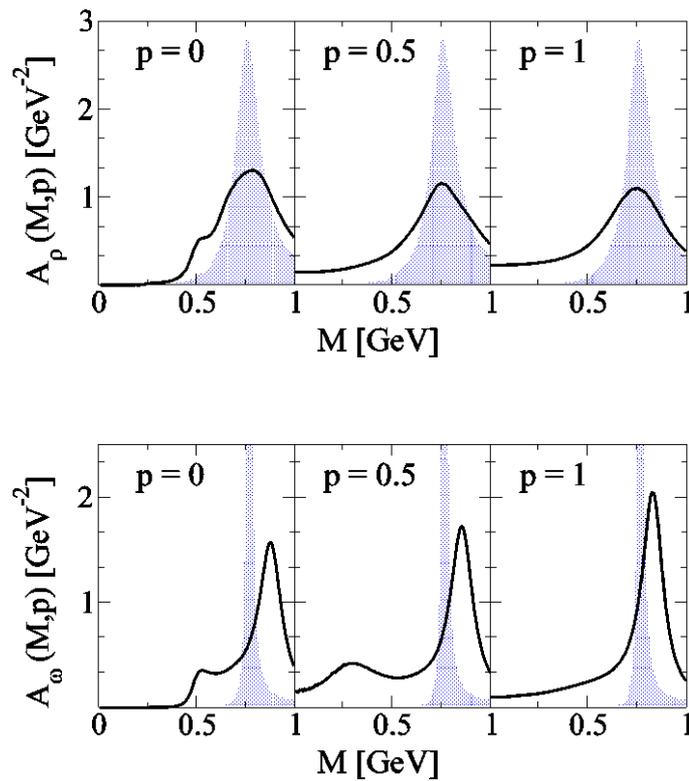


Рисунок 71. Самосогласованная неполяризованная спектральная функция ρ -мезона (верхняя панель) и ω -мезона (нижняя панель) в ядерной материи при плотности насыщения для различных значений импульса относительно ядерной среды (в ГэВ). Заштрихованные области показывают вакуумные спектральные функции.

4.6.2 Рождение дилептонов

В этом разделе предоставлены теоретические расчеты рождения дилептонов в столкновениях тяжелых ионов. Рассмотрена реакция $C + C$ при энергии 2 ГэВ/нуклон, для которой экспериментальные данные были опубликованы коллаборацией NADES. Основная цель заключается в

сравнении с экспериментом расчетов, включающих эффекты среды как в более традиционных схемах, к которым относится столкновительное уширение векторных мезонов и скейлинг Брауна-По, так и в резонансной NRD + eVMD модели, с помощью которой в предыдущем разделе были построены спектральные функции векторных мезонов.

В транспортных расчетах генерировались столкновения с максимальным прицельным параметром $b_{\max} = 6.0$ fm. Дилептоны рождаются в элементарных процессах, рассмотренных в Главах 4.1 - 4.4. После усреднения по экспериментальному разрешению на дилептонный спектр накладывался фильтр, учитывающий эффективность регистрации дилептонов. Фильтрующая функция представлена коллаборацией NADES. Дилептонный пары с углом рождения $\theta_{e^+e^-} \leq 9^\circ$ относительно пучка отбрасывались, также как в эксперименте. Абсолютная шкала дилептонного спектра определялась нормировкой на пионную множественность.

а) Вакуумные спектральные функции

Начнем с анализа процесса рождения дилептонов без учета эффектов среды. На Рисунке 72 показан спектр дилептонов в версии NRD + eVMD. В области масс $m_\pi \leq M \leq 0.4$ ГэВ экспериментальные данные немного недооценены, в области ρ -мезонного пика данные существенно переоценены. Уже сравнение с данными DLS показало, что модель eVMD в вакуумной версии не описывает рождение дилептонов **Ошибка! Источник ссылки не найден.** Однако вакуумное приближение является хорошим ориентиром для выделения источников, определяющих спектр. После того, как доминирующие источники индивидуализированы, можно рассмотреть отдельно их модификацию в связи с эффектами среды. С этой целью на рисунке мы также показываем отдельно вклады распадов

псевдоскалярных π^0 - и η -мезонов и всех N^* , а также Δ резонансов. Кроме того, показан вклад канала $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$.

Множественность выхода η -мезонов, $M_\eta(4\pi)[10^{-4}] = 330$, для рассматриваемой реакции $C + C$ при 2 АГЭВ находится в согласии с экспериментальными данными коллаборации TAPS: $M_\eta(4\pi)[10^{-4}] = 294 \pm 46$ [328].

В сравнении с результатами [329] мы видим более высокий выход дилептонов в области пика. Эта особенность возникает из-за сильной $\omega N^*(1535)$ связи, как обсуждается предыдущих разделах. Во-вторых, дополнительное усиление связано с учетом правил кваркового счета в переходных форм-факторах резонансов.

Правильная оценка вклада ω особенно важна для извлечения столкновительной ширины ω . Область низких масса имеет решающее значение для понимания «DLS парадокса». В настоящей версии выход дилептонов в области малых масс в 2 раза меньше, чем в работе [329]. Тормозное излучение не может объяснить это отклонение, так как при энергии 2 АГЭВ оно не существенно [330].

Отличия в предсказаниях транспортных моделей возникают из двух дополнительных источников, а именно вклада η и распада Далинца. Для распада η , который доминирует при низких массах дилептонов, мы получаем вполне стандартные значения **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, [329], [331], [332], [333]. Основное отличие проистекает из оценки распада $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$. Результаты настоящего вычисления близки к работе [332] и примерно в 5 раз ниже, чем в работе [329]. Для интерпретации спектра дилептонов в маломассивной области это разногласие имеет решающее значение. Проблемы с распадом Далица $\Delta(1232)$ возникли уже на

кинематическом уровне, где теоретические расчеты ведущих групп, как оказалось, попарно не согласуются друг с другом (см. раздел 4.4).

В настоящей работе мы работаем с eVMD параметризацией, фиксированной в предыдущих разделах. Эта параметризация ковариантна, кинематически полна и использует для определения параметров все существующие данные по фоторождению, электророждению и радиационным распадам.

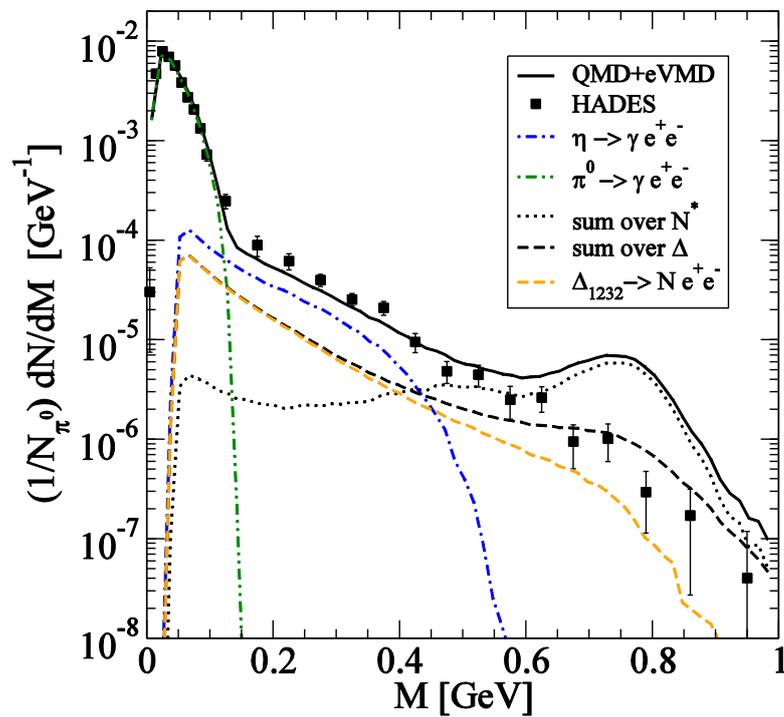


Рисунок 72. Дилептонный спектр в реакции $C + C$ при энергии 2 АГэВ в вакуумной версии NRD + eVMD модели в сравнении с данными HADES.

В работе [329] используется параметризация [227]. Та же параметризация используется в генераторе событий PLUTO группы HADES [334]. Эрнст с соавторами [227] учитывают доминирующий магнитный переход с

постоянным форм-фактором, что является приближением, ведущим к переоценке выхода дилептонов. Кроме того, кинематические факторы распада Далица $\Delta(1232)$ в работах [227] неверны, как обсуждается в разделе 4.4. В последние годы коллаборация HADES оценивает распад $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$ по формулам раздела 4.4.

б) Столкновительное уширение

Обратимся к эффекту столкновительного уширения. На Рисунке 73 данные HADES сравниваются с расчетами, сделанными с вакуумной спектральной функцией векторных мезонов с измененной шириной

$$\Gamma_V^{\text{tot}}(\rho) = \Gamma_V^{\text{vac}} + \rho/\rho_0 \Gamma_V^{\text{coll}}(\rho_0),$$

где ρ_B - плотность.

Рисунок 73 (а) относится к значениям ширин $\Gamma_\rho^{\text{tot}}(\rho_0) = 200$ и $\Gamma_\omega^{\text{tot}}(\rho_0) = 60$ МэВ, полученным, соответственно, коллаборациями CLAS [335] и TAPS [328]. Рисунок (б) относится к $\Gamma_\rho^{\text{tot}}(\rho_0) = 250$ и $\Gamma_\omega^{\text{tot}}(\rho_0) = 125$ МэВ; эти значения представляют нижнюю границу для полной ширины в анализе данных коллаборации DLS. Согласно этому анализу полная ширина равна 300 МэВ и 200-300 МэВ, соответственно, для ρ - и ω -мезонов при плотности $1.5\rho_0$.

Подавление пика, как и следовало ожидать, более выражено в случае (б). Это можно понять качественно, если учесть, что парциальная ширина распада векторного мезона на дилептонную пару обратно пропорциональна $\Gamma_V^{\text{tot}}(\rho)$. Распад на дилептонную пару конкурирует с процессом развала векторных мезонов в результате перерассеяния на нуклоах среды.

Теоретическая кривая при $M \sim 0.7$ ГэВ проходит выше экспериментальных данных в основном за счет значительного вклада $N^*(1535)$. Далиц распад этого резонанса играет доминирующую роль в

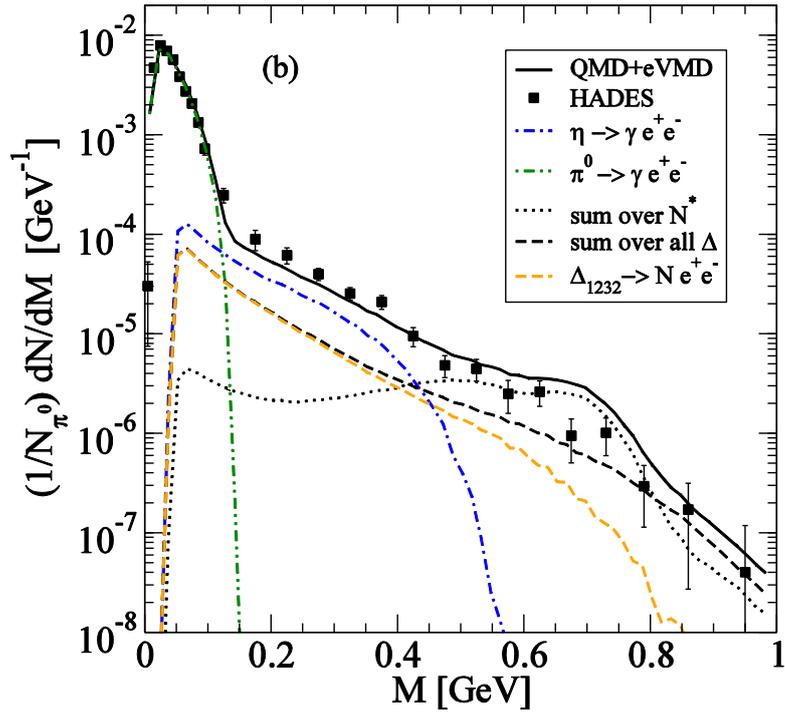
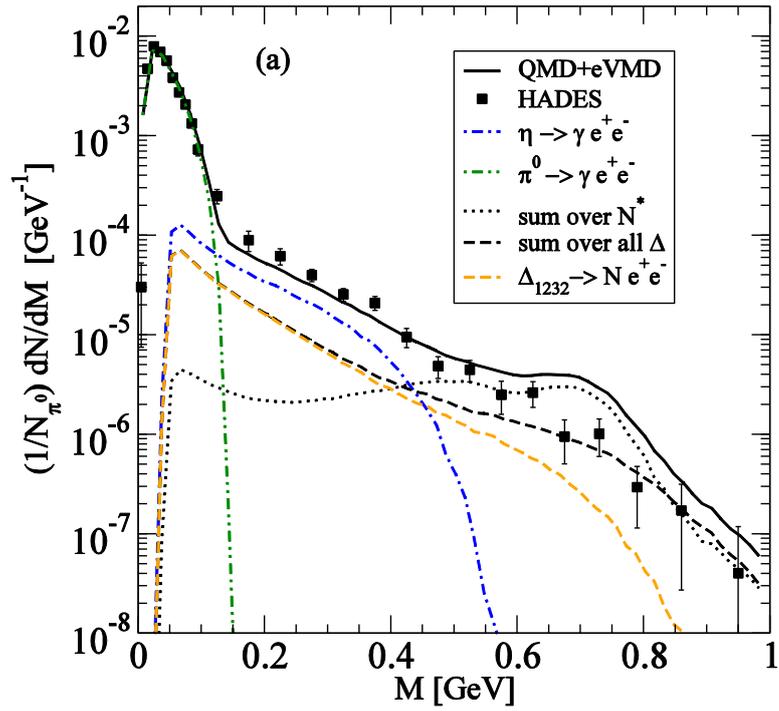


Рисунок 73. Дилептонный спектр в С + С соударениях при 2.0 АГэВ для модифицированных ширин ρ и ω : (a) $\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 200$ и $\Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 60$ МэВ, (b)

$\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 250$ и $\Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 125$ МэВ – в сравнении с данными HADES.

определении дилептонного спектра в области масс векторных мезонов. Данные HADES, как может показаться, указывают на меньший вклад резонанса $N^*(1535)$. Однако рождение дилептонов в pp столкновениях, как было показано ранее, хорошо описывается с сильной связью $\omega N^*(1535)$.

Мы приходим к выводу, что данные HADES указывают на некоторую более существенную модификацию свойств векторных мезонов, чем это диктуется одним столкновительным уширением. Энергетическая зависимость полной ширины векторных мезонов не изменяет качественные особенности спектра.

в) Сценарий уменьшения массы

Сценарий Брауна-Ро уменьшения массы векторных мезонов широко обсуждается в литературе. Мы выполним расчет дилептонного спектра для этого сценария, добавив к нему дополнительный, безусловно реалистичный элемент - столкновительное уширение векторных мезонов, рассмотренное в предыдущем разделе. Масса векторных мезонов изменяется согласно

$$m_V^* = m_V(1 - \alpha\rho_B/\rho_0),$$

где $\alpha = 0.2$. Результаты показаны на Рисунке 74 для двух наборов параметров: $\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 200$ и $\Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 60$ МэВ и $\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 250$ и $\Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 125$ МэВ.

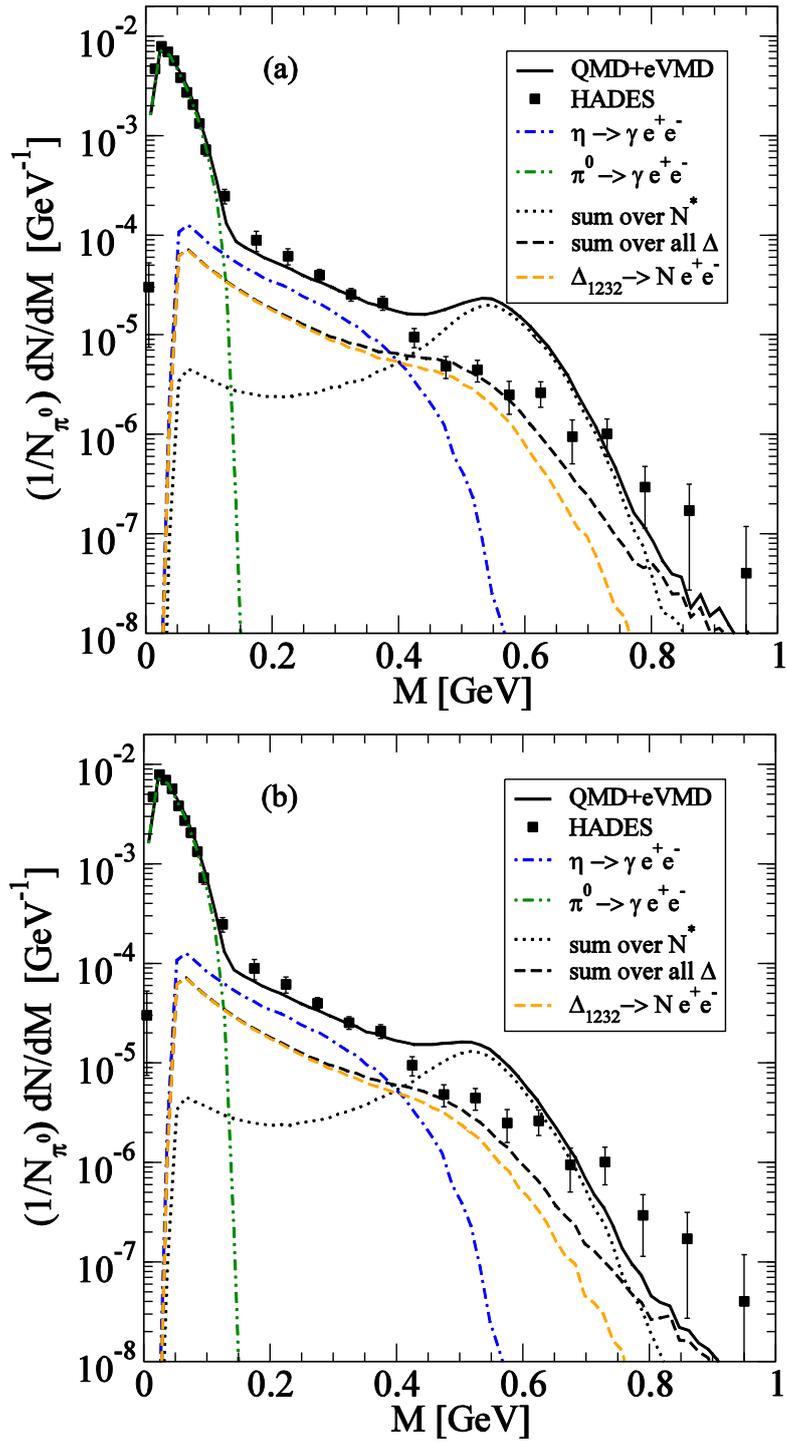


Рисунок 74. Дилептонный спектр в столкновениях C + C при энергии 2.0 АГэВ с учетом скейлинга масс векторных мезонов $m_V^* = m_V(1 - \alpha\rho_B/\rho_0)$ для двух наборов полных ширин ρ - и ω -мезонов: (а)

$$\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 200 \quad \text{и} \quad \Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 60 \quad \text{МэВ}, \quad (\text{b})$$

$$\Gamma_{\rho}^{\text{tot}}(\rho_0) = 250 \quad \text{и} \quad \Gamma_{\omega}^{\text{tot}}(\rho_0) = 125 \quad \text{МэВ}.$$

Включение скейлинга смещает максимум спектра в сторону низких масс, что приводит к завышению предсказаний в области $0.4 \leq M \leq 0.7$ ГэВ. В то же время при больших инвариантных массах экспериментальные данные идут систематически выше теоретической кривой. Если столкновительную ширину положить равной нулю, согласие с экспериментом только ухудшится.

Сходная недооценка выхода дилептонов в области пика векторных мезонов в сценарии скейлинга наблюдалось в данных коллаборации CERES [85]. Анализ CERES, однако, учитывает только вклад ρ -мезона.

Таким образом, скейлинг по Брауну-Ро слишком схематичен, чтобы объяснить или просто улучшить описание дилептонного спектра. Этот вывод согласуется с теоретическим анализом дилептонных данных DLS при 1 АГэВ [75].

г) Полные спектральные функции

Перейдем теперь к изучению свойств дилептонного спектра, полученного с помощью полных спектральных функций векторных мезонов в NRD + eVMD модели. На Рисунке 75 (а) представлен спектр дилептонов после первой итерации, не учитывающей уширение нуклонных резонансов.

В области $0.45 \leq M \leq 0.75$ ГэВ эффект спектральных функций сводится к уменьшению теоретического выхода дилептонов, что не согласуется с данными. Происхождение эффекта связано со свойствами спектральных

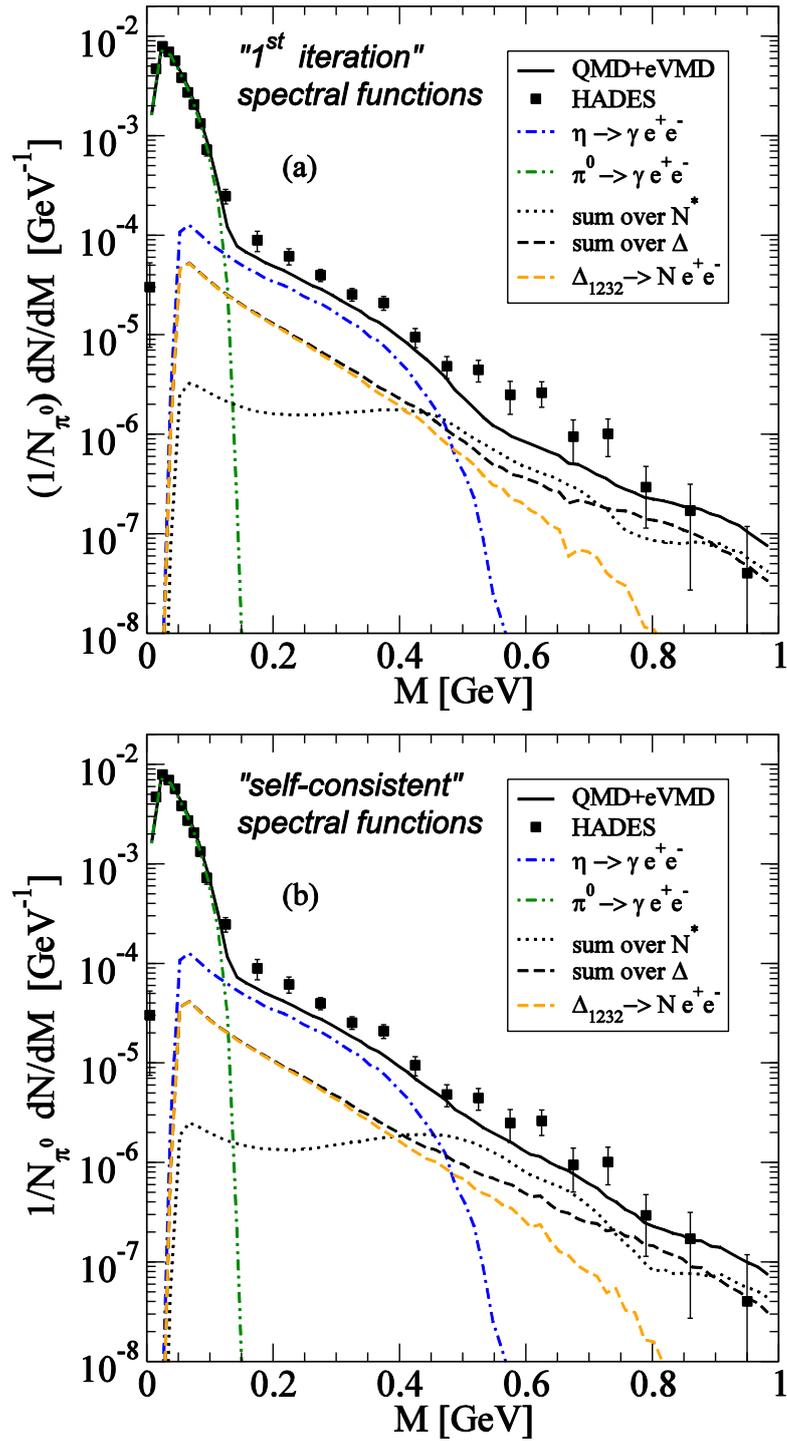


Рисунок 75. Дилептонный спектр в С + С столкновениях при 2.0 АГэВ в модели NRM + eVMD с учетом спектральных функций векторных мезонов: (а) - столкновительная ширина резонансов не учитывается, (б) -

столкновительная ширина резонансов
учитывается самосогласованно.

функций, которые обуславливают характерную структуру переходных форм-факторов, как показано на Рисунке 76. В области масс $0.45 \leq M \leq 0.75$ после первой итерации имеет место подавление форм-факторов, что приводит к подавлению выхода дилептонов.

Поведение форм-факторов в интервале $0.45 \leq M \leq 0.75$ ГэВ определяется в основном мнимой частью собственной энергии. Главный вклад в величину $\Im \Sigma_V^{\text{tot}}(M)$ дают резонансы $N^*(1520)$ и $N^*(1535)$. На Рисунке 77 показана величина $\Im \Sigma_V^{\text{tot}}(M)$ как функция инвариантной массы. Возникновение соответствующих структур является характерной особенностью класса моделей, в которых векторные мезоны смешиваются с состояниями $N^* N^{-1}$.

Включение столкновительной ширины резонансов выполаживает функцию $\Im \Sigma_V^{\text{tot}}(M)$, что сказывается на спектре дилептонов. Полученные результаты показаны на Рисунке 77 (б). Учет модификации нуклонных резонансов в среде смещает теоретический спектр ближе к экспериментальным данным.

Фиксация параметров NRM + eVMD модели из описания элементарных процессов и параметров транспортной модели RQMD из описания коллективных процессов в столкновении тяжелых ионов позволяет вполне надежно описать дилептонный спектр при $M \geq 0.4$ ГэВ.

Что касается области масс $m_\pi \leq M \leq 0.4$ ГэВ, рассмотренная здесь модель спектральной функции векторных мезонов не дает естественного решения проблемы недооценки экспериментальных данных. Таким образом, можно сделать вывод, что для объяснения выхода дилептонов в области малых масс

необходимо учитывать дополнительные эффекты и/или источники дилептонов.

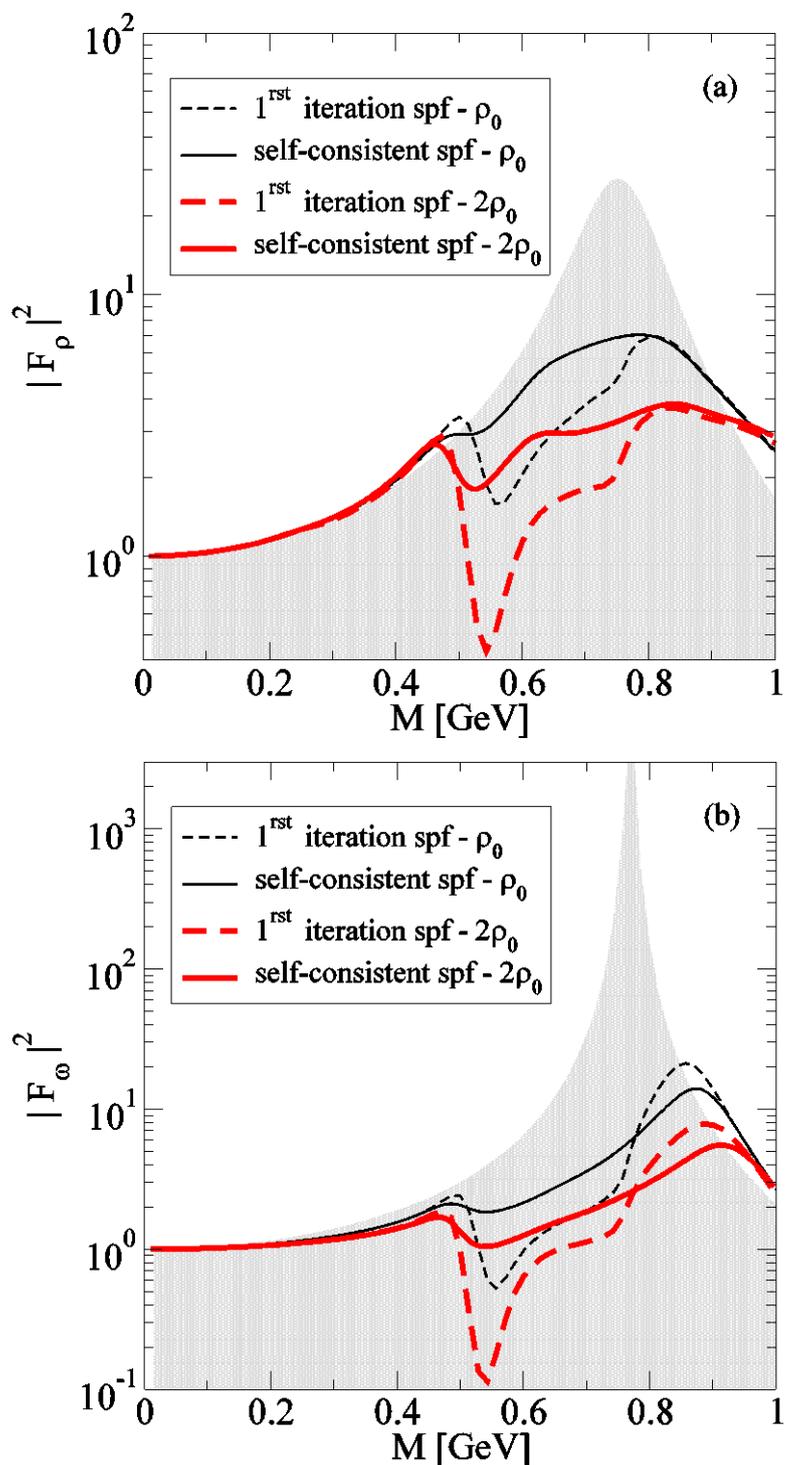


Рисунок 76. Квадрат модуля (а) изовекторного и (б) изоскалярного VMD

форм-факторов при плотности насыщения и удвоенной плотности насыщения. Пунктирные линии соответствуют первой итерации с нулевой столкновительной шириной нуклонных резонансов. Сплошные линии – результат самосогласованного вычисления. Затемненные области – вакуумные спектральные функции ρ и ω .

4.6.3 Заключение

Мы изучили модификацию свойств ρ - и ω -мезонов в ядерной материи в рамках ϵ VMD и эффективной резонансной модели неупругого NN рассеяния. Для векторных мезонов обнаружена значительная модификация спектральной плотности, которая в целом смещена в сторону меньших инвариантных масс. В области небольших импульсов, связь ρ -мезона с каналом $N^*(1520)N^{-1}$ и ω -мезона с каналом $N^*(1535)N^{-1}$ приводит к выраженным двойным пикам спектральной функции. В первом приближении спектральные функции найдены исходя из вакуумных свойств нуклонных резонансов. Далее учтено обратное влияние модифицированных мезонов на свойства нуклонных резонансов в ядерном веществе. В самосогласованной схеме свойства спектральных функций определяются в основном каналами $N^*(1520)N^{-1}$ и $N^*(1535)N^{-1}$.

В качестве следующего шага исследовано влияние среды на рождение дилептонов в столкновениях тяжелых ионов. Дилептонный спектр бы вычислен для соударений $C + C$ при энергии 2.04А ГэВ, где были представлены данные коллаборацией HADES.

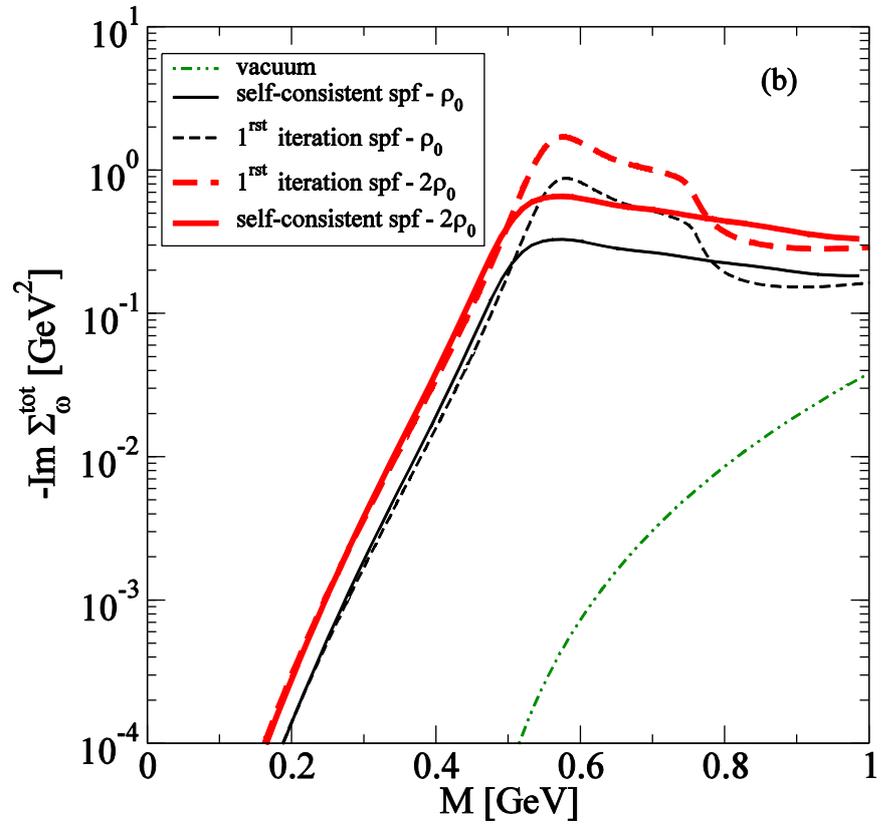
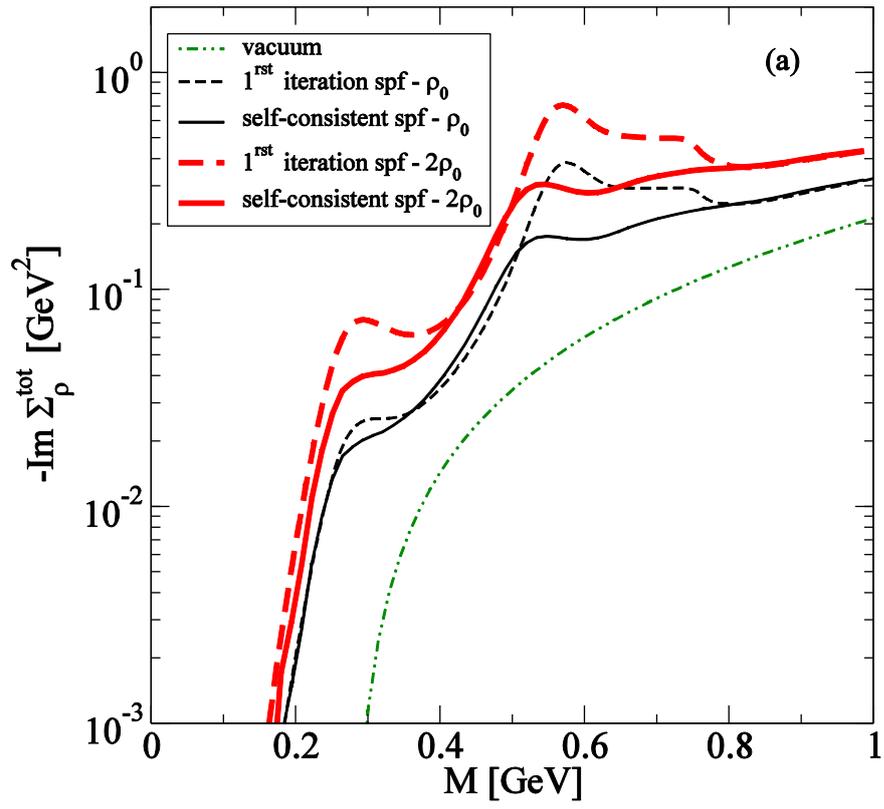


Рисунок 77. Мнимая часть собственной энергии (а) ρ -мезона и (б) ω -мезона в вакууме (штрих-пунктирные линии), при плотности ρ_0 и $2\rho_0$ - первая итерация (пунктирные линии) и самосогласованная схема (сплошные линии).

В феноменологической схеме, допускающей столкновительное уширение векторных мезонов, требуется существенная модификация ширины. В феноменологических схемах, допускающих столкновительное уширение и значительное уменьшение массы векторных мезонов, выход дилептонов превышает экспериментальные значения ниже m_ρ , в то же время возникает дефицит дилептонов в окрестности m_ρ и при более высоких инвариантных массах.

Без модификации свойств нуклонных резонансов в ядерной среде не удастся прийти к удовлетворительному описанию дилептонного спектра. В то же время самосогласованный расчет спектральной функции векторных мезонов, учитывающий уширение нуклонных резонансов в среде, дает удовлетворительное описание экспериментальных данных. В настоящих расчетах использована та же схема с теми же параметрами, которые использовались ранее для описания элементарных процессов и данных по рождению дилептонов в NN столкновениях и столкновениях тяжелых ионов, представленных коллаборацией DLS.

ТРАНСПОРТ В МЕТОДЕ КВАНТОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

В квантовой механике системы могут быть описаны квантово-механически в фазовом пространстве с помощью функции Вигнера и операции стар-произведения. Квантовые характеристики, которые появляются в картине Гейзенберга как символы Вейля операторов канонических координат и импульсов, могут быть использованы для решения эволюционных уравнений символов Вейля других операторов, действующих в гильбертовом пространстве. В любом фиксированном порядке разложения по постоянной Планка задача потенциального рассеяния многих тел, и в общем случае эволюции, сводится к статистико-механической задаче вычисления ансамбля квантовых характеристик и их полей Якоби. Сведение эволюции к конечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка возможно в любом фиксированном порядке постоянной Планка. Мы проводим квазиклассическое разложение квантовых характеристик в задаче многих тел и показываем, каким образом проводится расчет зависящих от времени средних значений физических наблюдаемых. Метод квантовых характеристик допускает последовательное включение специфических квантовых эффектов, таких как нелокальность и когерентность в распространении частиц, в транспортные модели.

Деформационное квантование привлекало повышенный интерес в последние десятилетия. Оно использует, во-первых, правило ассоциации Вигнера-Вейля [359], [360], которое устанавливает взаимно-однозначное соответствие между функциями в фазовом пространстве и операторами в гильбертовом пространстве. Функция Вигнера при этом появляется как символ Вейля матрицы плотности. Очень удачная формулировка правила ассоциации Вигнера-Вейля была предложена Гроенвольдом [361] (см. также [363]).

Гроенвольд [361] установил в замкнутом виде правила квантово-механической эволюции систем в фазовом пространстве с помощью \star -произведения (произносится «стар-произведение») в фазовом пространстве. Квантовая эволюция определяется кососимметричной частью \star -произведения, которая известна как синус-скобка или скобка Мойла [362]. Скобка Мойла представляет собой квантовую деформацию скобки Пуассона. Эволюция квантовых систем в фазовом пространстве сохраняет многие черты классической гамильтоновой динамики.

Таким образом, деформационное квантование основывается на двух составляющих: правило ассоциации Вигнера-Вейля и скобка Мойла.

Существует обширная литература по формулировке квантовой механики в фазовом пространстве и \star -произведению. Мы отсылаем читателя к обзорам [364], [365], в которых можно найти дальнейшие ссылки. Функция Вигнера нашла многочисленные применения в физике многих тел, в кинетической теории, теории столкновений и квантовой химии. Транспортные модели, созданные первоначально для моделирования химических реакций, были модифицированы и широко используются для описания столкновений тяжелых ионов.

В последнее время были предприняты попытки использовать специфические свойства \star -произведения для расчета поправок к правилу квантования Бора-Зоммерфельда [366] и для вычисления детерминантов однопетлевых операторов, которые возникают в теории поля [367]. В работе [368] развита диаграммная техника для вычисления символов составных операторов в высших порядках разложения по постоянной Планка.

В физике тяжелых ионов транспортные модели предназначены для феноменологического описания сложной динамики ядерных столкновений. Существует несколько продвинутых типов транспортных моделей, основанных на уравнении Больцмана-Уелинга-Уленбека (БУУ) [371], [372], на методах (релятивистской) квантовой молекулярной динамики [46], [48], [370] (QMD/AMD). Эти подходы

могут быть обоснованы в классическом пределе. Они содержат в качестве надстройки и специальные квантово-механические черты, такие, например, как блокировка Паули для бинарных столкновений фермионов. Численные решения реализуются путем распространения тест-частиц (БУУ) или центроидов волновых пакетов (QMD, AMD) по классическим траекториям в фазовом пространстве. В случае с AMD, волновые пакеты являются антисимметризованными в соответствии с их параметрами. Транспортные модели обеспечивают солидную феноменологическую основу для описания различных сложных ядерных явлений. Квантовые эффекты когерентности и нелокальности, однако, выходят за рамки этих моделей. Проблема внутренней согласованности приближений остается предметом обсуждений, стимулируя дальнейшее развитие транспортных моделей (см., например, [46], [47] и приведенные там ссылки).

Самой поразительной особенностью транспортных моделей, очевидно, является картина траекторий в фазовом пространстве, по которым распространяются частицы или их волновые пакеты. Рассеяние классических частиц может быть рассчитано с помощью стандартных компьютерных программ для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В то же время эволюция волновых функций многих частиц представляет собой теоретико-полевою задачу с бесконечным числом степеней свободы, которая не решается ни аналитически, ни численно.

Любое моделирование многочастичной квантовой динамики, очевидно, должно опираться на траектории как на тот, по-видимому, единственный атрибут систем, который позволяет получить доступ к приближенному численному моделированию эволюции.

Понятие фазовой траектории совершенно естественно возникает в формализме деформационного квантования через преобразование Вейля операторов канонических координат и импульсов в представлении Гейзенберга. Эти траектории подчиняются квантовым уравнениям Гамильтона и играют роль квантовых характеристик, с помощью которых находятся зависящие от времени Вейлевские сим-

волы всех остальных операторов. В классическом пределе квантовые характеристики превращаются в классические траектории. Знание квантового фазового потока - всех квантовых траекторий - эквивалентно знанию квантовой динамики.

В этой главе мы проводим квазиклассическое разложение квантовых характеристик в задаче эволюции многих тел, имея в виду задачи рассеяния, и развиваем формализм для расчета средних значений зависящих от времени физических наблюдаемых и, в частности, сечений рассеяния.

Мы покажем, что для любого фиксированного порядка \hbar достаточно работать с квантовыми характеристиками, при условии, что уравнения движения и правила вычисления зависящих от времени средних значений физических наблюдаемых модифицируются в сравнении с соответствующими правилами классической механики и правилами расчета вероятностей в статистической механике классических систем. Проблема квантовой эволюции сводится тем самым к статистико-механической проблеме. Можно надеяться, что уже в первых порядках по \hbar метод квантовых характеристик ухватывает основные черты квантового поведения многочастичных систем, будучи в то же время численно эффективным.

Таким образом, мы предлагаем самосогласованный нерелятивистский квантово-механический подход для решения задачи потенциального рассеяния многих частиц. Метод основан на квазиклассическом разложении квантовых характеристик и разложении \star -функций («стар-функций») квантовых характеристик в степенной ряд по постоянной Планка. Эволюционные уравнения представляют собой систему связанных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка для квантовых траекторий в фазовом пространстве и ассоциированных с ними полей Якоби (производных траекторий по начальным координатам и импульсам).

В следующем разделе мы опишем правило ассоциации Вигнера-Вейля и введем понятие \star -произведения. Раздел 5.2 посвящен свойствам квантовых характеристик. Мы исследуем преобразование канонических переменных и функций в

фазовом пространстве при унитарных преобразованиях исходя из соответствия Вигнера-Вейля. Роль квантовых характеристик совпадает с ролью классических характеристик в решении классического уравнения Лиувилля. Заметим, что квантовые характеристики отличны от траекторий теории де Бройля - Бома.

Раздел 5.3 посвящен квазиклассическому разложению \star -функций вокруг обычных функций.

Результаты этого раздела применяется далее к разложению \star -функций квантовых характеристик. Квантовые характеристики раскладываются в степенной ряд по \hbar , далее получена система связанных ОДУ для квантовых характеристик и ассоциированных с ними полей Якоби.

Численные методы решения задачи эволюции с помощью предложенного метода и расчет средних значений физических наблюдаемых обсуждаются в разделе 5.4.

5.1 Правило соответствия Вигнера-Вейля и \star -произведение

В рамках гамильтонова формализма классические системы с n степенями свободы описываются $2n$ каноническими координатами и импульсами

$$\xi^i = (q^1, \dots, q^n, p_1, \dots, p_n),$$

на которых скобка Пуассона принимает простой вид

$$\{\xi^k, \xi^l\} = -I^{kl}.$$

Матрица I^{kl} задана выражением

$$\|I\| = \begin{vmatrix} 0 & -E_n \\ E_n & 0 \end{vmatrix},$$

где E_n - единичная матрица.

В квантовой механике каноническим переменным сопоставляются операторы канонических координат и импульсов

$$\mathfrak{x}^i = (q^1, \dots, q^n, p_1, \dots, p_n) \in Op(L^2(\mathbb{R}^n))$$

в гильбертовом пространстве. Эти операторы подчиняются коммутационным соотношениям

$$[\mathfrak{x}^k, \mathfrak{x}^l] = -i\hbar I^{kl}.$$

Везде далее операторы обозначаются буквами готического алфавита, функции в фазовом пространстве обозначаются буквами латинского алфавита.

Правило Вигнера-Вейля распространяет соответствие $\xi^i \leftrightarrow \mathfrak{x}^i$ на произвольные функции и операторы. Набор операторов f , действующих в гильбертовом пространстве, представляет собой множество, замкнутое относительно умножения на c -числа и суммирования. Это множество образует некоторое векторное пространство. Оказывается, что элементы его базиса нумеруются каноническими переменными ξ^i .

Обычно используется базис Вейля

$$\mathfrak{B}(\xi) = (2\pi\hbar)^n \delta^{2n}(\xi - \mathfrak{x}) = \int \frac{d^{2n}\eta}{(2\pi\hbar)^n} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \eta_k (\xi - \mathfrak{x})^k\right). \quad (5.1.1)$$

Правило соответствия $f(\xi) \leftrightarrow f$ имеет простой вид

$$\begin{aligned} f(\xi) &= Tr[\mathfrak{B}(\xi)f], \\ f &= \int \frac{d^{2n}\xi}{(2\pi\hbar)^n} f(\xi)\mathfrak{B}(\xi). \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

В частности, $\xi^i = Tr[\mathfrak{B}(\xi)\mathfrak{x}^i]$. Обратное соответствие $\xi^i \rightarrow \mathfrak{x}^i$, которое задается второй строкой, также выполняется.

Функцию $f(\xi)$ можно интерпретировать как координату f в базисе $\mathfrak{B}(\xi)$, а $Tr[\mathfrak{B}(\xi)f]$ как скалярное произведение f и $\mathfrak{B}(\xi)$.

Другие операторные базисы также обсуждаются [365].

Множество операторов замкнуто не только относительно сложения, но также относительно умножения. Векторное пространство приобретает тем самым

структуру ассоциативной алгебры. Для любых двух функций $f(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)f]$ и $g(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)g]$ можно построить третью функцию

$$f(\xi) \star g(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)fg]. \quad (5.1.3)$$

Она называется \star -произведением $f(\xi)$ и $g(\xi)$. В явном виде \star -произведение задается в виде

$$f(\xi) \star g(\xi) = f(\xi) \exp\left(\frac{i\hbar}{2} \mathcal{P}\right) g(\xi), \quad (5.1.4)$$

где

$$\mathcal{P} = -I^{kl} \overrightarrow{\frac{\partial}{\partial \xi^k} \frac{\partial}{\partial \xi^l}}$$

- оператор Пуассона.

\star -произведение распадается на симметричную и кососимметричную части

$$f \star g = f \circ g + \frac{i\hbar}{2} f \wedge g. \quad (5.1.5)$$

Кососимметричная составляющая $f \wedge g$ известна как синус-скобка или скобка Мюля.

Символ Вейля симметризованного произведения операторов канонических координат и импульсов $\mathfrak{x}^{i_1} \mathfrak{x}^{i_2} \dots \mathfrak{x}^{i_s}$ совпадает с точечным (обычным) произведением

$$Tr[\mathfrak{B}(\xi) \mathfrak{x}^{(i_1} \mathfrak{x}^{i_2} \dots \mathfrak{x}^{i_s)}] = \xi^{i_1} \dots \xi^{i_s},$$

которое симметрично относительно перестановок индексов. Симметризованное произведение эрмитовых операторов u^i соответствует симметризованному \star -произведению вещественной функции $u^i(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)u^i]$:

$$Tr[\mathfrak{B}(\xi) u^{(i_1} u^{i_2} \dots u^{i_s)}] = u^{(i_1}(\xi) \circ u^{i_2}(\xi) \circ \dots \circ u^{i_s)}(\xi).$$

\circ -произведение не ассоциативно.

Правило соответствия Вейля $f(\xi) \rightarrow \mathfrak{f}$ первоначально было сформулировано в терминах разложения Тейлора. Рассмотрим разложение произвольной функции вблизи нуля

$$f(\xi) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} \xi^{i_1} \dots \xi^{i_s}.$$

По правилу Вейля [359] функции $f(\xi)$ сопоставляется оператор

$$\mathfrak{f}_T = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} \mathfrak{x}^{i_1} \dots \mathfrak{x}^{i_s}.$$

Заметим, что индексы, по которым проводится суммирование, автоматически симметризованы. Простое вычисление,

$$\begin{aligned} f_T(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)\mathfrak{f}_T] &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} \xi^{i_1} \star \dots \star \xi^{i_s} \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} \xi^{i_1} \dots \xi^{i_s}, \end{aligned}$$

показывает, что разложение Тейлора по произведению операторов канонических координат и импульсов дает правило соответствия, полностью эквивалентное (5.1.2). Таким образом, можно утверждать, что $f_T(\xi) = f(\xi)$ и $\mathfrak{f}_T = \mathfrak{f}$. Имеет поэтому смысл обозначение $\mathfrak{f} = f(\mathfrak{r})$.

Можно показать, что правило соответствия Вигнера $f(\xi) \leftarrow \mathfrak{f}$, сформулированное для матрицы плотности [360], эквивалентно первой строке уравнений (5.1.2).

Среднее значение физической наблюдаемой \mathfrak{f} находится как след произведения $\mathfrak{f}\mathfrak{r}$, где \mathfrak{r} - матрица плотности, или, эквивалентно, путем усреднения в фазовом пространстве функции $f(\xi)$ по функции Вигнера

$$W(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)\mathfrak{r}].$$

Поскольку $tr[\mathfrak{r}] = 1$, функция Вигнера нормирована на единицу

$$\int \frac{d^{2n}\xi}{(2\pi\hbar)^n} W(\xi) = 1.$$

Если $\mathfrak{f} \leftrightarrow f(\xi)$ и $\mathfrak{r} \leftrightarrow W(\xi)$, то

$$Tr[\mathfrak{f}\mathfrak{r}] = \int \frac{d^{2n}\xi}{(2\pi\hbar)^n} f(\xi) \star W(\xi) = \int \frac{d^{2n}\xi}{(2\pi\hbar)^n} f(\xi)W(\xi).$$

В данном случае \star -произведение может быть заменено на точечное произведение, поскольку производные \star -произведения сводятся к поверхностным интегралам, которые могут быть опущены.

5.2 Квантовые траектории в фазовом пространстве как характеристики

Этот раздел посвящен изучению трансформационных свойств символов Вейля операторов под действием непрерывных унитарных преобразований. Однопараметрическое семейство унитарных преобразований, действующее на операторы канонических переменных, в силу соответствия Вейля, генерирует в фазовом пространстве некоторые траектории. Знание этих траекторий, как мы установим, эквивалентно знанию квантовой динамики. В частности, зависящие от времени символы операторов являются функционалами таких траекторий. В этом смысле траекторий в фазовом пространстве играют выделенную роль, вполне аналогичную роли классических траекторий в решении уравнения Лиувилля.

Уравнение Лиувилля является уравнением в частных производных. Его общее решение, как известно, можно представить с помощью характеристик. Характеристиками уравнения Лиувилля являются классические траектории частиц.

Квантовые траектории, оказывается, играют совершенно аналогичную роль в решении квантового уравнения Лиувилля – уравнения Неймана. По этой причине мы называем их «квантовыми характеристиками».

Напомним, что интерес к квантовым характеристикам связан с особой ролью траекторий, которую они играют в транспортных моделях.

6.2.1 Образ Вейля унитарного преобразования

Рассмотрим некоторое унитарное преобразование: $f \rightarrow f' = \mathcal{U}^+ f \mathcal{U}$, где $\mathcal{U}^+ \mathcal{U} = \mathcal{U} \mathcal{U}^+ = 1$. Операторы канонических переменных преобразуются согласно

$$x^i \rightarrow x'^i = \mathcal{U}^+ x^i \mathcal{U},$$

в то время как их вейлевские символы - по закону

$$\xi^i \rightarrow \xi'^i = Tr[\mathcal{B}(\xi) \mathcal{U}^+ x^i \mathcal{U}].$$

Определим

$$u^i(\xi) = Tr[\mathcal{B}(\xi) \mathcal{U}^+ x^i \mathcal{U}]. \quad (5.2.1)$$

Таким образом, унитарное преобразование $f \rightarrow f' = \mathcal{U}^+ f \mathcal{U}$ в пространстве $Op(L^2(\mathbb{R}^n))$ генерирует по правилу соответствия Вигнера некоторое преобразование в фазовом пространстве. Это преобразование *не* является каноническим (см. ниже), мы называем его «унитарным».

Преобразование функции $f(\xi)$ при унитарном преобразовании имеет вид

$$\begin{aligned} f(\xi) \rightarrow f'(\xi) &= Tr[\mathcal{B}(\xi) f'] = Tr[\mathcal{B}(\xi) \mathcal{U}^+ f \mathcal{U}] \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} Tr[\mathcal{B}(\xi) \mathcal{U}^+ x^{i_1} \dots x^{i_s} \mathcal{U}] \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} Tr[\mathcal{B}(\xi) x'^{i_1} \dots x'^{i_s}] \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{\partial^s f(0)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_s}} u^{i_1}(\xi) \star \dots \star u^{i_s}(\xi) \\ &\equiv f(\star u(\xi)). \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

Это выражение служит определением \star -функции.

\star -произведение здесь может быть замещено \circ -произведением. \circ -произведение в свою очередь содержит четные степени постоянной Планка.

Следовательно, разложение $f(\star u(\xi))$ вокруг $f(u(\xi))$ также содержит лишь четные степени \hbar .

В общем случае $f(\star u(\xi)) = f(\circ u(\xi)) \neq f(u(\xi))$. При условии, что $u^i(\xi)$ - линейная функция ξ^i $f(\star u(\xi)) = f(u(\xi))$.

Антисимметризованные произведения $\mathfrak{x}^{i_1} \dots \mathfrak{x}^{i_{2s}}$ четного числа операторов канонических координат и импульсов являются c -числами. Они являются инвариантами унитарных преобразований:

$$\mathfrak{U}^+ \mathfrak{x}^{i_1} \dots \mathfrak{x}^{i_{2s}} \mathfrak{U} = \mathfrak{x}^{i_1} \dots \mathfrak{x}^{i_{2s}}.$$

В фазовом пространстве это уравнение выглядит следующим образом

$$u^{i_1}(\xi) \star \dots \star u^{i_{2s}}(\xi) = \xi^{i_1} \star \dots \star \xi^{i_{2s}} = \left(\frac{-i\hbar}{2} \right)^s \frac{1}{(2s)!} \sum_{\sigma} (-)^{\sigma} I^{i_{i_2}} \dots I^{i_{2s-1} i_{2s}}.$$

Суммирование распространяется на все перестановки индексов $(i_1 i_2 \dots i_{2s})$, причем $(-)^{\sigma} = \pm 1$ в зависимости от того, образована последовательность $(i_1 i_2 \dots i_{2s})$ четной или нечетной перестановкой $(1, 2, \dots, 2s)$. В частности

$$u^i(\xi) \wedge u^j(\xi) = \xi^i \wedge \xi^j = -I^{ij}. \quad (5.2.3)$$

Действительным функциям $u^i(\xi)$ можно поставить в соответствие набор эрмитовых операторов $\mathfrak{x}^i = u^i(\mathfrak{x})$. Если $u^i(\xi)$ удовлетворяют уравнениям (5.2.3), то операторы \mathfrak{x}^i удовлетворяют коммутационным соотношениям для операторов канонических координат и импульсов

$$[u^i(\mathfrak{x}), u^j(\mathfrak{x})] = [\mathfrak{x}^i, \mathfrak{x}^j] = -i\hbar I^{ij}.$$

Данное соотношение, очевидно, выполняется при условии существования унитарного оператора \mathfrak{U} , связывающего \mathfrak{x}^i и \mathfrak{x}^i . Мы в основном интересуемся случаем, когда $\mathfrak{U} = \mathfrak{U}(\tau)$ - оператор эволюции.

Применяя унитарное преобразование к произведению $f\mathfrak{g}$, мы получаем функцию $f(\zeta) \star g(\zeta)|_{\zeta=\star u(\xi, \tau)}$, соответствующую выражению $\mathfrak{U}^+(f\mathfrak{g})\mathfrak{U}$, либо

функцию $f(\star u(\xi)) \star g(\star u(\xi))$, соответствующую выражению $(\mathfrak{U}^+ \mathfrak{f} \mathfrak{U})(\mathfrak{U}^+ \mathfrak{g} \mathfrak{U})$.

Эти операторы совпадают, поэтому совпадают их символы:

$$f(\zeta) \star g(\zeta)|_{\zeta=\star u(\xi)} = f(\star u(\xi)) \star g(\star u(\xi)). \quad (5.2.4)$$

В первом случае \star -произведение вычисляется относительно переменной ζ , во втором случае относительно ξ .

Уравнение (5.2.4) показывает, что \star -произведение можно вычислить в исходной системе отсчета, затем сделать замену переменных $\xi \rightarrow \zeta = \star u(\xi)$, либо сделать замену $\xi \rightarrow \zeta = \star u(\xi)$ и затем вычислить \star -произведение.

Таким образом, можно вычислять \star -произведение в любой из унитарно-эквивалентных систем отсчета. Форма динамических уравнений, построенных с помощью операций суммирования и \star -умножения функций в фазовом пространстве, неизменна при унитарных преобразованиях координатных систем.

Следует иметь в виду, что \star -произведение не инвариантно при канонических преобразованиях.

6.2.2 Фазовый поток, порожденный действием оператора эволюции

Однопараметрическое семейство унитарных преобразований эволюции параметризуется в виде

$$\mathfrak{U} = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathfrak{H} \tau\right),$$

где $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}^+$ - гамильтониан. Функции $u^i(\xi)$, определенные в уравнении (5.2.1), приобретают зависимость от параметра τ , так что можно писать $u^i(\xi, \tau)$. Они определяют фазовый поток, который является квантово-механическим аналогом фазового потока в гамильтоновом формализме классической механики.

В силу уравнения (5.2.2) эволюция символов операторов в представлении Гейзенберга полностью определяется функциями $u^i(\xi, \tau)$.

Мы используем термин «каноническое преобразование» в обычном смысле для преобразований, сохраняющих скобку Пуассона. Преобразования, сохраняющие скобку Мойяла, называются унитарными преобразованиями. Эти преобразования соответствуют некоторому унитарному оператору.

Унитарное преобразование в фазовом пространстве представляет собой квантовую деформацию канонического преобразования. Поскольку мы различаем скобки Пуассона и Мойяла, мы также различаем канонические и унитарные преобразования.

Сохранение энергии в процессе эволюции означает, что

$$H(\xi) = H(\star u(\xi, \tau)),$$

где

$$H(\xi) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)\mathfrak{H}]$$

- гамильтониан.

Квантовые траектории могут быть найдены из квантового уравнения Гамильтона

$$\frac{\partial}{\partial \tau} u^i(\xi, \tau) = \{\zeta^i, H(\zeta)\}|_{\zeta=\star u(\xi, \tau)} \quad (5.2.5)$$

с начальными условиями

$$u^i(\xi, 0) = \xi^i. \quad (5.2.6)$$

Подстановка $\zeta = \star u(\xi, \tau)$ приводит к модификации классического выражения $F^i(\zeta) = \{\zeta^i, H(\zeta)\}$ для правой части и, соответственно, к квантовой деформации классического фазового потока.

Скорость в фазовом пространстве $\partial u^i(\xi, \tau) / \partial \tau$ зависит от $u^i(\xi, \tau)$, как в классической механике, и от частных производных $u^i(\xi, \tau)$ по ξ^i , что является проявлением квантовой нелокальности.

Функции, соответствующие физическим величинам, эволюционируют в представлении Гейзенберга согласно уравнению

$$f(\xi, \tau) = Tr[\mathfrak{B}(\xi)\mathfrak{U}^\dagger f \mathfrak{U}] = f(\star u(\xi, \tau), 0), \quad (5.2.7)$$

в то же время Вигнера не зависит от времени: $W(\xi, \tau) = W(\xi, 0)$. Функции наблюдаемых подчиняются уравнению

$$\frac{\partial}{\partial \tau} f(\xi, \tau) = f(\xi, \tau) \wedge H(\xi) = f(\zeta, 0) \wedge H(\zeta) \Big|_{\zeta = \star u(\xi, \tau)},$$

которое представляет собой преобразование Вейля уравнения эволюции оператора \hat{f} в представлении Гайзенберга.

Решение уравнений эволюции для квантовых характеристик и функций можно представить в виде формального степенного ряда по параметру τ :

$$u^i(\xi, \tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\tau^s}{s!} \underbrace{(\dots((\xi^i \wedge H(\xi)) \wedge H(\xi)) \wedge \dots H(\xi))}_s,$$

$$f(\star u(\xi, \tau)) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\tau^s}{s!} \underbrace{(\dots((f(\xi) \wedge H(\xi)) \wedge H(\xi)) \wedge \dots H(\xi))}_s.$$

Унитарное преобразование координат является каноническим в первом порядке по τ , поскольку $\xi^i \wedge H(\xi) = \{\xi^i, H(\xi)\}$.

Во втором порядке по τ появляются отклонения от каноничности.

Преобразования в первом порядке по τ генерируют как канонические, так и унитарные преобразования в зависимости от того, как мы определим умножение. Если это обычное произведение, мы получим канонические преобразования. Если это \star -произведение, получим унитарные преобразования.

Если некоторый оператор \mathcal{A} коммутирует с \mathfrak{H} , его символ сохраняется в смысле $A(\xi) = A(\star u(\xi, \tau))$. Матрица плотности стационарного состояния коммутирует с \mathfrak{H} , следовательно, в представлении Шредингера функция Вигнера не зависит от времени: $W_S(\xi) = W_S(\star u(\xi, -\tau))$. В гармоническом осцилляторе траектории $u^i(\xi, \tau)$ зависят линейно от ξ^i и совпадают с классическими траекториями. В этом случае \star -символ в аргументе функции Вигнера можно опустить и писать $W_S(\xi) = W_S(u(\xi, -\tau))$.

5.3 Квазиклассическое разложение $f(\star u(\xi, \tau))$ вокруг $f(u(\xi, \tau))$

Задача об эволюции может быть разделена на две части. Во-первых, мы ищем квантовые характеристики как решение квантовых уравнений Гамильтона (5.2.5) и, во-вторых, мы используем уравнение $f(\xi, \tau) = f(\star u(\xi, \tau), 0)$, чтобы найти зависящий от времени символ оператора. Ключевая проблема – эффективный алгоритм для вычисления \star -функций аргумента $\zeta = \star u(\xi, \tau)$. Данные функции возникают в квантовых уравнениях Гамильтона и в решении задачи эволюции (5.2.7) для функций.

Мы рассмотрим квазиклассическое разложение $f(\star u(\xi, \tau))$ вокруг $f(u(\xi, \tau))$. Функция $f(\xi)$ может быть представлена через ее фурье-образ

$$f(\xi) = \int \frac{d^{2n}\eta}{(2\pi\hbar)^n} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \eta_k \xi^k\right) f(\eta).$$

Достаточно выяснить, как вычисляется величина $\exp(\star U)$, где

$$U = \frac{i}{\hbar} \eta_k u^k(\xi, \tau).$$

С помощью уравнения (5.2.2) мы находим

$$\exp(\star U) = \left(1 + \hbar^2 c_2 + \hbar^4 c_4 + O(\hbar^6)\right) \exp(U) \quad (5.3.1)$$

где

$$\begin{aligned} c_2 &= -\frac{1}{48} (2UUP^2U + 3UP^2U), \\ c_4 &= \frac{1}{23040} (90(UP^2U)UP^2U + 60(UP^2U)P^2U + 48(UUP^2U)UP^2U \\ &\quad + 45(UP^2U)(UP^2U) \\ &\quad + 60(UUP^2U)(UP^2U) + 20(UUP^2U)(UUP^2U) + 30(UUP^2U)P^2U) \\ &\quad + \frac{1}{11520} (6UUUUP^4U + 45UUUP^4U + 30(UUP^4U)_1 + 40(UUP^4U)_2 \\ &\quad + 15UP^4U). \end{aligned}$$

С точностью до комбинаторных факторов оператор P действует как оператор Пуассона \mathcal{P} : В частности, мы имеем $UP^2U = U\mathcal{P}^2U$. В разложении UUP^2U , \mathcal{P}^2 действует один раз на каждый множитель U слева и два раза направо. Более сложное выражение $(UP^2U)P^2U$ вычисляется действием \mathcal{P}^2 два раза на (UP^2U) два раза на U . Выражения вида ABP^2C находятся действием \mathcal{P} один раз на A , один раз на B и два раза на C , то есть выражение $(UP^2U)UP^2U$ раскрывается исходя из отождествления $A = (UP^2U)$ и $B = C = U$.

В работе [368] развита диаграммная техника для квазиклассического разложения \star -функций. Наше вычисление в четвером порядке по \hbar , сделанное с помощью MAPLE, согласуется с результатом [368].

Разложение $f(\star u(\xi, \tau))$ находится с помощью уравнения (5.3.1). Мы делаем замену $\eta_i \rightarrow -i\hbar\partial / \partial u^i$ и $U \rightarrow u^i(\xi)\partial / \partial u^i$ и с точностью до \hbar^2 получаем

$$\begin{aligned} f(\star u(\xi, \tau)) = f(u(\xi, \tau)) & - \frac{\hbar^2}{24} u^i(\xi, \tau)_{,l} u^j(\xi, \tau)_{,m} u^k(\xi, \tau)^{,lm} f(u(\xi, \tau))_{,ijk} \\ & - \frac{\hbar^2}{16} u^i(\xi, \tau)_{,kl} u^j(\xi, \tau)^{,kl} f(u(\xi, \tau))_{,ij} + O(\hbar^4). \end{aligned}$$

Производные $f(u(\xi, \tau))$ вычисляются по отношению к аргументу u^i . Поправки порядка по \hbar^4 могут быть найдены, исходя из уравнения (5.3.1).

В качестве простого приложения находится квазиклассическое разложение символов Вейля проекционного оператора $\mathfrak{F}(E) = \delta(E - \mathfrak{H})$ и матрицы плотности при конечной температуре. Результат согласуется с [365].

5.4 Квазиклассическое разложение квантовых характеристик

Методы, развитые в настоящем разделе, применимы не только для задач рассеяния, но и в общем случае для задач эволюции. Наиболее перспективные приложения, по-видимому, связаны с транспортными моделями.

Предположим, мы имеем систему n частиц. Взаимодействие частиц описывается некоторым потенциалом. Предполагается, что волновая функция начального состояния известна. Следовательно, известна и начальная функция Вигнера. Первый шаг в решении задачи эволюции заключается в нахождении квантовых характеристик с помощью уравнения (5.2.5).

5.4.1 Квазиклассическое разложение квантовых уравнений Гамильтона

Разложим решение уравнения (5.2.5) по степеням постоянной Планка

$$u^i(\xi, \tau) = \sum_{s=0}^{\infty} \hbar^{2s} u_s^i(\xi, \tau). \quad (5.4.1)$$

Здесь $u_0^i(\xi, \tau)$ - классическая траектория, начинающаяся в момент $\tau = 0$ в точке ξ^i . Начальные условия для поправок $u_s^i(\xi, \tau)$ при $s \geq 1$ удобно выбрать нулевыми. В результате

$$\begin{aligned} u_0^i(\xi, 0) &= \xi^i, \\ u_s^i(\xi, 0) &= 0, \quad s \geq 1. \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

Правая часть квантовых уравнений Гамильтона $F^i(\zeta) = \{\zeta^i, H(\zeta)\}$ является \star -функцией $\zeta = \star u(\xi, \tau)$, поэтому мы воспользуемся разложением

$$F^i(\star u(\xi, \tau)) = \sum_{s=0}^{\infty} \hbar^{2s} F_s^i(u_0(\xi, \tau), \dots, u_s(\xi, \tau)). \quad (5.4.3)$$

Если функция $u(\xi, \tau)$ известна, то функции $F_s^i(u_0(\xi, \tau), \dots, u_s(\xi, \tau))$ полностью определены. F_s^i зависит от $u_r^i(\xi, \tau)$ и от производных $u_r^i(\xi, \tau)$ по ξ^i . В частности,

$$\begin{aligned} F_0^i(u_0) &= F^i(u_0), \\ F_1^i(u_0, u_1) &= u_1^j(\xi, \tau) F^i(u_0)_{,j} - \frac{1}{24} u_0^j(\xi, \tau)_{,m} u_0^k(\xi, \tau)_{,n} u_0^l(\xi, \tau)^{mn} F^i(u_0)_{,jkl} \\ &\quad - \frac{1}{16} u_0^j(\xi, \tau)_{,lm} u_0^k(\xi, \tau)^{lm} F^i(u_0)_{,jk}. \end{aligned}$$

5.4.2 Поля Якоби

В правую часть входит первая и вторая производная $u_0^i(\xi, \tau)$ по ξ^i . Следует поэтому отслеживать эволюцию не только траекторий, но и их производных по начальным координатам

$$J^i_{s,i_1\dots i_t}(\xi, \tau) = \frac{\partial^t u_s^i(\xi, \tau)}{\partial \xi^{i_1} \dots \partial \xi^{i_t}}. \quad (5.4.4)$$

Эти величины определяют разложение $f(\star u(\xi, \tau))$ и, следовательно, определяют поправки к траекториям высокого порядка.

Мы называем данные величины «полями Якоби». В гамильтоновой механике данный термин обозначает производную первого порядка $J^i_{0,k}(\xi, \tau) \equiv u_0^i(\xi, \tau)_{,k}$; она определяет устойчивость систем. Величина $J^i_{0,k}(\xi, \tau)$ известна в анализе как матрица Якоби, а ее детерминант $\det \|J^i_{0,k}(\xi, \tau)\|$ - как якобиан. В квантовой механике возникают производные $u_s^i(\xi, \tau)$ высших порядков.

Далее число r будем называть порядком поля Якоби, число нижних индексов t степенью поля Якоби.

В обозначениях (5.4.4) первая пара уравнений эволюции выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} u_0^i(\xi, \tau) &= F^i(u_0), \\ \frac{\partial}{\partial \tau} u_1^i(\xi, \tau) &= u_1^j(\xi, \tau) F^i(u_0)_{,j} - \frac{1}{24} J_{0,m}^j(\xi, \tau) J_{0,n}^k(\xi, \tau) J_0^{l,mn}(\xi, \tau) F^i(u_0)_{,jkl} \\ &\quad - \frac{1}{16} J_{0,lm}^j(\xi, \tau) J_0^{k,lm}(\xi, \tau) F^i(u_0)_{,jk}. \end{aligned} \quad (5.4.5)$$

В первой строке не трудно распознать классические уравнения Гамильтона. Вторая строка определяет поправку к классической траектории в низшем порядке \hbar^2 .

Система уравнений (5.4.5) не замкнута. Ее необходимо дополнить уравнениями движения $J^i_{0,k}(\xi, \tau)$ и $J^i_{0,kl}(\xi, \tau)$. Эти уравнения находятся

однократным и двукратным дифференцированием первого уравнения по начальным координатам:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \tau} J_{0,j}^i(\xi, \tau) &= F^i(u_0)_{,k} J_{0,j}^k(\xi, \tau), \\ \frac{\partial}{\partial \tau} J_{0,jk}^i(\xi, \tau) &= F^i(u_0)_{,lm} J_{0,j}^l(\xi, \tau) J_{0,k}^m(\xi, \tau) + F^i(u_0)_{,l} J_{0,jk}^l(\xi, \tau).\end{aligned}\tag{5.4.6}$$

Дифференцируя уравнения (5.4.2) по ξ^i необходимое число раз, получаем начальные условия для полей Якоби. В общем случае

$$\begin{aligned}J_{0,k}^i(\xi, 0) &= \delta_j^i, \\ J_{s,kl\dots}^i(\xi, 0) &= 0.\end{aligned}\tag{5.4.7}$$

В уравнения (5.4.5) и (5.4.6) координаты ξ^i входят как параметры. Мы, следовательно, имеем классический случай системы ОДУ первого порядка для переменных $u_0^i(\xi, \tau)$, $u_1^i(\xi, \tau)$, $J_{0,k}^i(\xi, \tau)$ и $J_{0,kl}^i(\xi, \tau)$ с начальными условиями (5.4.2) и (5.4.7).

Покажем, что в любом порядке по \hbar мы по-прежнему имеем систему ОДУ первого порядка для переменных $u_0(\xi, \tau) \dots u_s(\xi, \tau)$ и некоторого конечного набора полей Якоби.

Рассмотрим подробнее действие \star -произведения. Согласно (5.1.4) каждая степень \hbar сопровождается операцией дифференцирования. В порядке s , следовательно, разложение правой части квантовых уравнений Гамильтона, величины $F^i(\star u(\xi, \tau))$, содержит самое большое производные $u(\xi, \tau)$ порядка $2s$. Следовательно, поля Якоби в правой части квантовых уравнений Гамильтона имеют самое большое $2s$ нижних индексов.

Число индексов в действительности зависит еще от значения r величины $J_{r,i_1\dots i_r}^i(\xi, \tau)$, то есть от порядка поля Якоби. После разложения (5.4.1) в производной траектории $u(\xi, \tau)$ степени $2s$ выживают производные траектории $u_0(\xi, \tau)$ степени $2s$, производные траектории $u_1(\xi, \tau)$ степени $2s - 2$, ..., произ-

водные траектории $u_{s-1}(\xi, \tau)$ степени 2. Поправка самого высокого порядка $u_s(\xi, \tau)$ не имеет производных. Таким образом, максимальное число нижних индексов в величинах $J^i_{r,i_1\dots i_r}(\xi, \tau)$, участвующих в разложении порядка \hbar^{2s} , равно $2s - 2r$.

Первую часть системы ОДУ можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \tau} u_r^i = F_r^i(u_0, \dots, u_r, J_0, \dots, J_{r-1}), \quad (5.4.8)$$

где индекс r пробегает значения $1 \dots s$. В аргументе функций в правой части мы опустили индексы траекторий и полей Якоби. Заметим, что производная по времени $u_r(\xi, \tau)$ зависит от полей Якоби порядка не выше $r - 1$.

Вполне естественно, что поправки более высокого порядка зависят от поправок более низкого порядка. В правой части уравнения (5.4.8) поля Якоби, следовательно, имеют следующие степени: $J^i_{0,i_1\dots i_t}(\xi, \tau)$ - не выше $2r$, $J^i_{1,i_1\dots i_t}(\xi, \tau)$ - не выше $2r - 2$, и так далее. В самом высоком порядке \hbar^{2s} максимальные степени $J^i_{r,i_1\dots i_t}(\xi, \tau)$ в правой части (5.4.8) равны $2s - 2r$. Функции $F_r^i(u_0, \dots, u_r, J_0, \dots, J_{r-1})$, разумеется, не зависят от s ($r < s$).

Нам осталось дополнить полученную систему (5.4.8) уравнениями эволюции полей Якоби.

Рассмотрим сначала уравнение (5.4.8) для $r = 0$, то есть для классических уравнений Гамильтона. Правая часть зависит только от траектории $u_0(\xi, \tau)$. Дифференцируя это уравнение по ξ от одного до $2s$ раз, получаем уравнения эволюции полей Якоби степени $t = 1 \dots 2s$. Уравнение (5.4.8) для $r = 0$ плюс $2s$ полученных уравнений образуют замкнутую систему ОДУ, решения которой хорошо определены.

В качестве следующего шага рассмотрим уравнение (5.4.8) для $r = 1$. Правая часть зависит от траекторий $u_0(\xi, \tau)$ и $u_1(\xi, \tau)$, и от полей Якоби $J^i_{0,i_1\dots i_t}(\xi, \tau)$

степени не выше $t = 2$. Дифференцируя это уравнение по ξ от одного до $2s - 2$ раз, получаем уравнения эволюции полей Якоби $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени $t = 1 \dots 2s - 2$. После дифференцирования правая часть уравнений зависит от полей Якоби $J_{0,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени не выше $2s (= 2 + 2s - 2)$, в то время как возникающие из-за дифференцирования $u_1(\xi, \tau)$ поля Якоби $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ имеют степень не выше числа взятых производных, то есть не выше $2s - 2$. Таким образом, для определения $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ дополнительная информация о полях Якоби более низкого порядка не требуется. Из полученных уравнений можно найти $u_1^i(\xi, \tau)$ и $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени t не выше $2s - 2$.

Перейдем к общему случаю. Возьмем производные уравнения (5.4.8) по ξ от одного до $2s - 2r$ раз. Получим уравнения эволюции полей Якоби $J_{r,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени $t = 1 \dots 2s - 2r$.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} J_{r,i_1\dots i_t}^i = G_{r,i_1\dots i_t}^i(u_0, \dots, u_r, J_0, \dots, J_r). \quad (5.4.9)$$

Рассмотрим правую часть уравнения (5.4.8). Она зависит от полей Якоби $J_{0,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени не выше $2r$. После дифференцирования от одного до $2s - 2r$ раз она приобретает зависимость от полей Якоби $J_{0,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени не выше $2s (= 2r + 2s - 2r)$. Следовательно, при любом r в правую часть уравнения (5.4.9) входят поля Якоби нулевого порядка степени не выше $2s$. Далее, правая часть уравнения (5.4.8) зависит от полей Якоби $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени не выше $2r - 2$. После дифференцирования возникает зависимость от полей Якоби $J_{1,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ степени не выше $2s - 2 (= 2r - 2 + 2s - 2r)$. Эта величина также не зависит от r . Не трудно видеть, что в общем случае уравнения (5.4.9) в правой части содержат поля Якоби $J_{q,i_1\dots i_t}^i(\xi, \tau)$ порядка $q \leq r$ степени t не выше $2s - 2q$.

Таким образом, уравнения эволюции полей Якоби $J^i_{r,i_1\dots i_r}(\xi, \tau)$ степени $t = 1 \dots 2s - 2r$ содержат в правой части траектории $u_0(\xi, \tau) \dots u_r(\xi, \tau)$ и поля Якоби $J^i_{q,i_1\dots i_q}(\xi, \tau)$ порядка $q = 0 \dots r$ степени $t = 1 \dots 2s - 2q$.

Система ОДУ для траекторий и полей Якоби полностью определена уравнениями (5.4.8), (5.4.9) с начальными условиями (5.4.2) и (5.4.7).

5.5 Усреднение по функции Вигнера в методе Монте Карло

Сведение задачи об эволюции к поиску квантовых траекторий и связанных с ними полей Якоби открывает возможность вычисления средних с помощью метода Монте Карло. Задача фактически становится задачей статистической физики с измененными правилами вычисления вероятностей и средних величин.

Среднее значение наблюдаемой, связанной с оператором \hat{f} , в момент времени τ находится из уравнения эволюции символа оператора $f(\xi, \tau) = f(\star u(\xi, \tau), 0)$. Далее используется разложение \star -функции (5.2.2). В представлении Гайзенберга среднее определяется после усреднения по функции Вигнера, заданной в начальный момент времени $W(\xi, 0) \equiv W(\xi)$

$$\langle f(\xi, \tau) \rangle = \int \frac{d^{2n} \xi}{(2\pi\hbar)^n} f(\star u(\xi, \tau)) W(\xi).$$

Разобьем фазовое пространство на две области Ω_+ и Ω_- , в которых функция Вигнера, соответственно, положительна и отрицательна. Имеем, следовательно, $W(\xi) = W_+(\xi) - W_-(\xi)$, где $W_{\pm}(\xi) \geq 0$. В качестве следующего шага генерируем события (выделяем точки фазового пространства) в области Ω_{\pm} , распределенные с (ненормированной) плотностью вероятности $W_{\pm}(\xi)$.

Рассмотрим сначала область Ω_+ . Сгенерируем $2n+1$ чисел (ξ^i, γ) с величинами ξ^i , распределенными равномерно в Ω_+ , и величиной γ , распределенной равномерно в интервале $(0, W_{max})$. Здесь

$$W_{max} = \max_{\xi} (W_+(\xi)).$$

Не трудно убедиться, что если совместная плотность распределения $2n+1$ -мерной переменной (ξ^i, γ) пропорциональна $\theta(W_+(\xi) - \gamma)$, то маргинальная плотность распределения ξ^i с точностью до нормировки дается выражением

$$W_+(\xi) = \int_0^{W_{max}} \theta(W_+(\xi) - \gamma) d\gamma.$$

Чтобы получить выборку с данной плотностью $\theta(W_+(\xi) - \gamma)$, достаточно просто отбрасывать те события, которые не удовлетворяют неравенству

$$W_+(\xi) - \gamma \geq 0.$$

Покажем это. Пусть на некотором шаге a мы сгенерировали событие (ξ^i, γ) .

Проверим условие

$$W_+(\xi) - \gamma \geq 0. \tag{5.5.1}$$

Если оно выполняется, мы сдвигаем число N_+ успешных испытаний на одну единицу и присваиваем величине ξ_{+a}^i значение $\xi_{+a}^i = \xi^i$. Далее вычисляем квантовую траекторию $u^i(\xi_{+a}, \tau)$, связанные с ней поля Якоби, находим значение $f(\star u(\xi_{+a}, \tau))$ в нужном порядке разложения по \hbar и сохраняем в некотором массиве информацию шага $a = N_+$. Знак \star -произведения устраняется из аргумента $f(\star u(\xi_{+a}, \tau))$, как описано в разделе 5.3. Если же неравенство (5.5.1) не выполняется, оно просто отбрасывается, и генерируются следующие $2n+1$ чисел (ξ^i, γ) . Сохраненные величины ξ_{+a}^i обладают функцией распределения $W_+(\xi)$.

Аналогичная процедура применима к области Ω_- .

Предположим, мы сгенерировали N_+ и N_- успешных событий $\xi_{\pm a} \in \Omega_{\pm}$. Чтобы найти среднее $f(\xi, \tau)$, величину $f(\star u(\xi_{\pm a}, \tau))$ следует умножить на

$$W_{\pm} = \int \frac{d^{2n} \xi}{(2\pi\hbar)^n} W_{\pm}(\xi),$$

где $W_+ - W_- = 1$, поделить на N_{\pm} и просуммировать по успешным испытаниям

$$\langle f(\xi, \tau) \rangle \approx \frac{W_+}{N_+} \sum_{a=1}^{N_+} f(\star u(\xi_{+a}, \tau)) - \frac{W_-}{N_-} \sum_{a=1}^{N_-} f(\star u(\xi_{-a}, \tau)). \quad (5.5.2)$$

Данное уравнение завершает редукцию задачи об эволюции наблюдаемых n -частичной квантово-механической системы к статистической задаче вычисления средних по ансамблю квантовых характеристик $u^i(\xi_{\pm a}, \tau)$ и связанных с ними полей Якоби.

5.6 Задача рассеяния

В задачах рассеяния элементарные частицы и связанные состояния рассматриваются на одинаковых основаниях. Мы фиксируем *in* и *out* состояния при $\tau = \tau' \rightarrow -\infty$ и $\tau = \tau'' \rightarrow +\infty$, соответственно, и определяем кластеры α и β элементарных частиц и связанных состояний с импульсами \mathbf{p}'_{α} и \mathbf{p}''_{β} , соответственно, в начальном и конечном состояниях. Функции Вигнера имеют вид

$$\begin{aligned} W_{in}(\xi) &= \prod_{\alpha} \frac{1}{V} (2\pi\hbar)^3 \delta(\mathbf{p}'_{\alpha} - \sum_{i \in \alpha} \mathbf{p}_i) W_{\alpha}(\xi_{\alpha}), \\ W_{out}(\xi) &= \prod_{\beta} \frac{1}{V} (2\pi\hbar)^3 \delta(\mathbf{p}''_{\beta} - \sum_{i \in \beta} \mathbf{p}_i) W_{\beta}(\xi_{\beta}). \end{aligned} \quad (5.6.1)$$

Здесь $\xi^i = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N)$, $\xi^i_{\alpha/\beta}$ - часть переменных ξ^i , входящих в кластер α/β , N - полное число частиц, участвующих в реакции, V - нормировочный объем. Каждый кластер содержит $\sum_{i \in \alpha} 1$ частиц, суммарно $\sum_{\alpha} \sum_{i \in \alpha} 1 = N$.

Аналогичная ситуация имеет место для разбиения частиц по кластерам в конечном состоянии.

Функции Вигнера $W_{in}(\xi)$ и $W_{out}(\xi)$ построены из произведения асимптотических волновых функций не взаимодействующих между собой элементарных частиц и связанных состояний. В правой части уравнений (5.6.1) для элементарных частиц $W_{\alpha}(\xi_{\alpha}) = W_{\beta}(\xi_{\beta}) = 1$, для связанных состояний $W_{\alpha}(\xi_{\alpha})$ и $W_{\beta}(\xi_{\beta})$ строятся исходя из волновых функций связанных состояний кластеров α и β .

Вероятность перехода из начального *in*-состояния в конечное *out*-состояние равно квадрату модуля S-матричного элемента $w_{fi} = |\langle out | in \rangle|^2$. В терминах функции Вигнера

$$w_{fi} = \lim_{\tau'' \rightarrow +\infty} \lim_{\tau' \rightarrow -\infty} \int \frac{d^{2n}\xi}{(2\pi\hbar)^n} W_{out}(\star u(\xi, \tau'')) W_{in}(\xi, \tau'), \quad (5.6.2)$$

где $n = 3N$. Техника, описанная в предыдущих разделах, полностью применима к уравнению (5.6.2) для вычисления среднего $\langle W_{out}(\star u(\xi, \tau'')) \rangle$ по состоянию $W_{in}(\xi, \tau')$, следовательно, она применима к задачам рассеяния.

5.7 Выводы

В этой главе мы рассмотрели свойства символов Вейля операторов канонических координат и импульсов в представлении Гейзенберга. Как функции времени они определяют некоторый поток в фазовом пространстве, линии тока $u^i(\xi, \tau)$ подчиняются квантовым уравнениям Гамильтона. Эволюция символа Вейля произвольного оператора в представлении Гейзенберга полностью определяется уравнением

$$f(\xi, \tau) = f(\star u(\xi, \tau), 0).$$

Это уравнение замечательно во многих отношениях. Оно показывает, во-первых, что фазовый поток содержит *всю* информацию о динамике квантовой системы. Во-вторых, оно показывает, что линии тока $u^i(\xi, \tau)$ аналогичны классическим траекториям в фазовом пространстве, которые являются решениями уравнений Гамильтона и одновременно характеристиками классического уравнения Лиувилля.

Обычно характеристики удовлетворяют системе ОДУ первого порядка, например, уравнениям Гамильтона. С их помощью решаются уравнения в частных производных первого порядка, например, уравнения Лиувилля.

Функции $u^i(\xi, \tau)$ по своему смыслу также являются характеристиками, хотя подчиняются уравнениям в частных производных бесконечного порядка. Тем не менее, в любом фиксированном порядке разложения по \hbar характеристики могут быть построены путем решения конечной системы ОДУ первого порядка. Данное обстоятельство позволяет подойти к решению проблемы квантовой эволюции сложных систем численно с использованием эффективных ОДУ интеграторов.

Мы рассмотрели методы устранения \star -символа из аргумента функций с помощью квазиклассического разложения. Явные выражения до четвертого порядка по \hbar включительно приведены в разделе 5.4.

Формулировка квантовой механики в фазовом пространстве на основе \star -произведения может быть полезна для развития транспортных моделей в квантовой химии и в физике тяжелых ионов, где согласование с квантовой механикой основных динамических допущений остается открытой проблемой. Основным преимуществом деформационного квантования является его близость к классической картине и одновременно его строгий квантовый характер, полностью эквивалентный теории Гейзенберга и Шредингера. Специфические квантовые эффекты, такие как когерентность и нелокальность, проявляются в расширении числа динамических переменных – в задаче появляются поля Якоби.

Основной результат данной главы состоит в доказательстве возможности сведения квантово-механической задачи эволюции к статистико-механической задаче построения ансамбля квантовых характеристик и их полей Якоби. Редукция к системе ОДУ оказывается возможной в любом фиксированном порядке разложения по постоянной Планка. После построения квантовых характеристик физические наблюдаемые находятся без дальнейшего обращения к динамике. Метод квантовых характеристик может быть полезен для расчета рассеяния сложных квантовых систем – атомов, молекул и ядер. Он может служить теоретической основой для дальнейшего развития транспортных моделей.

СВОЙСТВА МЕЗОНОВ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Теоретическое исследование свойств K -мезонов в плотной ядерной среде имеет давнюю историю [336], [337]. Поиск сигналов, связанных с модификацией свойств адронов при высокой плотности, является одной из основных задач экспериментов, посвященных измерению каонных наблюдаемых в реакциях с тяжелыми ионами. Транспортные модели указывают на возможность наблюдения модификации свойств каонов в ходе таких реакций.

Теоретические и феноменологические аспекты столкновениях тяжелых ионов при ультрарелятивистских энергиях обсуждаются в работах [338], [339]. В реакциях с тяжелыми ионами при энергиях RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) физические условия являются весьма отличными от условий, существующих при промежуточных энергиях. При энергиях RHIC температура высокая, барионов мало, доминируют пионы как самые легкие частицы [340]. В первом приближении можно говорить о пионной материи, создаваемой в столкновениях тяжелых ионов. В этой главе мы обсудим изменение свойств каонов в пионной материи. Этот вопрос важен и с другой точки зрения: K -мезоны рассматриваются в качестве перспективного зонда для изучения свойств фибрбола, образующегося в таких реакциях [341].

Изменение парциальной ширины ϕ -мезонного дилептонного распада в пионном газе обсуждалось Лисауером и Шурыком [342] и Блезо и Галаином [343]. Выход $\mu^+\mu^-$ при распаде ϕ -мезонов недавно был измерен в столкновениях Pb + Pb при CERN/SPS энергиях коллаборацией NA50 [344]. Выход $K\bar{K}$ измерялся коллаборацией NA49 [345]. Число ϕ -мезонов, зарегистрированных в дилептонном канале, оказалось в 2 – 4 раза больше

числа ϕ -мезонов, зарегистрированных в каонном канале. Эта отличие может быть связана со сдвигом масс ϕ - и K -мезонов [343] или с перерасеянием вторичных каонов в адронной среде [345], [346]. Недавно коллаборацией ФЕНИКС были получены данные о рождении ϕ - мезонов в $Au + Au$ столкновениях при энергиях RHIC [348]. В этом эксперименте измерялся выход ϕ -мезонов одновременно в $\phi \rightarrow e^+e^-$ и $K\bar{K}$ каналах. Результат согласуется с увеличенной дилептонной шириной.

Газ каонов и пионов изучался в в рамках киральной теории возмущений (ChPT) в работах [349]. В этом разделе обсуждается модификация оператора собственной энергии каонов $\Sigma(p^2, E)$ и моды распада $\phi \rightarrow K\bar{K}$ в горячей пионной материи. ChPT, предложенная для описания взаимодействия псевдоскалярных мезонов при низких энергиях, является адекватным инструментом при низких температурах и полезна для контроля низкотемпературного предела феноменологических моделей.

6.1 Модификация свойств каонов в горячей пионной материи

В адронной среде массовый оператор каонов, $\Sigma(p^2, E)$, может быть представлен через амплитуду рассеяния вперед пионов на массовой поверхности и каонов вне массовой поверхности. Амплитуды πK рассеяния на массовой поверхности рассматривались в рамках ChPT несколькими группами (см., например, [350] и приведенные там ссылки). Для низшего порядка по p^2 амплитуды вне массовой поверхности приведены в работе [351]. Вблизи порога изоспиновые четные и нечетные амплитуды можно записать в виде

$$A^\pm(s, t, p^2) = 8\pi\sqrt{s} \left(a_0^\pm + p^{*2}(b_0^\pm + 3a_1^\pm) + \frac{3}{2}ta_1^\pm \right) + c^\pm(p^2 - M_K^2), \quad (6.1.1)$$

где a_ℓ^\pm и b_ℓ^\pm - длины рассеяния и эффективные радиусы системы πK , $p^* = p^*(\sqrt{s}, M_\pi, M_K)$ - импульс в системе центра масс, $s = (p + p_\pi)^2$, $t = (p'_\pi - p_\pi)^2$, $p = (E, \mathbf{p})$ - импульс каона и $p^2 \neq M_K^2$ в общем случае.

Плотность пионов дается распределением Бозе

$$dn_{v\pi} = \frac{d^3 p_\pi}{(2\pi)^3} \left(\exp\left(\frac{E_\pi - \mu_\pi}{T}\right) - 1 \right)^{-1} \quad (6.1.2)$$

где $\mu_{\pi^+} = -\mu_{\pi^-}$ - химический потенциал π^+ , $\mu_{\pi^0} = 0$. Скалярная по группе Лоренца плотность пионов определяется соотношением

$$dn_{s\pi} = \frac{dn_{v\pi}}{2E_\pi}. \quad (6.1.3)$$

Мы предполагаем выполнение условия $-M_\pi < \mu_{\pi^+} < M_\pi$, при котором пионный бозе-конденсат не образуется.

Для того чтобы получить оператор собственной энергии каона, следует проинтегрировать сумму амплитуд рассеяния $\pi^+ K$, $\pi^0 K$ и $\pi^- K$ на нулевой угол по импульсу пионов в системе покоя вещества:

$$-\Sigma(p^2, E) = \int A^+(s, 0, p^2) (dn_{s\pi^+} + dn_{s\pi^0} + dn_{s\pi^-}) + \int A^-(s, 0, p^2) (-dn_{s\pi^+} + dn_{s\pi^-}). \quad (6.1.4)$$

Вблизи порога амплитуды $A^\pm(s, t, p^2)$ могут быть разложены в ряд с точностью $\sim O(s - (M_\pi + M_K)^2) + O(p^2 - M_K^2)$. В этом приближении оператор собственной энергии принимает вид

$$-\Sigma(p^2, E) = (p^2 - M_K^2)(Z_K^{-1} - 1) - \delta M_K^2 - 2EV_K. \quad (6.1.5)$$

Это представление позволяет идентифицировать δM_K как массовый сдвиг и V_K как векторный по группе Лоренца средний потенциал пионной среды.

Уравнение

$$p^2 - M_K^2 - \Sigma(p^2, E) = 0$$

определяет закон дисперсии каонов

$$E_K^{(\pm)}(p) = \pm \sqrt{p^2 + M_K^2 + \delta M_K^2} + V_K. \quad (6.1.6)$$

Алгебра токов предсказывает для параметров πK рассеяния [351]

$$\begin{aligned} Z_{K^\pm}^{[0]-1} &= 1 + \frac{n_{s\pi^+} + n_{s\pi^0} + n_{s\pi^-}}{2F^2}, \\ \delta M_{K^\pm}^{[0]2} &= 0, \\ V_{K^\pm}^{[0]} &= \pm \frac{n_{v\pi^+} - n_{v\pi^-}}{4F^2}, \end{aligned} \quad (6.1.7)$$

где $F = 92$ МэВ – константа распада пиона. Уравнения (6.1.5) - (6.1.7) справедливы в древесном приближении в первом порядке по плотности пионов.

Результаты для K^0 и \bar{K}^0 могут быть получены из изоспиновой симметрии: $\delta M_{K^\pm}^{[0]} = \delta M_{K^0}^{[0]} = \delta M_{\bar{K}^0}^{[0]} = 0$ и $V_{K^+}^{[0]} = -V_{K^-}^{[0]} = -V_{K^0}^{[0]} = V_{\bar{K}^0}^{[0]}$. Поскольку при энергиях RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ отношение положительно и отрицательно заряженных пионов n_{π^+}/n_{π^-} очень близко к единице [352], пионная изовекторная плотность и потенциал $V_K^{[0]}$ пренебрежимо малы.

Для пионов алгебра токов [351] дает

$$\begin{aligned} Z_{\pi^\pm}^{-1} - 1 &= (n_{s\pi^+} + n_{s\pi^-})/F^2, \\ Z_{\pi^0}^{-1} - 1 &= 2n_{s\pi^0}/F^2, \\ \delta M_{\pi^\pm}^2 &= M_\pi^2 n_{s\pi^0}/F^2, \\ \delta M_{\pi^0}^2 &= M_\pi^2 (n_{s\pi^+} + n_{s\pi^-} - n_{s\pi^0})/F^2, \\ V_{\pi^\pm} &= \pm (n_{s\pi^+} - n_{s\pi^-})/F^2, \end{aligned} \quad (6.1.8)$$

$$V_{\pi^0} = 0.$$

Поправка к массе пионов для $\mu_\pi = 0$ согласуется с работой [353].

В низшем порядке ChPT изотопически симметричная пионная материя не изменяет закон дисперсии каонов. Эффект возникает на уровне одной петли. Эффективная масса квазичастицы далее может быть определена из соотношения $1/m^{\text{eff}} = \partial^2 \varepsilon(p) / \partial |p|^2$ при $p = 0$, где $\varepsilon(p)$ - энергия одночастичного возбуждения в среде. Вакуумные ChPT поправки к собственной энергии каонов переопределяют M^2 , константу перенормировки пропагатора и перенормируют амплитуду рассеяния (6.1.1). В низшем порядке по $\Sigma(p^2, E) = O(n_\nu)$ получаем

$$\varepsilon(p) = E_p + \frac{\Sigma(M_K^2, E_p)}{2E_p}, \quad (6.1.9)$$

где $E_p = +\sqrt{\mathbf{p}^2 + M_K^2}$. Средний потенциал

$$V_K = \frac{1}{2} \frac{\partial \Sigma(M_K^2, E)}{\partial E} \Big|_{E=M_K}, \quad (6.1.10)$$

входящий в закон дисперсии (6.1.6), определяет изменение оператора собственной энергии при сходе каона с массовой поверхности. Этот потенциал автоматически ведет к правильному закону дисперсии в порядке $O(p^2 n_\nu)$. Если V_K известен, сдвиг массы находится из уравнения

$$\delta M_K + V_K = \frac{\Sigma(M_K^2, M_K)}{2M_K}. \quad (6.1.11)$$

Величины $\Sigma(M_K^2, M_K)$, δM_K и V_K могут быть выражены в терминах s - и p -волновых длин рассеяния и s -волновых эффективных радиусов. Используя уравнения (6.1.1) и (6.1.4), находим

$$\Sigma(M_K^2, M_K) = -4\pi n_v \frac{M_\pi + M_K}{M_\pi} a_0^+ \quad (6.1.12)$$

и

$$V_K = -\frac{2\pi n_v}{M_\pi + M_K} \left(a_0^+ + 2M_\pi M_K (b_0^+ + 3a_1^+) \right). \quad (6.1.13)$$

Соответствующий массовый сдвиг может быть найден из уравнения (6.1.11). Оператор собственной энергии (6.1.4) для каонов в изотопически симметричной пионной материи имеет тот же вид, что и для антикаонов из-за симметрии относительно преобразования C -четности. Значения δM_K и V_K - также изоскаляры, поэтому, в отличие от ядерной материи [336], здесь

$$\begin{aligned} \delta M_{K^+} &= \delta M_{K^0} = \delta M_{K^-} = \delta M_{\bar{K}^0}, \\ V_{K^+} &= V_{K^0} = V_{K^-} = V_{\bar{K}^0}. \end{aligned} \quad (6.1.14)$$

В симметричной пионной материи, кроме того, $\Sigma(p^2, E) = \Sigma(p^2, -E)$, что является следствием кроссинг-симметрии, согласно которой

$$A^\pm(s, 0, p^2) = \pm A^\pm(u, 0, p^2),$$

где $u = (p' - p_\pi)^2$.

Алгебра токов предсказывает $a_0^+ = b_0^+ + 3a_1^+ = 0$ [351]. Параметры a_0^+ , b_0^+ , и a_1^+ в уравнениях (6.1.12) – (6.1.13) имеют поправки порядка p^4 . Расчеты [354] дают $a_0^+ = (0.023 \pm 0.012)/M_\pi$ и $b_0^+ + 3a_1^+ = (0.054 \pm 0.008)/M_\pi^3$. Представление (6.1.5) справедливо, когда амплитуды $A^\pm(s, 0, p^2)$ раскладываются в окрестности порога с точностью $O(s - (M_\pi + M_K)^2) + O(p^2 - M_K^2)$. Для того чтобы найти слагаемые высших порядков в разложении оператора собственной энергии требуется знание других пороговых параметров. Слагаемые более высокого порядка, в том числе высшие парциальные волны $\ell \geq 2$, не влияют на результаты (6.1.12) – (6.1.13). Поскольку пороговые

параметры a_0^+ , b_0^+ , и a_1^+ оцениваются в одной петле, уравнения (6.1.11) – (6.1.13) обеспечивают точное вычисление сдвига массы каона и потенциала среднего поля в расках ChPT в одной петле. В симметричной пионной материи $\delta M_\pi \sim O(1/F^2)$, в то время как $\delta M_K \sim O(1/F^4)$.

Согласно ChPT масса псевдоскалярных мезонов увеличивается с ростом температуры, как и ожидается для коллективных мод. Аналогичный эффект существует в модели НИЛ [343]. С увеличением температуры конститuentная масса кварков уменьшаться, а числа заполнения нестранных кварков в импульсном пространстве увеличиваются, что ведет к увеличению массы K -мезона и уменьшению массы ϕ . Уменьшение массы ϕ -мезона предсказывается также Асакавой и Ко [355].

Уравнения (6.1.12) – (6.1.13) верны при $T \lesssim M_\pi$. Температура химического замораживания для RHIC составляет 170 МэВ [352], поэтому мы должны использовать более феноменологический подход. Перепишем s -волновые части амплитуд $A^I(s, t)$ в терминах фазовых сдвигов

$$\delta_0^I(p^*) = (a_0^I p^{*2} + (b_0^I + \frac{2}{3} a_0^{I3}) p^{*3}) \exp(-C_I \cdot \Phi_2^4), \quad (6.1.15)$$

где $\Phi_2 = \Phi_2(\sqrt{s}, M_\pi, M_K) = \pi p^*/\sqrt{s}$ - инвариантный фазовый объем системы πK , $C_{1/2} = 0.75$ и $C_{3/2} = 0.2$. Предполагается, что поведение p -волны определяется длиной рассеяния a_1^I и резонансом K^* . Таким образом, мы должны сделать в амплитудах замены

$$a_0^I + b_0^I p^{*2} \rightarrow e^{i\delta_0^I(p^*)} \sin \delta_0^I(p^*) / p^*,$$

$$a_1^{1/2} \rightarrow a_1^{1/2} \frac{|(M_\pi + M_K)^2 - M_{K^*}^2 + iM_{K^*}\Gamma_{K^*}|}{s - M_{K^*}^2 + iM_{K^*}\Gamma_{K^*}}. \quad (6.1.16)$$

Значение $a_1^{3/2}$ невелико и не модифицируется. Амплитуды (6.1.16) удовлетворяют унитарности. Экспериментальные фазы πK -рассеяния хорошо воспроизводятся, предел низких температур гладко сшивается с однопетлевой ChPT. Амплитуды $A^I(s,t)$ выражены в терминах амплитуд $A^\pm(s,t,p^2)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} A^{1/2}(s,t) &= A^+(s,t,M_K)^2 + 2A^-(s,t,M_K)^2, \\ A^{3/2}(s,t) &= A^+(s,t,M_K)^2 - A^-(s,t,M_K)^2. \end{aligned} \quad (6.1.17)$$

Собственная энергия каонов на пороге, сдвиг массы и потенциал среднего поля показаны как функции температуры на Рисунке 78. Уравнение (6.1.4) определяет собой собственную энергию в ведущем порядке по плотности; это уравнение является основой модели оптического потенциала. Область его применимости ограничена малыми длинами волн в сравнении с длиной свободного пробега. Это условие, $\lambda \sim 1/p^* \lesssim 1/(n_v \sigma^{tot})$, эквивалентно условию $m_K \Gamma_K^*/p^{*2} \lesssim 1$. Простая оценка для $T = 170$ МэВ дает $0.08 \ll 1$, то есть критерий справедливости формулы (6.1.4) выполнен.

При $T = 170$ МэВ получаем $\delta M_K = -33$ МэВ и $V_K = 21$ МэВ. Таким образом, положительный массовый сдвиг при низких температурах, где применима ChPT, при повышении температуры становится отрицательным. Значение $\Re \Sigma(M_K^2, M_K)/(2M_K)$ остается относительно небольшим вплоть до $T = 200$ МэВ. Интересна аналогия с моделью Валечки: сдвиг массы каонов при высоких температурах большой и отрицательный, среднее поле большое и положительное, их сумма сравнительно небольшая и отрицательная. Каоны в пионной материи поэтому связаны так же, как нуклоны связаны в ядерной материи. Среднее поле, однако, C -четно - в отличие от нуклонов и мезонов в ядерной материи [336] и каонов в асимметричной пионной материи.

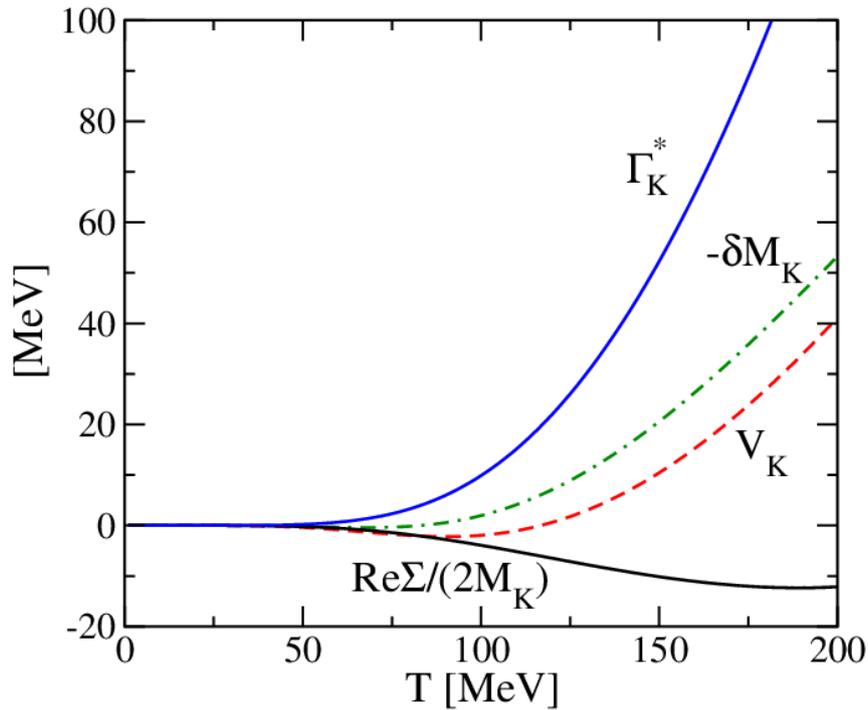


Рисунок 78. Сдвиг собственной энергии K -мезона в покое, $\Re\Sigma(M_K^2, M_K)/(2M_K)$, поправка к массе δM_K , среднее поле V_K , и столкновительная ширина Γ_K^* как функция температуры в изотопически симметричной пионной материи.

ϕ -мезонное столкновительное уширение обсуждалась в работах [355], [356]. Распад $\phi \rightarrow K\bar{K}$ может быть подавлена из-за увеличения массы каона и/или уменьшения массы ϕ -мезона. Столкновительная ширина ϕ -мезона, однако, оставляет канал $\phi \rightarrow K\bar{K}$ открытым даже при $M_\phi < 2M_K$, приводя к увеличению полной ширины ϕ -мезона как при $M_\phi < 2M_K$ так и $M_\phi > 2M_K$.

Столкновительную ширину каонов можно найти из уравнения

$$\Gamma_K^* = \frac{1}{6M_K(2\pi)^2} \sum_{\ell} \int (|A_{\ell}^{1/2}(s)|^2 + 2|A_{\ell}^{3/2}(s)|^2) dn_s \Phi_2(\sqrt{s}, M_{\pi}, M_K), \quad (6.1.18)$$

где $A_{\ell}^I(s)$ - парциально-волновая амплитуда рассеяния πK с полным изоспином $I=1/2$ и $3/2$. Резонанс K^* увеличивает ширину на ~ 40 МэВ. В результате получаем $\Gamma_K^* = 81$ МэВ при $T = 170$ МэВ. Столкновительная ширина каона как функция температуры показана на Рисунке 78.

Ширина ϕ -мезона в среде может быть представлена в виде $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}^{med} = \eta \Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}^{vac}$, где

$$\eta = \frac{1}{\pi^2} \int \frac{p^{*3}(M_{\phi}^*, m_1^*, m_2^*)}{p^{*3}(M_{\phi}, M_K, M_K)} \frac{M_K^* \Gamma_K^* dm_1^{*2}}{(m_1^{*2} - M_K^{*2})^2 + (M_K^* \Gamma_K^*)^2} \frac{M_K^* \Gamma_K^* dm_2^{*2}}{(m_2^{*2} - M_K^{*2})^2 + (M_K^* \Gamma_K^*)^2}. \quad (6.1.19)$$

Мы полагаем $M_{\phi}^* = M_{\phi} - 2V_K$ и $M_K^* = M_K + \delta M_K$. Изменение действительной части каонной собственной энергии существенно не изменяет скорость распада ϕ -мезона в среде, поскольку

$$\Re \Sigma(M_K^2, M_K) \ll \Im \Sigma(M_K^2, M_K) = M_K \Gamma_K^*. \quad (6.1.20)$$

Коэффициент усиления η как функция температуры показан на Рисунке 79. При $T = 170$ МэВ получаем $\eta \sim 3$ и $\Gamma_{\phi}^{med} \sim 12$ МэВ. В среднем полная ширина распада ϕ -мезона увеличивается, так как распределение Брейта - Вигнера допускает распады ϕ -мезона на каоны с уменьшенной массой, как следствие, увеличивается доступное фазовое пространство.

6.2 Эффективная парциальная ширина распада ϕ -мезонов на дилептонную пару

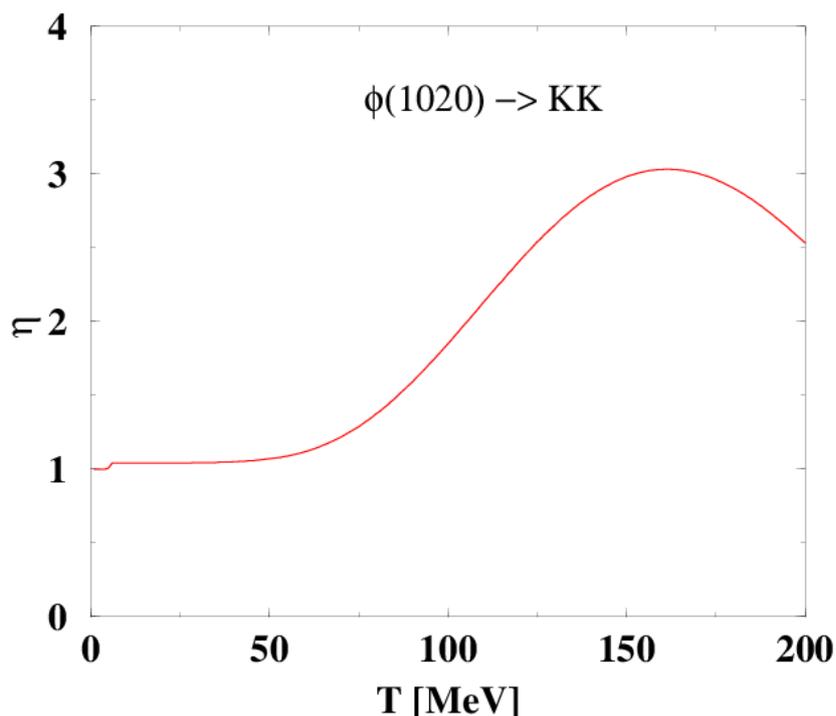


Рисунок 79. Фактор η усиления распада $\phi \rightarrow K\bar{K}$ как функция температуры в симметричной пионной материи.

Дилептоны, возникающие от распадов ϕ , покидают пионную материю практически не взаимодействуя, в то время как каоны перерассеиваются и частично уходят в фон. Это может приводить к увеличению видимой дилептонной парциальной ширины. Предположим, что ϕ -мезоны покидают зону реакции спустя время τ после образования, и что каоны, образованные в распаде ϕ , не перерассеиваются. Распады $\phi \rightarrow K\bar{K}$ генерируют нерелятивистские K -мезоны в системе покоя ϕ . Таким образом, вторичные каоны движутся с той же скоростью, что и ϕ -мезоны, и покидают зону реакции без перерассеяния с вероятностью

$$w \sim \int_0^\tau (e^{-\Gamma_K^*(\tau-t)})^2 e^{-\Gamma_\phi^* t} \Gamma_\phi dt. \quad (6.1.21)$$

Первый множитель есть вероятность того, что оба каона покидают зону реакции без перерасеяния. Второй множитель есть вероятность выживания ϕ за время t . Третий множитель $\Gamma_\phi dt$ - вероятность распада ϕ на пару каонов. Заметим, что $\Gamma_\phi^* dt$ имеет смысл вероятностью распада ϕ на каоны, которые затем рассеиваются на пионах. Мы отбираем каонные пары с инвариантной массой ϕ -мезона, такие каоны не перерассеиваются. Число ϕ -мезонов, зарегистрированных в двух-каонном канале, оказывается равным

$$N_{K\bar{K}} \sim e^{-\Gamma_\phi^* \tau} + \frac{\Gamma_\phi}{2\Gamma_K^* - \Gamma_\phi^*} (e^{-\Gamma_\phi^* \tau} - e^{-2\Gamma_K^* \tau}). \quad (6.1.22)$$

Первое слагаемое учитывает распад тех ϕ -мезонов, которые вышли из зоны реакции. Второе слагаемое следует из уравнения (6.1.21); оно учитывает ϕ -мезоны, которые распались внутри зоны реакции.

Суммарное число ϕ -мезонов, зарегистрированных в дилептонном канале, равно

$$N_{e^+e^-} \sim e^{-\Gamma_\phi^* \tau} B + (1 - e^{-\Gamma_\phi^* \tau}) B^*, \quad (6.1.23)$$

где B и B^* дилептонные парциальные ширины ϕ -мезонов в вакууме и в среде. Мы предполагаем, что дилептонный канал в среде не модифицируется, и $B^*/B = \Gamma_\phi/\Gamma_\phi^*$. Наблюдаемая дилептонная парциальная ширина равна

$$B^{app} = B \frac{1 + (e^{\Gamma_\phi^* \tau} - 1) \Gamma_\phi / \Gamma_\phi^*}{1 + \frac{\Gamma_\phi}{2\Gamma_K^* - \Gamma_\phi^*} (1 - e^{-(2\Gamma_K^* - \Gamma_\phi^*) \tau})}. \quad (6.1.24)$$

Транспортные расчеты при RHIC энергиях дают $e^{-\Gamma_\phi^* \tau} \sim 1/2$ [358]. В таком случае, изменяя температуру в интервале $T = 120 \div 170$ МэВ для температур-

ного и химического замораживания, получаем $B^{app}/B \sim 2 \div 3$, что находится в согласии с наблюдениями коллабораций NA50, NA49 и PHENIX.

ИНДУЦИРОВАННАЯ МАЙОРАНОВСКАЯ МАССА НЕЙТРИНО В
ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

В настоящей главе рассмотрен механизм безнейтринного двойного бета-распада ($0\nu\beta\beta$), обусловленный обменом майорановским нейтрино. Учетывается влияние ядерной среды на четырехфермионные операторы, описывающие взаимодействие нейтрино с валентными кварками нуклонов, как показано на Рисунке 80.

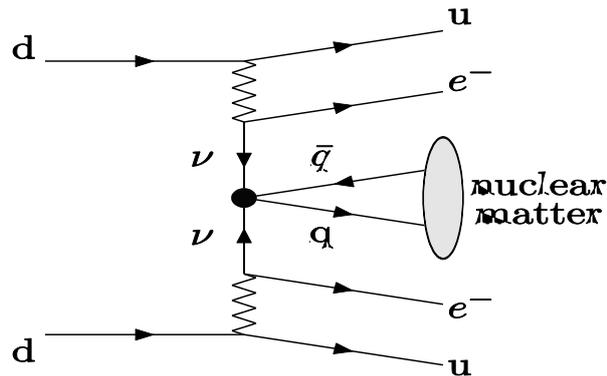


Рисунок 80. Взаимодействие нейтрино с ядерной средой, генерирующее майорановскую массу нейтрино и индуцирующее $0\nu\beta\beta$ распад.

7.1 Ограничения на масштаб нарушающих полное лептонное число взаимодействий

Среднее поле в ядре, как известно, создается скалярными и векторными токами, связанными с σ - и ω -мезонами [186]. Здесь мы рассмотрим только скалярный случай. Эффективный четырехфермионный нейтрино-кварковый лагранжиан с операторами минимальной размерности может быть записать в виде:

$$L_{eff} = \frac{1}{\Lambda_{LNV}^2} \sum_{i,j,q} \left(g_{ij}^q \overline{\nu_{Li}^c} \nu_{Lj} \cdot \overline{q} q + h.c. \right) \quad (7.1.1)$$

$$+ \frac{1}{\Lambda^3} \sum_{i,j,q} h_{ij}^q \overline{\nu_{Li}^c} i \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \nu_{Lj} \cdot \overline{q} q, \quad (7.1.2)$$

где $\overleftrightarrow{\partial}_\mu = (-\overrightarrow{\partial} + \overleftarrow{\partial})_\mu$, ν_{Li} - активные левые нейтрино в флейворном базисе ($i, j = e, \mu, \tau$), g_{ij}^q and h_{ij}^q - их безразмерные константы связи со скалярными кварковыми токами, удовлетворяющие условиям

$$g_{ij}^q = g_{ji}^q, \quad (h_{ij}^q)^* = h_{ji}^q. \quad (7.1.3)$$

Первое соотношение следует из тождества $\overline{\nu_{Li}^c} \nu_{Lj} = \overline{\nu_{Lj}^c} \nu_{Li}$, второе – из эрмитовости нейтринного оператора с производными.

Слагаемое (7.1.1) в эффективном лагранжиане нарушает лептонное число на две единицы $\Delta L = 2$, второе слагаемое сохраняет лептонное число $\Delta L = 0$. Мы пренебрегаем поверхностными членами, которые могут давать нетривиальные вклады на поверхности ядра, где градиент плотности велик. Рассмотрим приближение бесконечного ядра. Масштабы Λ_{LNV} и Λ из $\Delta L = 2$ и $\Delta L = 0$ операторов, вообще говоря, отличаются. Они имеют порядок масс виртуальных частиц, генерирующие эти эффективные операторы на древесном уровне. Эти частицы могут быть как скалярами, так и векторами (векторными лептокварками) с массами $M \gg p_F \sim 280 \text{ МэВ}$, где p_F - импульс

Ферми нуклонов в ядрах, который определяет масштаб импульсов в $0\nu\beta\beta$ распаде.

В приближении среднего поля заменяем оператор $\bar{q}q$ в эффективном лагранжиане его средним значением $\langle\bar{q}q\rangle$ по кваркам в нуклонах. В модели мешков MIT для легких кварков оценку $\langle\bar{q}q\rangle \approx \frac{1}{2}\langle q^\dagger q\rangle$ [374], что эквивалентно $\langle\bar{q}q\rangle \approx 0.25 \text{ fm}^{-3}$ при плотности насыщения. Таким образом, в ядерной среде эффективный лагранжиан сводится к

$$L_{eff} = \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{\Lambda_{LNV}^2} \left(\overline{v_{Li}^c} g_{ij} v_{Lj} + h.c. \right) + \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{\Lambda^3} \overline{v_{Li}} h_{ij} i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu v_{Lj}, \quad (7.1.4)$$

где $g_{ij} = (g_{ij}^u + g_{ij}^d)/2$ and $h_{ij} = (h_{ij}^u + h_{ij}^d)/2$, ядерная среда рассматривается приближенно как изосинглет.

Слагаемые электрослабого лагранжиана в вакууме, имеющие отношение к расчету амплитуды $0\nu\beta\beta$ распада через майорановское нейтрино в механизме обмена, имеют вид:

$$L_{EW}^{vac} = \frac{1}{4} \overline{v_{Li}} i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu v_{Li} - \frac{1}{2} \overline{v_{Li}^c} \hat{M}_{ij}^L v_{Lj} + \frac{4G_F \cos\theta_C}{\sqrt{2}} \overline{l_{Li}} \gamma^\mu v_{Lj} \cdot \overline{u_L} \gamma_\mu d_L + h.c., \quad (7.1.5)$$

где $M_{ij}^L = M_{ji}^L$ - майорановская массовая матрица. Она может быть диагонализирована некоторой унитарной матрицей

$$v_{Li} = U_{ij}^L v'_{Lj}. \quad (7.1.6)$$

В базисе, где массовая матрица заряженных лептонов диагональна, унитарная матрица U_{ij}^L совпадает с PMNS матрицей смешивания. Таким образом, в вакууме

$$L_{EW}^{vac} = \frac{1}{4} \overline{v'_{Li}} i\gamma^\mu \vec{\partial}_\mu v'_{Li} - \frac{1}{2} m_i \overline{v'_{Li}^c} v'_{Li} + \frac{4G_F \cos\theta_C}{\sqrt{2}} \overline{l_{Li}} \gamma^\mu U_{ij}^L v'_{Lj} \cdot \overline{u_L} \gamma_\mu d_L + h.c. \quad (7.1.7)$$

Здесь m_i ($i = 1,2,3$) – массы нейтрино в вакууме.

Согласно стандартной параметризации $U^L = V^L D$, где V^L - матрица, зависящая от трех углов смешивания и одной фазы Дирака, $D = \text{Diag}\{1, \exp(i\alpha_{21}/2), \exp(i\alpha_{31}/2)\}$ - диагональная матрица майорановских фаз, которые выбраны так, что $m_i^* = m_i \geq 0$, величина $V_{e3}^L = \sin^2\theta_{13}$ не имеет дираковской фазы.

Как видно из уравнения (7.1.4), взаимодействие нейтрино с ядерной материей влияет на массовый и на кинетический член эффективного лагранжиана. В результате эффективный лагранжиан в среде принимает вид

$$L_{EW}^{\text{med}} = \frac{1}{4} \overline{v'_{Li}} \hat{K}_{ij} i\gamma^\mu \tilde{\partial}_\mu v'_{Lj} - \frac{1}{2} \overline{v'_{Li}} \hat{M}_{ij} v'_{Lj} + \frac{4G_F \cos\theta_C}{\sqrt{2}} \overline{l_{Li}} \gamma^\mu U_{ij}^L v'_{Lj} \cdot \overline{u_L} \gamma_\mu d_L + h.c., \quad (7.1.8)$$

где

$$\hat{K}_{ij} = \delta_{ij} + 4 \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\Lambda^3} \hat{g}_{ij}, \quad \hat{M}_{ij} = m_i \delta_{ij} - 2 \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\Lambda_{\text{LNV}}^2} \hat{h}_{ij}, \quad (7.1.9)$$

также $\hat{g} = U^{L\dagger} g U^L$, $\hat{h} = (U^L)^T h U^L$. Исходя из соотношений (7.1.3), находим

$$\hat{K}^\dagger = \hat{K}, \quad \hat{M}^T = \hat{M} \quad (7.1.10)$$

Сначала приведем к каноническому виду кинетический член в лагранжиане (7.1.8). Он диагонализуется с помощью унитарного преобразования

$$v'_i = V_{ij} v''_j, \quad V^\dagger \hat{K} V = \text{Diag}\{\lambda_k\} \equiv \Omega \quad (7.1.11)$$

где $\lambda_k^* = \lambda_k \geq 0$. Собственные значения положительны при условии

$$4 \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\Lambda^3} \hat{g} \leq 1, \quad (7.1.12)$$

выполнение которого подразумевается в нашем анализе. Изменяя масштаб полей $v''_i \rightarrow \lambda_i^{-1/2} v''_i$, приводим кинетический член к каноническому виду

$$L_{EW}^{\text{med}} = \frac{1}{4} \overline{v_{Li}''} i\gamma^\mu \tilde{\partial}_\mu v_{Li}'' - \frac{1}{2} \overline{v_{Li}''^c} \lambda_i^{-1/2} V_{ji} M_{jk} V_{kn} \lambda_j^{-1/2} v_{Ln}'' + \frac{4G_F \cos\theta_C}{\sqrt{2}} \overline{l_{Li}} \gamma^\mu U_{ij}^L V_{jk} \lambda_k^{-1/2} v_{Lk}'' \cdot \overline{u_L} \gamma_\mu d_L + h.c. \quad (7.1.13)$$

Эффективный майорановский массовый член диагонализуется унитарным преобразованием

$$v_i'' = W_{ij}^L \tilde{v}_j, \quad (W^L)^T (\Omega^{-1/2} V^T \hat{M} V \Omega^{-1/2}) W^L = \text{Diag} \{ \overline{\mu}_i \}, \quad (7.1.14)$$

где $\overline{\mu}_i = \mu_i \exp(-i\phi_i)$ и $|\overline{\mu}_i| = \mu_i$. Эти фазы могут быть поглощены полями нейтрино $\tilde{v}_{Li} \rightarrow \exp(i\phi_i/2) \tilde{v}_{Li}$. Только две фазы являются физическими. Одна из них, $\phi_{1,2,3}$, может быть поглощена фазой заряженных лептонов: $l_{Li} \rightarrow l_{Li} \exp(-i\phi_i/2)$, где в качестве фазы, подлежащей устранению, условно выбрана фаза ϕ_1 . Окончательно нейтринный лагранжиан в ядерной материи принимает вид:

$$L_{EW}^{\text{med}} = \frac{1}{4} \overline{\tilde{v}_{Li}} i\gamma^\mu \tilde{\partial}_\mu \tilde{v}_{Li} - \frac{1}{2} \mu_i \overline{\tilde{v}_{Li}^c} \tilde{v}_{Li} + \frac{4G_F \cos\theta_C}{\sqrt{2}} \overline{l_{Li}} \gamma^\mu U_{ij}^{\text{eff}} \tilde{v}_{Lj} \cdot \overline{u_L} \gamma_\mu d_L + h.c. \quad (7.1.15)$$

Нейтринные поля \tilde{v}_{Li} - собственные состояния эффективного гамильтониана. Они связаны с вакуумными полями соотношением

$$v_{Li} = U_{ij}^{\text{eff}} \tilde{v}_{Lj}, \quad U^{\text{eff}} = U^L V \Omega^{-1/2} W^L P, \quad (7.1.16)$$

где $P = \text{Diag} \{ 1, \exp(i\phi_{21}/2), \exp(i\phi_{31}/2) \}$ - диагональная матрица фазовых множителей с $\phi_{21} = \phi_2 - \phi_1$, $\phi_{31} = \phi_3 - \phi_1$. Заметим, что матрица U^{eff} не является унитарной, в отличие от матрицы смешивания U^L в вакууме.

Амплитуда $0\nu\beta\beta$ распада в механизме обмена майорановским нейтрино пропорциональна величине

$$m_{\beta\beta} = \sum_i (U_{ei}^{\text{eff}})^2 \mu_i, \quad (7.1.17)$$

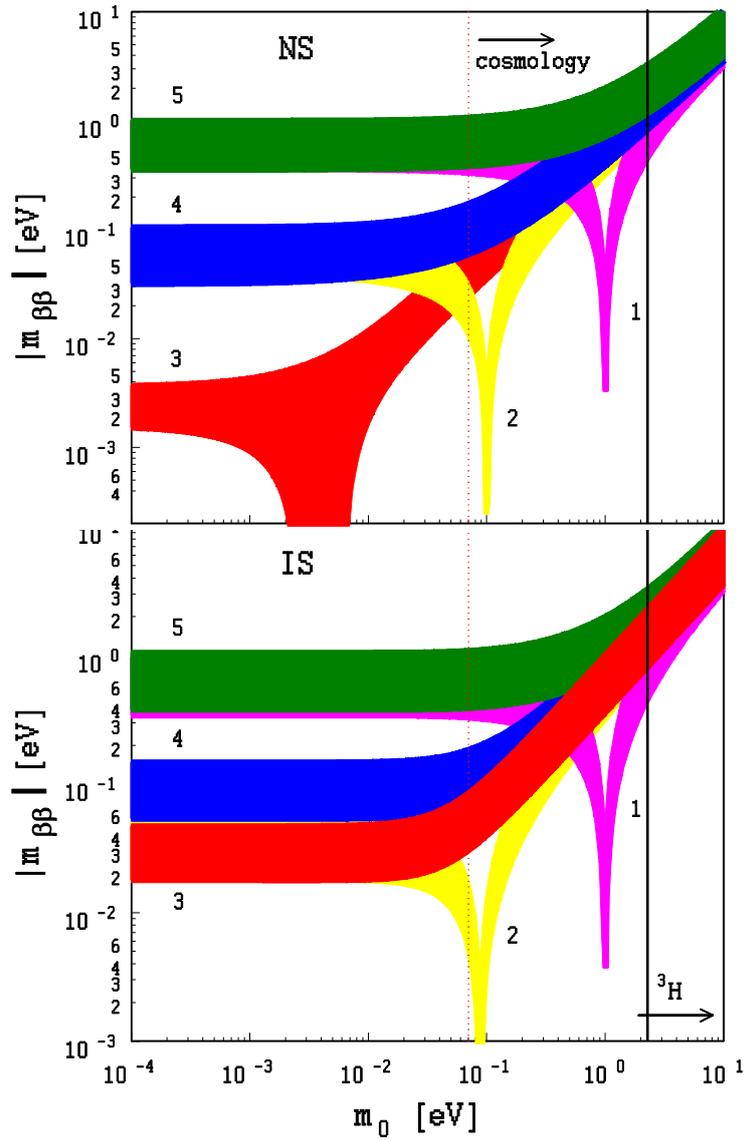


Рисунок 81. Области 1, 2, 3, 4 и 5 показывают допустимые значения $|m_{\beta\beta}|$ и m_0 для $h=0$ и $\langle \bar{q}q \rangle g = -1, -0.1, 0, 0.1, 1$ эВ, соответственно. Верхняя и нижняя панели соответствуют нормальному (NS) и инвертированному (IS) спектру масс нейтрино. CP фазы варьируются в интервале $[0, 2\pi]$.

которую следует сравнить с соответствующей эффективной майорановской массой нейтрино в вакууме

$$m_{\beta\beta}^{\text{vac}} = \sum_i (U_{ei}^L)^2 m_i. \quad (7.1.18)$$

Экспериментальные поиски $0\nu\beta\beta$ распада дают информацию об эффективном параметре $m_{\beta\beta}$ в уравнении (7.1.17). С учетом различий в оценке ядерных матричных элементах наиболее сильное ограничение дают эксперименты EXO-200 и KamLAND-Zen с ^{136}Xe [378] и эксперимент GERDA с ^{76}Ge [379]

$$|m_{\beta\beta}| \leq 0.2 - 0.4 \text{ eV}. \quad (7.1.19)$$

Обсуждение перспектив экспериментального поиска $0\nu\beta\beta$ распада можно найти в работе [175].

Информация о вакуумной массе нейтрино и смешивания получена в нейтринных осцилляционных экспериментах [380]. Измеренные величины – разности квадратов масс $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ и углы смешивания θ_{12} , θ_{23} и θ_{13} . Если общий масштаб масс фиксирован, например, массой легчайшего нейтрино $m_0 \equiv \min(m_i)$, все остальные массы определяются однозначно. Возможны два типа спектра масс нейтрино: нормальный $m_1 < m_2 < m_3$ (NS) и обратный $m_3 < m_1 < m_2$ (IS).

Масштаб массы нейтрино в вакууме ограничен измерениями бета-распада трития и космологическими данными [346].

В настоящее время наилучший экспериментальный предел на параметр m_β в бета-распаде трития следующий [375]:

$$m_\beta = \sqrt{\sum_i |U_{ei}^L|^2 m_i^2} < 2.2 \text{ эВ}, \quad 95\% \text{ C.L.} \quad (7.1.20)$$

Ожидается, что в недалеком будущем эксперимент KATRIN улучшит этот предел на порядок [381].

Недавно коллаборация Planck [346] установила новый предел на сумму масс нейтрино:

$$\sum_i m_i \leq 0.23 - 1.08 \text{ эВ}. \quad (7.1.21)$$

Нижний предел дает $m_0 \leq 0.07$ эВ. Предел на сумму масс нейтрино $0.28 - 0.4$ эВ был также получен в работе [347].

Из соотношений (7.1.19) – (7.1.21) получаем ограничения на эффективное четырехфермионное кварк-нейтринное взаимодействие. Рассмотрим упрощенный случай скалярной связи (7.1.1) – (7.1.4):

$$4 \frac{\hat{h}_{ij}}{\Lambda^3} = \delta_{ij} h, \quad 2 \frac{\hat{g}_{ij}}{\Lambda_{LNV}^2} = \delta_{ij} g, \quad (7.1.22)$$

где g, h - вещественные числа, \hat{g}, \hat{h} определены после уравнения (7.1.9).

Находим далее

$$\begin{aligned} V_{ij} &= \delta_{ij}, \quad W_{ij}^L = \delta_{ij}, \quad \Omega_{ij} = \delta_{ij} \lambda, \\ \lambda &= 1 + \langle \bar{q}q \rangle h, \quad \mu_i = \lambda^{-1} |m_i - \langle \bar{q}q \rangle g| \end{aligned} \quad (7.1.23)$$

Эффективная майорановская масса в этом случае принимает вид

$$m_{\beta\beta} = \sum_{i=1}^n (V_{ei}^L)^2 \xi_i \frac{|m_i - \langle \bar{q}q \rangle g|}{(1 - \langle \bar{q}q \rangle h)^2}. \quad (7.1.24)$$

Здесь V_{ij}^L - PMNS матрица смешивания в вакууме без майорановских фаз.

Майорановский фазовый множитель равен $\xi_i = \{1, \exp(i\alpha_1), \exp(i\alpha_2)\}$, где

$\alpha_1 = (\alpha_{21} + \phi_{21})/2$, $\alpha_2 = (\alpha_{31} + \phi_{31})/2$, α_{ij} - майорановские фазы в вакууме,

определенные совместно с матрицей V^L после уравнения (7.1.7). В ядерной

среде согласно величина $m_{\beta\beta}$ зависит от двух новых неизвестных параметров

g, h . В численных оценках мы предполагаем, что только один из них отличен

от нуля одновременно. Неизвестные фазы в уравнении (7.1.24) варьируются в

интервале $[0, 2\pi]$. Вакуумные углы смешивания и квадраты масс нейтрино

взяты из работы [380]. Полученные результаты представлены на Рисунке 82. Затемненные области показывают допустимые значения $|m_{\beta\beta}|$ и m_0 для фиксированного набора значений g . Области справа от вертикальных линий исключены из бета-распада трития [375] и космологических данных коллаборации Planck. Для обоих сценариев NH и IH эти результаты приводят к ограничению масштаба LNV операторов

$$\Lambda_{\text{LNV}} \geq 2.4 \text{ TeV (Planck)}, 1.1 \text{ TeV (tritium)} \quad (7.1.25)$$

Данные эксперимента KATRIN позволят увеличить верхний предел 1.1 ТэВ до ~ 2 ТэВ.

Эффект связи h является особенно простым. Изменение h приводит к синхронному смещению графиков Рис. 2 по вертикальной оси. Для случая $g = 0$, соответствующего области 3 на Рис. 2, ограничение на шкалу операторов, сохраняющих лептонное число, оказывается весьма слабым $\Lambda \geq 0.2$ ГэВ.

Нестандартные взаимодействия влияют на характер распространения нейтрино в среде. Можно ожидать, следовательно, дополнительных ограничений на масштаб нестандартных взаимодействий из астрофизических данных. Экзотическое векторное четырехфермионное взаимодействие интенсивно обсуждается в литературе (см., например, обзор [383]). В отличие от взаимодействий скалярного типа вклад векторного взаимодействия в нейтринный гамильтониан в среде не зависит от энергии нейтрино. Скалярное взаимодействие сводится к перенормировке массовой матрицы нейтрино, вклад которой в эффективный гамильтониан подавлен энергией нейтрино, то есть лоренц-фактором нейтрино. Осцилляции нейтрино в веществе являются поэтому намного менее чувствительными к взаимодействиям типа (7.1.1) и (7.1.2). С другой стороны, ограничения (8.1.14) из $0\nu\beta\beta$ распада сопоставимы по чувствительности с наиболее строгими из тех, которые были до сих пор полученных для нестандартных взаимодействий векторного типа.

Улучшающиеся космологические ограничения и ограничения из одиночного β распада на массу нейтрино в будущем могут вступить в конфликт с возможным наблюдением $0\nu\beta\beta$ распада. Если это случится, для объяснения противоречия потребуется новая физика, например, новое эффективное кварк-нейтринное взаимодействие (7.1.1), (7.1.2), усиленное в $0\nu\beta\beta$ распаде средним полем в ядре. Если доминирующим механизмом $0\nu\beta\beta$ распада является обмен майорановским нейтрино, представленный в настоящей главе сценарий обеспечит наиболее прямое объяснение возможной несовместимости экспериментов.

Мы рассмотрели обменный механизм майорановским нейтрино в $0\nu\beta\beta$ распаде в присутствии нестандартного LNV взаимодействия нейтрино с ядерной средой. Эти взаимодействия параметризовались операторами низшей размерности. Найдена массовая матрица нейтрино и матрица смешивания в ядерной среде, определяющая параметр $m_{\beta\beta}$. Экспериментальные ограничения на $m_{\beta\beta}$ совместно с космологическими ограничениями и ограничениями из β распада трития позволяют получить ограничения на масштаб LNV взаимодействия нейтрино со скалярным нуклонным током. Аналогичным образом ядерная среда может влиять на другие механизмы $0\nu\beta\beta$ распада.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование ядерной материи и свойств адронов и лептонов в ядерной материи позволяет сделать следующие выводы.

- В $SU(2)$ цветовой группе кварки в бесцветном состоянии образуют в кварковой материи куперовские пары, что ведет к сверхпроводимости и сверхтекучести. Данное явление находит подтверждение в решеточных моделях КХД и феноменологических моделях Полякова-Намбу-Иона-Лазинио.

Свойства сверхпроводящей фазы изучены в рамках КХД мотивированной модели типа модели Намбу-Иона-Лазинио. В формализме Горькова найдены нормальная и аномальная функции Грина, исследована их зависимость от плотности и температуры вещества. Сверхпроводимость кварковой материи в $SU(2)$ цветовой группе может быть описана при высокой плотности в рамках КХД. Основные особенности $SU(2)$ сверхпроводимости присутствуют в простой, точно решаемой, КХД мотивированной модели, рассмотренной в Главе 2.

Сверхпроводимость в $SU(3)$ цветовой группе может быть описана в рамках проекционной теории БКШ, которая применяется в ядерной физике для выделения из пробной волновой функции БКШ состояний с требуемой симметрией. К таким симметриям относится симметрия $U(1)$ группы, связанной с числом протонов и нейтронов, $SU(2)$ группы, связанной с угловым моментом и определенным изоспином. В случае $SU(3)$ цветовой кварковой материи необходимо проектировать на состояния с нулевым цветом. Данный формализм технически сложен, поэтому прогресс в аналитических методах решения задач проекционной БКШ представляет интерес. В Главе 2 предложен новый метод вычисления нормировки волновых функций проекционной БКШ с определенным числом фермионов с помощью одномерной рекурсии. Найдены аналитические выражения для средних значений одно-, двух- и четырех-

частичных операторов. На точно решаемом примере было проведено сравнение предсказаний стандартной БКШ, проекционной БКШ с вариацией после проекции, проекционной БКШ с проекцией после вариации и точного численного решения.

- Дибарионы в ядерной материи образуют бозе-конденсат, что влияет на уравнение состояния ядерной материи.

В эксперименте дибарионы могут проявлять себя как двухнуклонные резонансы, либо как примитивы. Примитивы - полюса P матрицы, которые являются нулями D функции на унитарном разрезе и которые не проявляют себя как полюса S матрицы.

КДД полюса согласно Дайсону ассоциируются со связанными состояниями и резонансами. Показано, что в общем случае КДД полюса соответствуют связанным состояниям, резонансам и примитивам. КДД полюса для примитивов возникают в системах с отталкиванием. Получено обобщение уравнения Лоу для амплитуд в каналах, где существуют примитивы. В рассмотренной модели в 3S_1 и 1S_0 нуклонных каналах КДД полюса возникают при $M = 3203$ и 2916 МэВ, соответственно. Они связаны с примитивами с массой $M = 2047$ и 2006 МэВ.

Уравнение состояния ядерной материи существенным образом зависит от того, являются примитивы устойчивыми при наложении внешнего возмущения, как это имеет место в t -канальных моделях взаимодействия, или неустойчивыми, как это имеет место в s -канальных моделях.

- Явление бозе-конденсации дибарионных резонансов в ядерном веществе изучено в рамках одномерной точно решаемой модели. Для широкого класса сингулярных потенциалов нулевого радиуса свойства одномерных ферми-систем могут быть определены точно, не прибегая к теории возмущений. Проведен анализ поведения одномерной ферми-системы с резонансом в двух-фермионном канале. В рассматриваемой модели принцип Паули и составной

характер резонанса учитываются точно. Наблюдается рост функции распределения фермионов вблизи поверхности Ферми при приближении к критической плотности. Образование резонансов сопровождается смягчением уравнения состояния. Чем уже резонанс, тем мягче уравнение состояния. Точно решаемая модель качественно подтверждает картину поведения бинарной смеси нуклонов и дибарионов в приближении идеального газа.

- В приближении релятивистского среднего поля (RMF) изучены свойства ядерной материи с бозе-конденсатом дибарионов. Данное состояние материи может существовать при плотности выше плотности насыщения и ниже плотности фазового перехода в кварковую материю. Данный сценарий реализуется, если дибарионный конденсат устойчив к сжатию. Если конденсат неустойчив, рождение дибарионов оказывается механизмом, инициирующим фазовый переход в кварковую материю. Даны оценки масс дибарионов и констант связи, соответствующих различным сценариям.

В релятивистском приближении Хартри (RHA) изучены свойства ядерной материи с бозе-конденсатом дибарионов. Построены нормальные и аномальные функции Грина элементарных возбуждений в ядерной материи с примесью дибарионов с учетом смешивания, найдены законы дисперсии элементарных возбуждений и уравнение состояния ядерной материи.

Изучено влияние дибарионов на структуру нейтронных звезд в теории среднего поля и в релятивистском приближении Хартри. Из существования массивных нейтронных звезд получены ограничения на константы связи скалярных и векторных мезонов с дибарионами. Эти ограничения зависят от масс дибарионов. Более мягкое уравнение состояния RHA приводит к более сильным ограничениям на константы связи в сравнении с более жестким уравнением состояния MFT. Показано, что легкие дибарионы образуют бозе-конденсат, устойчивый к сжатию.

- Свойства резонансов модифицируются в среде. Мы рассмотрели следствия, вытекающие из экспериментальных результатов по измерению фотопоглощения на ядрах в области резонансов $D_{13}(1520)$ и $F_{15}(1680)$. Показано, что основные эффекты, искажающие спектральную функцию резонансов в ядерной среде, - это ферми-движение и столкновительное уширение. Одно лишь ферми-движение не может объяснить подавления резонансов, в частности $D_{13}(1520)$. Столкновительное уширение является наиболее важным эффектом.

Распространения резонансов в ядре может быть описано с использованием эйконального приближения в терминах оптического псевдопотенциала для N^* - ядерного взаимодействия, зависящего от средней плотности ядра и N^*N амплитуды рассеяния вперед. В этом случае столкновительное уширение зависит только от полного N^*N сечения рассеяния. Аппроксимируя экспериментальные данные фоторождения, мы определили N^*N сечения для $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1680)$, и $D_{33}(1700)$ резонансов, которые вносят существенный вклад в полное сечение ниже 1.2 ГэВ. Оценки не нарушают унитарного предела, а в случае N взаимодействия с изобарой согласуются с экспериментальными данными.

- Развита формализм когерентного рождения резонансов на ядре, при котором ядро возвращается в основное состояние. После рождения резонанс может распадаться внутри и вне ядра. Полная амплитуда является когерентной суперпозицией двух амплитуд, описывающих распад вне ядра со свободными параметрами резонанса и распад внутри ядра с модифицированными параметрами резонанса. Для ядра конечного размера амплитуда рождения резонанса не имеет полюса, соответствующего параметрам резонанса в бесконечной среде. В то время как модифицированный резонансный знаменатель в соответствующей компоненте амплитуды присутствует, вычет в фиктивном полюсе равен нулю. Аналитические свойства амплитуды для конечного ядра не изменяются. Существует единственный полюс, связанный с резонансом в ва-

кууме. В бесконечной ядерной среде быстро осциллирующие экспоненты можно отбросить, в результате чего выживает только единственное слагаемое амплитуды с параметрами резонанса в ядерной среде. Это слагаемое имеет вид амплитуды Брейта-Вигнера. Данные выводы получены в формализме эй-конального рассеяния. При высоких энергиях полученная двухкомпонентная формула амплитуды Брейта-Вигнера не модифицируются.

- Проведен расчет дилептонных каналов распада нестранных мезонов с массой ниже $\phi(1020)$. Помимо прямых каналов распадов и некоторых Далиц распадов, которые хорошо известны в литературе, мы предприняли систематическое изучение распадов, дающих вклад в спектр дилептонов вдали от ρ и ω пиков, которые ранее не учитывались. К ним относятся некоторые Далиц распады, как, например, $\eta' \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$ и $f_0 \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$, а также большинство распадов с четырьмя частицами в конечном состоянии. Многие из этих процессов, как было показано, дают небольшой вклад в дилептонные ширины, однако, есть исключения. Мы обнаружили, что в распадах ρ^0 -мезонов главный вклад в фон ниже 350 МэВ возникает от распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$. Распады $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ и $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 e^+ e^-$ увеличивают выход дилептонов с инвариантной массой больше 100 МэВ примерно на 30% в сравнении с прямым каналом $\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$. В случае f_0 -мезона вероятность распада $f_0 \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ в интервале 100-400 МэВ на один-три порядка больше, чем доминирующая мода $f_0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$. В большинстве других случаев четырех-частичные распады дают небольшие вклады в рождение дилептонов и, таким образом, пренебрежение этими распадами представляется обоснованным.

Рассчитанные значения парциальных ширин использовались экспериментаторами для поиска дилептонных мод мезонных распадов.

- В столкновениях тяжелых ионов дилептоны рождаются в результате мезонных распадов и распадов нуклонных резонансов. Наряду с распадом мезонов, изучены распады нуклонных резонансов. Для инвариантных масс дилептонов в несколько сотен МэВ важный вклад в рождение дилептонов в столкновениях тяжелых ионов, как показывают транспортные расчеты, дает распад изобары $\Delta(1232) \rightarrow Ne^+e^-$. Впервые получены релятивистские, кинематически полные, феноменологические выражения для радиационных и дилептонных ширин распадов нуклонных резонансов с произвольным спином и четностью. В модели обобщенной векторной доминантности (eVMD) переходные форм-факторы нуклонных резонансов определены нормировкой на экспериментальные данные по фоторождению, электророждению и по ширинам распадов резонансов на нуклон и векторный мезон. В тех случаях, когда экспериментальные данные отсутствуют, использовались предсказания кварковых моделей. Асимптотика форм-факторов в модели eVMD удовлетворяет правилам кваркового счета. Построенная модель используется для моделирования рождения дилептонов в столкновениях тяжелых ионов в транспортной модели молекулярной динамики Тюбинген/ИТЭФ.

- Рассмотрено рождение дилептонов в протон-протонных столкновениях при энергиях 1-5 ГэВ. Подпороговое рождение векторных мезонов и их вклад в сечение описан в рамках eVMD. Эта модель позволяет единым образом описать ширины распадов нуклонных резонансов на нуклон и векторный мезон или фотон и данные по электророждению нуклонных резонансов. Дилептонные моды описаны в рамках релятивистской, кинематически полной схемы. Полученные дилептонные спектры в протон-протонных столкновениях хорошо согласуются с экспериментом при энергиях $T = 1.27 - 1.85$ ГэВ. При энергии $T = 1.04$ ГэВ существует некоторое превышение расчетного выхода дилептонов над экспериментом. При энергии $T = 2.09$ ГэВ имеется

недооценка в окрестности ω -мезонного пика. При энергии $T = 4.88$ ГэВ имеется недооценка выхода дилептонов в области ниже ρ -мезонного пика ($M \approx 400 \div 700$ МэВ).

Проведен анализ рождения ω -мезонов в нуклон-нуклонных столкновениях вблизи порога в рамках eVMD модели, которая успешно описывает мезонные $R \rightarrow NV$ и радиационные распады $R \rightarrow N\gamma$ нуклонных резонансов. Указано на выделенную роль резонанса $N^*(1535)$. Причина заключается в большой ширине распада по каналу $N\omega$ в области, где ω -мезон рождается под порогом. Сильная связь $N^*(1535)N\omega$ является предпочтительной исходя из данных по электро- и фоторождению ω -мезона.

Вблизи порога рождение ω -мезона вне массовой поверхности является доминирующим. Эта часть сечения, однако, не измеряется экспериментально, поскольку она отождествляется с фоновым вкладом. Для сравнения с экспериментом применяется та же процедура, которой следуют экспериментаторы: теоретический фон, возникающий из-за рождения вне массовой поверхности, вычитается, учитывается измеряемая полюсная часть сечения. Имеющиеся данные воспроизводятся точно, начиная с энергий, близких к порогу, вплоть до энергий, намного выше порога без корректировки старых и без введения новых параметров. При энергиях вблизи порога полное сечение на порядок больше, чем измеряемая полюсная часть.

Мы пришли к выводу, что в соответствии с предыдущим анализом данных электро- и фоторождения, измеренное сечение рождения ω -мезонов в протон-протонных столкновениях говорит в пользу сценария большой связи в канале $N\omega$. Если рождение ω вне массовой поверхности велико, число дилептонов, образующихся в нуклон-нуклонных столкновениях, должно быть значительно

больше, чем ожидается, если ω -мезоны рождаются лишь на массовой поверхности.

- В транспортную модель (релятивистской) квантовой молекулярной динамики (QMD/RQMD), разработанную ранее в Тюбингене, включены процессы, связанные с рождением дилептонов в столкновениях тяжелых ионов. К этим процессам относятся дополнительные каналы рождения, распространения и распада нуклонных резонансов и легких нестранных мезонов.

Проведено моделирование рождения дилептонов в столкновениях тяжелых ионов в области энергий 1 – 5 ГэВ/нуклон. Рассмотрены различные сценарии для спектральных функций векторных мезонов в ядерной среде. Сравнение с экспериментальными данными коллабораций DLS и HADES позволило выявить реалистичные сценарии.

Найдены спектральные функции ρ - и ω -мезонов и уширение нуклонных резонансов при конечной плотности барионов в схеме, основанной на модели eVMD и резонансной модели для неупругих мезон-нуклонных и NN столкновений. Исследовано влияние модификации свойств векторных мезонов на дилептонный спектр в столкновениях тяжелых ионов. Спектр дилептонов моделируется для реакции C + C при 2,0 АГэВ и сравнивается с данными коллаборации HADES. Динамика столкновений описывается в транспортной модели релятивистской квантовой молекулярной динамики Тюбингена/ИТЭФ. Самосогласованный расчет спектральных функций векторных мезонов, учитывающий уширение нуклонных резонансов в ядерной среде, обеспечивает хорошее описание экспериментальных данных в области масс $0.45 \leq M \leq 0.75$ ГэВ. Расчеты несколько недооценивают выход дилептонов в области $m_\pi \leq M \leq 0.4$ ГэВ. С экспериментальными данными

сравниваются также сценарии столкновительного уширения и уменьшения массы векторных мезонов в ядерном веществе.

- Доказана возможность сведения квантово-механической задачи эволюции квантовых систем к статистико-механической задаче построения ансамбля квантовых характеристик и их полей Якоби. Сведение задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений возможно в любом фиксированном порядке разложения по постоянной Планка. После построения квантовых характеристик физические наблюдаемые далее находятся без обращения к динамике. Метод квантовых характеристик может быть полезен для расчета взаимодействия сложных квантовых систем – атомов, молекул, ядер. Метод может служить строгой теоретической основой для построения транспортных моделей.

- Изучены свойства К-мезонов в плотной горячей пионной материи, которая создается в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов. Собственная энергия каонов при малой температуре вычисляется в рамках киральной теории возмущений. При больших температурах эффект среды учитывается феноменологически, учитывается доминирующий вклад векторных К*-мезонов в собственную энергию. Найдены значения сдвига массы и ширины каонов в пионной материи. Дана оценка отношения парциальных ширин распада $\phi(1020)$ -мезона на пару КК и дилептонную пару в пионной среде.

- Рассмотрен механизм $0\nu\beta\beta$ распада, связанный с обменом майорановским нейтрино в присутствии нестандартного, нарушающего сохранение полного лептонного числа (LNV) взаимодействия нейтрино с ядерной средой. Это взаимодействие параметризовались операторами низшей размерности. Найдена массовая матрица майорановского нейтрино и матрица смешивания в ядерной среде, определяющая параметр $m_{\beta\beta}$ которому пропорциональна вероятность $0\nu\beta\beta$ распада. Экспериментальные ограничения на параметр $m_{\beta\beta}$ со-

вместно с космологическими ограничениями и ограничениями из бета-распада трития позволяют получить ограничения на масштаб LNV взаимодействий нейтрино с кварковым скалярным током: $> 2.2 \text{ ТэВ}$.

Улучшающиеся космологические ограничения и ограничения на массу нейтрино из β распада в будущем могут вступить в конфликт с возможным наблюдением $0\nu\beta\beta$ распада. Если это произойдет, для объяснения потребуется новая физика. В частности, противоречие может быть обусловлено новым эффективным LNV взаимодействием, усиленным в $0\nu\beta\beta$ распаде за счет среднего поля ядра. Если доминирующим механизмом $0\nu\beta\beta$ распада является обмен майорановским нейтрино, представленный сценарий обеспечит очевидное объяснение кажущейся несовместимости экспериментов.

Приложение 1

ШИРИНЫ РАСПАДА НУКЛОННЫХ РЕЗОНАНСОВ $R \rightarrow NV$ И $R \rightarrow Ne^+e^-$

В этом разделе проводится сравнение ширин распада нуклонных резонансов $R \rightarrow NV$ для $V = \rho, \omega$ в модели eVMD с PDG [238], результатами парциально-волнового анализа многоканального πN рассеяния [290] (MS) и кварковых моделей Кониука [289] (K), [281] (CR) и Стассарта и Станку [289] (SST). Ширины распадов $R \rightarrow NV$ рассчитываются по формулам Главы 4.3.

Зависящая от массы константа связи $g_T^V(M^2)$ определяется согласно

$$g_T^V(M^2) = \sum_{kT'} M_{Tk}(M^2) M_{kT'}^{-1}(m_V^2) g_{T'}^V(m_V^2).$$

Матрицы преобразования $M_{Tk}(M^2)$ от ковариантного базиса к мультипольному базису форм-факторов даются выражением (4.3.15). Параметры $C_{kj}^{(\pm)}$ и константы связи $f_{VNN}^{(\pm)}$ считаются независимыми от M^2 . Ширины даны в МэВ.

Дилептонные и спектры от распадов нуклонов резонансов показаны в Главе 4.3. В Таблице А5 приводятся полные дилептонные ширины нуклонных резонансов.

Таблица A1. Парциальные ширины (в МэВ) распада $R \rightarrow NV$ нуклонных резонансов $I = 1/2$ с отрицательной четностью в каналах в определенных значениями орбитального момента L и полного спина S .

Resonance	Ref.	$N\rho$			$\sqrt{\Gamma_{N\rho}^{tot}}$	$N\omega$		$N\omega$	$\sqrt{\Gamma_{N\omega}^{tot}}$
		$s_{1/2}$	$d_{3/2}$			$s_{1/2}$	$d_{3/2}$		
$N^*(1535)\frac{1}{2}^-$	VMD	-2.13	-0.25		2.15	1.43	0.05		1.43
	K	-1.7	-6.1		6.3				
	CR	-0.7 ± 0.3	0.4 ± 0.1		$0.8^{+0.2}_{-0.1}$				
	SST				1.1				
	MS	-1.7 ± 0.5	-1.3 ± 0.6		2.2 ± 0.6				
	PDG	-2.0 ± 0.9			<2.7				
$N^*(1650)\frac{1}{2}^-$	VMD	-1.45	1.04		1.78	-0.97	-0.02		0.97
	K	-9.7	2.7		10.1	-0.96	0.67		1.2
	CR	$0.9^{+0.8}_{-0.6}$	0.4 ± 0.1		$1.0^{+0.3}_{-0.2}$				
	SST				0.6				
	MS	0.0 ± 1.6	2.2 ± 0.9		2.2 ± 0.9				
	PDG	$\pm 1.6 \pm 1.2$	3.4 ± 1.0		3.6 ± 0.9				
$N^*(1520)\frac{3}{2}^-$	VMD	-0.37	-0.17	-5.14	5.16	-0.02	0.03	0.28	0.29
	K	0.7	-1.1	-5.0	5.2				
	CR	$-0.1^{+0.1}_{-0.3}$	$-0.3^{+0.2}_{-1.0}$	$-2.4^{+1.9}_{-6.4}$	$2.5^{+6.5}_{-1.9}$				
	SST	3.2	-2.7	-1.7	4.6				
	MS	0	0	-5.1 ± 0.6	5.1 ± 0.6				
	PDG			-4.9 ± 0.6	4.9 ± 0.6				
$N^*(1700)\frac{3}{2}^-$	VMD	-0.94	-2.32	-2.22	3.35	0.21	0.90	1.39	1.67
	K	-0.1	-2.7	-4.3	5.1	0.26	0.89	1.4	1.7
	CR	0	$-0.9^{+0.3}_{-0.6}$	0.0 ± 0.1	$0.9^{+0.6}_{-0.4}$	$0.0^{+0.0}_{-0.3}$	$0.0^{+0.3}_{-0.0}$	$0.0^{+0.0}_{-16.2}$	<16.2
	SST				3.7				
	MS	0	0	-5.6 ± 5.7	5.6 ± 5.7				
	PDG			$\pm 2.2 \pm 2.1$	<7.4				
$N^*(1675)\frac{5}{2}^-$	VMD	0.75	-1.70	0.22	1.87	0.06	0.00	0.00	0.06
	K	-1.1	-0.2	0	2.3			0	
	CR	0.2	-0.4	0	0.5				
	SST				2.0				
	MS	0.8 ± 0.4	-0.5 ± 0.5	0	1.0 ± 0.4				
	PDG	0.8 ± 0.4	-1.7 ± 0.6		<2.2				

Таблица А2. Парциальные ширины (в МэВ) распада $R \rightarrow NV$ нуклонных резонансов $I = 1/2$ с положительной четностью в каналах в определенных значениями орбитального момента и полного спина.

Resonance	Ref.	$N\rho$			$\sqrt{\Gamma_{N\rho}^{tot}}$	$N\omega$		$\sqrt{\Gamma_{N\omega}^{tot}}$	
		$p_{1/2}$	$p_{3/2}$			$p_{1/2}$	$p_{3/2}$		
$N^*(1440)\frac{1}{2}^+$	VMD	-0.29	0.61		0.67	0.00	0.00	0.00	
	K	0.3	0.1		0.3				
	CR	$-0.3^{+0.2}_{-0.3}$	$-0.5^{+0.3}_{-0.5}$		$0.6^{+0.5}_{-0.3}$				
	SST				1.5				
	PDG	$\pm 3.7 \pm 2.2$			<6				
$N^*(1710)\frac{1}{2}^+$	VMD	2.22	3.30		3.97	0.18	-0.72	0.74	
	K	5.5	2.5		6.0	0.6	-0.7	0.9	
	CR	0.3 ± 0.1	$-3.7^{+0.9}_{-1.2}$		$3.7^{+1.2}_{-1.0}$	$0.0^{+0.0}_{-2.3}$	$0.0^{+0.0}_{-0.4}$	<2.3	
	SST				4.1	0.03	-0.2	0.2	
	MS	3.9 ± 4.4	0		<8.3				
	PDG	$\pm 4.0 \pm 2.0$			4.3 ± 1.9				
		$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$f_{3/2}$		$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$f_{3/2}$	
$N^*(1720)\frac{3}{2}^+$	VMD	11.03	-2.56	1.02	11.37	5.29	-2.09	0.14	5.69
	K	11.7	-2.6	-3.5	12.5	5.3	-2.1	-0.61	5.7
	CR	$-2.6^{+0.7}_{-0.8}$	$1.8^{+0.6}_{-0.5}$	$0.7^{+0.3}_{-0.2}$	$3.3^{+1.0}_{-0.8}$	$0.0^{+0.0}_{-0.2}$	$0.0^{+1.2}_{-0.0}$	$0.0^{+0.1}_{-0.0}$	<1.3
	SST				5.2	0.1	0.2	0.1	0.2
	OR	-5.7	-2.5	-1.9	6.5				
	MS	18 ± 5	0	0	18 ± 5				
	PDG				11 ± 2				
$N^*(1900)\frac{3}{2}^+$	VMD	-14.82	-1.28	-2.08	15.02	7.97	-0.49	1.25	8.09
	K	-0.4	-1.3	-0.5	1.5	9.7	-0.4	-2.0	9.9
	CR	$-1.4^{+0.9}_{-1.0}$	-1.0 ± 0.6	$0.2^{+0.5}_{-0.2}$	$1.8^{+1.2}_{-1.1}$		$4.4^{+1.2}_{-4.4}$	$0.6^{+1.2}_{-0.6}$	<5.9
	SST				6.1	11.5	-8.2	6.2	15.4
	MS	-14.7 ± 2.9	0	0	14.7 ± 2.9	12.3 ± 1.8	0	0	12.3 ± 1.8
	PDG								
		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$p_{3/2}$		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$p_{3/2}$	
$N^*(1680)\frac{5}{2}^+$	VMD	-1.35	-1.23	-2.62	3.20	0.09	0.40	0.58	0.71
	K	1.6	-1.3	-4.0	4.5	0.13	-0.19	-1.2	1.2
	CR	-0.2 ± 0.0	-0.3 ± 0.1	$-3.0^{+0.4}_{-0.5}$	$3.0^{+0.5}_{-0.4}$				
	SST	3.1	2.7	-1.3	4.3				
	MS	0	-1.7 ± 0.6	-2.8 ± 0.7	3.3 ± 0.7				
	PDG		-2.0 ± 0.6	-2.8 ± 1.4	3.4 ± 1.1				
$N^*(2000)\frac{5}{2}^+$	VMD	2.50	6.99	-16.02	17.66	0.07	8.19	9.96	12.89
	K	-1.7	-4.4	-6.6	8.1	4.0	6.7	10.9	13.4
	CR	-0.4 ± 0.3	-0.2 ± 0.1	$-7.8^{+3.1}_{-0.2}$	$7.8^{+0.2}_{-3.1}$	$-0.3^{+0.2}_{-0.3}$	$-1.6^{+1.1}_{-1.5}$	$3.1^{+0.5}_{-0.5}$	$3.5^{+1.3}_{-0.3}$
	MS	0	8.5 ± 5.8	-17.2 ± 6.2	19.2 ± 6.1				
		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$h_{3/2}$		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$h_{3/2}$	
$N^*(1990)\frac{7}{2}^+$	VMD	-0.96	3.95	0.97	4.18	1.31	-6.90	-0.68	7.06
	K	-0.8	4.2	0	4.3	1.3	-7.2	0	7.3
	CR	0.6 ± 0.3	$-1.0^{+0.6}_{-0.5}$	0	$1.2^{+0.6}_{-0.7}$	$-0.8^{+0.4}_{-0.5}$	$1.4^{+0.9}_{-0.7}$	0	$1.6^{+1.0}_{-0.9}$
	SST				1.1	2.3	-2.8	0.7	14

Таблица А3. Парциальные ширины (в МэВ) распада $R \rightarrow NV$ нуклонных резонансов $I = 3/2$ с отрицательной четностью в каналах в определенных значениями L и S .

Resonance	Ref.	$N\rho$	$N\rho$	$N\rho$	$\sqrt{\Gamma_{N\rho}^{tot}}$
		$s_{1/2}$	$d_{3/2}$		
$\Delta(1620)_{\frac{1}{2}}^{-}$	VMD	4.05	-0.02		4.05
	K	7.8	-1.7		8.0
	CR	$-3.6^{+1.3}_{-2.5}$	$-0.3^{+0.1}_{-0.2}$		$3.6^{+2.5}_{-1.3}$
	SST	2.5	-3.6		4.4
	MS	6.2 ± 0.9	-2.4 ± 0.2		6.6 ± 0.8
	PDG	4.2 ± 1.4	-2.2 ± 1.5		4.9 ± 1.5
$\Delta(1900)_{\frac{1}{2}}^{-}$	VMD	-5.31	-1.52		5.52
	CR	2.5 ± 0.6	$1.5^{+0.5}_{-0.3}$		$2.9^{+0.8}_{-0.6}$
	MS	-3.5 ± 2.7	-9.3 ± 1.7		9.9 ± 1.9
		$d_{1/2}$	$d_{3/2}$	$s_{3/2}$	
$\Delta(1700)_{\frac{3}{2}}^{-}$	VMD	-1.66	0.66	6.67	6.91
	K	4.2	0.9	16.5	17.0
	CR	$-1.2^{+0.6}_{-1.2}$	$0.5^{+0.5}_{-0.2}$	$3.4^{+2.2}_{-1.7}$	$3.6^{+2.5}_{-1.8}$
	SST				4.9
	MS	0	0	6.8 ± 2.3	6.8 ± 2.3
	PDG			$\pm 6.7 \pm 2.4$	11 ± 3
$\Delta(1940)_{\frac{3}{2}}^{-}$	VMD	-2.70	1.32	12.83	13.18
	CR	$-3.8^{+2.3}_{-2.5}$	$1.4^{+0.9}_{-0.8}$	1.0 ± 0.3	$4.2^{+2.7}_{-2.4}$
	MS	0	0	12.7 ± 5.6	12.7 ± 5.6
		$d_{1/2}$	$d_{3/2}$	$g_{3/2}$	
$\Delta(1930)_{\frac{5}{2}}^{-}$	VMD	-16.90	-2.62	-1.65	17.18
	CR	0.1 ± 0.0	$-2.9^{+0.5}_{-0.8}$	$-0.1^{+0.0}_{-0.1}$	$2.9^{+0.8}_{-0.5}$
	MS	-20.8 ± 2.9	0	0	20.8 ± 2.9

Таблица А4. Парциальные ширины (в МэВ) распада $R \rightarrow NV$ нуклонных резонансов $I = 3/2$ с положительной четностью в каналах в определенных значениями L и S .

Resonance	Ref.	$N\rho$		$N\rho$	$\sqrt{\Gamma_{N\rho}^{tot}}$
		$p_{1/2}$	$p_{3/2}$		
$\Delta(1750)_{\frac{1}{2}}^+$	VMD	2.20	-7.65		7.97
	K	2.2	-7.6		7.9
	CR	$-6.5^{+4.6}_{-4.1}$	$4.7^{+3.1}_{-3.3}$		$8.0^{+5.1}_{-5.7}$
	SST				17.1
$\Delta(1910)_{\frac{1}{2}}^+$	VMD	-2.75	-5.44		6.10
	K	-3.7	-4.9		6.1
	CR	$5.6^{+0.9}_{-0.4}$	$2.6^{+0.4}_{-0.2}$		$6.1^{+1.0}_{-0.5}$
	SST				6.9
	MS				4.9 ± 1.1
$\Delta(1600)_{\frac{3}{2}}^+$		$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$f_{3/2}$	
	VMD	0.56	-1.30	0.13	1.42
	K	-1.3	-5.5	-0.4	5.7
	CR	$0.4^{+0.7}_{-0.3}$	$-0.9^{+0.6}_{-1.4}$	0	$1.0^{+1.6}_{-0.6}$
	SST				2.9
	L	4.5	4.5	0	6.4
$\Delta(1920)_{\frac{3}{2}}^+$	PDG				<11
	VMD	-6.19	6.75	-2.05	9.39
	K	-8.1	6.2	5.5	11.6
	CR	$5.3^{+1.3}_{-0.5}$	$6.6^{+1.6}_{-0.7}$	$-0.7^{+0.2}_{-0.4}$	$8.5^{+2.0}_{-0.8}$
	SST				5.2
$\Delta(1905)_{\frac{5}{2}}^+$		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$p_{3/2}$	
	VMD	-1.40	-0.46	17.46	17.53
	K	-0.1	-6.4	-2.1	6.7
	CR	-0.7 ± 0.2	$-0.7^{+0.1}_{-0.2}$	$6.3^{+0.8}_{-0.4}$	$6.4^{+0.8}_{-0.4}$
	SST				5.1
	OR	0.3	1.3	-6.6	6.7
	MS	0	0	16.8 ± 1.3	16.8 ± 1.3
$\Delta(2000)_{\frac{5}{2}}^+$	PDG			20 ± 6	>17
	VMD	2.43	5.20	-6.73	8.84
	K	7.2	4.6	17.8	19.7
	CR	$2.6^{+2.8}_{-2.1}$	$-3.1^{+2.4}_{-3.2}$	3.1 ± 1.2	$5.1^{+4.2}_{-3.0}$
	SST				8.9
	MS	0	0	-6.7 ± 2.4	6.7 ± 2.4
$\Delta(1950)_{\frac{7}{2}}^+$		$f_{1/2}$	$f_{3/2}$	$h_{3/2}$	
	VMD	1.28	-2.38	0.28	2.72
	K	-4.7	-8.2	0	9.4
	CR	1.3 ± 0.1	-2.3 ± 0.2	0	2.6 ± 0.2
	SST				4.5
	OR	1.1	1.9	0	2.2
	MS	0	11.4 ± 0.5	0	11.4 ± 0.5
PDG				<6	

Таблица А5. Электрон-позитронные и мюон-антимюонные ширины распада нуклонных резонансов (в кэВ).

Resonance	$\Gamma_{e^+e^-}$ KeV	$\Gamma_{\mu^+\mu^-}$ KeV
$N^*(1535)\frac{1}{2}^-$	2.01	1.87
	5.30	4.85
$N^*(1650)\frac{1}{2}^-$	3.23	0.79
	2.00	0.31
$N^*(1520)\frac{3}{2}^-$	6.02	0.73
	4.42	0.41
$N^*(1700)\frac{3}{2}^-$	0.41	0.32
	2.86	2.64
$N^*(1675)\frac{5}{2}^-$	0.21	0.10
	1.09	0.22
$N^*(1440)\frac{1}{2}^+$	1.40	0.22
	0.56	0.05
$N^*(1710)\frac{1}{2}^+$	0.58	0.31
	0.60	0.56
$N^*(1720)\frac{3}{2}^+$	7.93	7.77
	3.14	2.77
$N^*(1900)\frac{3}{2}^+$	4.62	4.54
	12.22	11.91
$N^*(1680)\frac{5}{2}^+$	2.58	0.43
	1.47	1.13
$N^*(2000)\frac{5}{2}^+$	14.17	13.99
	20.89	21.56
$N^*(1990)\frac{7}{2}^+$	3.09	2.97
	8.24	4.78
$\Delta(1620)\frac{1}{2}^-$	1.33	0.88
$\Delta(1900)\frac{1}{2}^-$	1.19	1.09
$\Delta(1700)\frac{3}{2}^-$	6.10	1.65
$\Delta(1940)\frac{3}{2}^-$	6.57	6.20
$\Delta(1930)\frac{5}{2}^-$	9.63	9.16
$\Delta(1750)\frac{1}{2}^+$	4.61	2.77
$\Delta(1910)\frac{1}{2}^+$	1.33	1.27
$\Delta(1232)\frac{3}{2}^+$	5.02	0.04
$\Delta(1600)\frac{3}{2}^+$	0.24	0.13
$\Delta(1920)\frac{3}{2}^+$	4.22	3.50
$\Delta(1905)\frac{3}{2}^+$	10.51	10.36
$\Delta(2000)\frac{5}{2}^+$	3.25	3.00
$\Delta(1950)\frac{7}{2}^+$	3.18	0.81

Приложение 2

ПАРАМЕТРЫ e VMD МОДЕЛИ ДЛЯ РЕЗОНАНСА $N(1535)$ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ И СЛАБОЙ СВЯЗИ

Параметры e VMD модели, описывающей распада нуклонных резонансов по каналу $N\omega$, определяются из эксперимента. Рисунок 82 показывает два разных фита существующих данных по электро- и фоторождению, парциальному анализу многоканального πN рассеяния и предсказаниям кварковой модели для $N^*(1535)$. Разница между двумя фитами состоит в нормировке на ρ -мезонные амплитуды.

Исходный фит [70] (штрих-пунктирные кривые), основанный на результатах Кониука [289], парциальном анализе πN рассеяния Манлей и Салески [290] и PDG [309], дает близкие предсказания для $s_{1/2}$ волны и предсказывает одинаковый знак парциальных $s_{1/2}$ и $d_{3/2}$ амплитуд. Данный набор параметров обеспечивает хорошую устойчивость решений и дает большую $s_{1/2}$ волновую амплитуду $N\omega$.

Второй фит (сплошные кривые) основан на $s_{1/2}$ и $d_{3/2}$ $N\rho$ амплитудах, заимствованных из кварковой модели на Капстика и Робертса [289]. Их значения амплитуды значительно меньше тех, которые предсказываются в модели Кониука [289]. Это позволяет уменьшить амплитуды в 6 – 8 раз, однако, ценой умеренно высокого χ^2 . Дальнейшее уменьшение амплитуды вряд ли возможно. Для второго фита отклонение от экспериментальной $p^*(1535)$ кулоновской амплитуды больше и воспроизведение поперечной амплитуды также хуже, но ρ -мезонная амплитуда описывается лучше, чем в первом наборе параметров. Следует обратить внимание, что $d_{3/2}$ амплитуда ω -

мезона была положена равной нулю, чтобы обеспечить единственность ϵ VMD решения для процедуры подгонки.

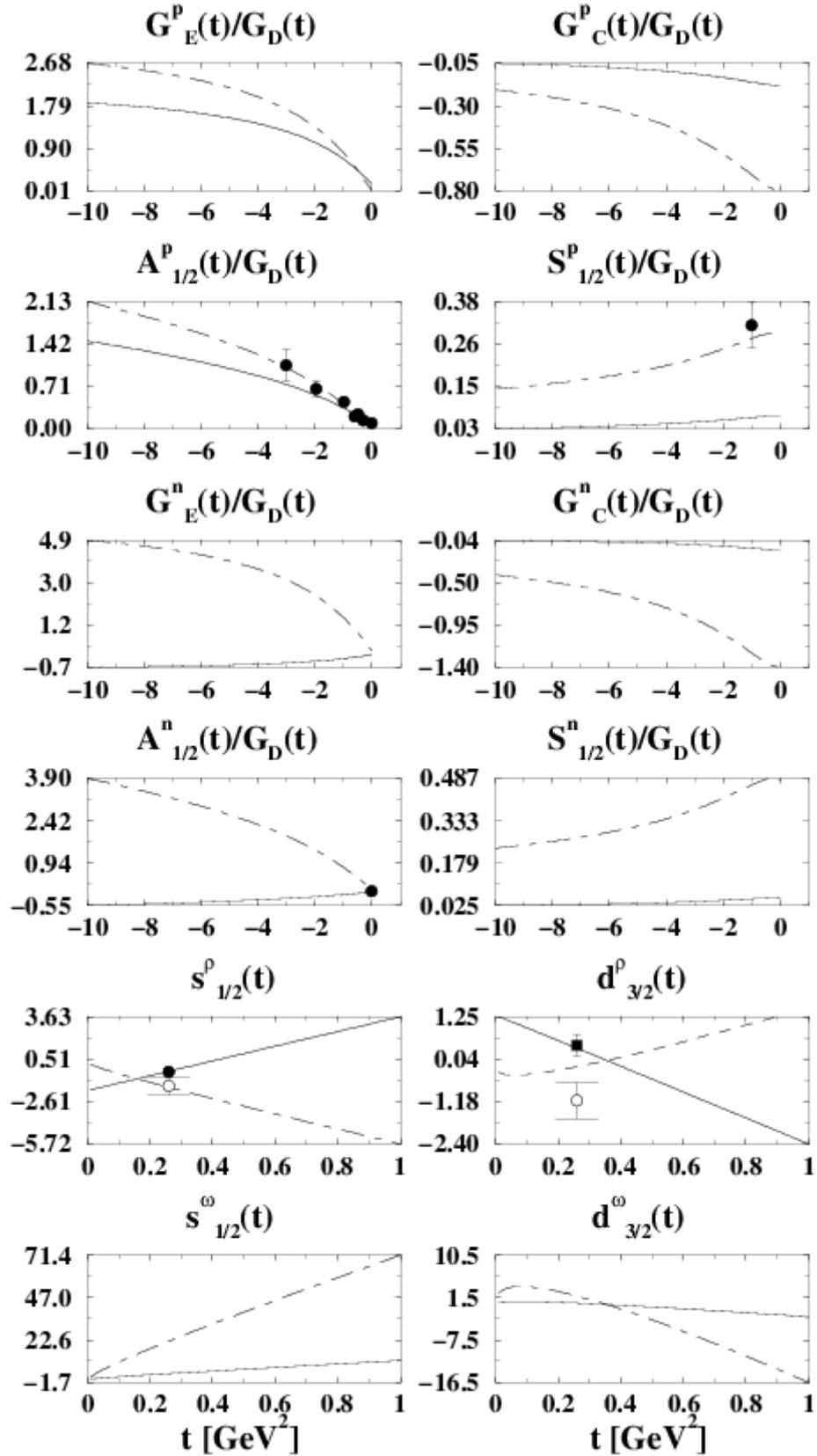


Рисунок 82. Электрический и кулоновский переходные форм-факторы G_E и G_C [ГэВ⁻¹], спиральные амплитуды $A_{1/2}$ и $S_{1/2}$ (в ГэВ^{-1/2}) и парциальные амплитуды (в ГэВ⁻²) для распадов $N^*(1535) \rightarrow N\rho$, $N\omega$. Величина $G_D(t) = 1/(1 - t/0.71)^2$ - дипольная функция. Экспериментальные данные по фото- и электророждению $p^*(1535)$ - из работы [309]. Экспериментальные значения амплитуды распада в каналах с ρ -мезоном заимствованы из работ Кониука [289] и [290], [309] (черные точки). Белые точки - предсказания кварковой модели Капстика и Робертса [289]. Штрих-пунктирные кривые соответствуют фиту в режиме сильной связи, сплошные линии соответствуют слабой связи.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Д. Д. Иваненко, Д. Ф. Курдгелайдзе, *Гипотеза кварковых звезд*, *Астрофизика* (Ереван) **1**, 479 (1965);
Norman K. Glendenning, *Compact Stars. Nuclear Physics, Particle Physics, General Relativity* (Springer, New York, 1997);
Fridolin Weber, *Strange quark matter and compact stars*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54**, 193-288 (2005).
- [2] A. Bodmer, *Phys. Rev. D* **4**, 1601 (1971);
E. Witten, *Phys. Rev. D* **30**, 272 (1984).
- [3] E. Farhi, R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **30**, 3279 (1984).
- [4] A. De Rujula, S. Glashow, *Nature* **312**, 734 (1984).
- [5] T. DeGrand and C. De Tar, *Lattice Methods for Quantum Chromodynamics*, (World Scientific, 2006).
- [6] P. Sitch, S. Hands, J.-I. Skullerud, *PoS LAT 2007*, 226 (2007).
- [7] И. Б. Хриплович, *ЯФ* **10**, 409 (1969) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **10**, 235 (1970)].
- [8] L. A. Kondratyuk, M. M. Giannini and M. I. Krivoruchenko, *Phys. Lett. B* **269**, 139 (1991).
- [9] L. A. Kondratyuk and M. I. Krivoruchenko, *Z. Phys. A* **344**, 99 (1992).
- [10] M. M. Giannini, L. A. Kondratyuk, and M. I. Krivoruchenko, in *Perspectives in Nuclear Physics at Intermediate Energies*, Ed. by S. Boffi, C. C. degli Atti, and M. Giannini (World Sci., Singapore, 1992), p. 48.
- [11] B. C. Barrois, *Nucl. Phys. B* **129**, 390 (1977).
- [12] N. O. Agasian, B. O. Kerbikov and V. I. Shevchenko, *Phys. Rept.* **320**, 131 (1999).
- [13] P. Amore, M. C. Birse, J. A. McGovern, and N. R. Walet, *Phys. Rev. D* **65**, 074005 (2002).
- [14] Henrik Bohr, Joao da Providencia, *J. Phys. A* **41**, 405202 (2008).

- [15] A. W. Steiner, M. Prakash, J. M. Lattimer, P. J. Ellis, *Phys. Rep.* **411**, 325 (2005).
- [16] J. M. Lattimer, M. Prakash, *Phys. Rept.* **442**, 109 (2007).
- [17] P. Haensel, A. Y. Potekhin, D. G. Yakovlev, *Neutron Stars* (New York, Springer, 2007).
- [18] T. Klähn, D. Blaschke, S. Typel, E. N. E. van Dalen, A. Faessler, C. Fuchs, T. Gaitanos, H. Grigorian, A. Ho, E. E. Kolomeitsev, M. C. Miller, G. Röpke, J. Trümper, D. N. Voskresensky, F. Weber, and H. H. Wolter, *Phys. Rev. C* **74**, 035802 (2006).
- [19] P. Danielewicz, R. Lacey, W. G. Lynch, *Science* **298**, 1592 (2002).
- [20] C. Fuchs, *J. Phys. G* **35**, 014049 (2008).
- [21] А. М. Балдин, А. В. Чижов, Р. Г. Назмитдинов, А. С. Шумовский и В. И. Юкалов, *Докл. Акад. Наук СССР* **279**, 602 (1984).
- [22] М. И. Криворученко, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 5 (1987).
- [23] М. I. Krivoruchenko, in: *Physics of Neutron Stars: Formation, Structure and Evolution*. Eds. D. A. Varshalovich, A. D. Kaminker, G. G. Pavlova, D. G. Yakovleva; USSR Academy, Ioffe Physical-Technical Institute, Leningrad 1988; pp. 60-63.
- [24] R. L. Jaffe, *Phys.Rev.Lett.* **38**, 195 (1977).
- [25] Б. В. Мартемьянов, М. Г. Щепкин, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 132 (1991).
- [26] R. Bilger, H.A. Clement and M.G. Schepkin, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 42 (1993).
- [27] S. B. Gerasimov and A. S. Khrykin, *Mod. Phys. Lett.* **A8**, 2457 (1993).
- [28] M. Bashkanov *et al.* (CELSIUS/WASA Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **102**, 052301 (2009);
P. Adlarson *et al.* (WASA-at-COSY Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **106**, 242302 (2011); P. Adlarson *et al.* (WASA-at-COSY Collaboration), *Phys. Lett. B* **721**, 229 (2013) ; P. Adlarson *et al.* (WASA-at-COSY Collaboration), *Phys. Rev. C* **88**, 055208 (2013).

- [29] M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. C **84**, 015206 (2011).
- [30] S. A. Chin and J. D. Walecka, Phys. Lett. B **52**, 24 (1974).
- [31] J. D. Walecka, Ann. Phys. (N.Y.) **83**, 491 (1974).
- [32] S. A. Chin, Ann. Phys. (N.Y.) **108**, 301 (1977).
- [33] E. G. Drukarev and E. M. Levin, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **48**, 307 (1988); JETP Lett. **48**, 338 (1988); Nucl. Phys. A **511**, 679 (1988).
- [34] T. Maruyama, K. Tsushima, and A. Faessler, Nucl. Phys. A **535**, 497 (1991); K. Tsushima, T. Maruyama, and A. Faessler, Nucl. Phys. A **537**, 303 (1992).
- [35] V. A. Kuzmin, Sov. Phys. JETP Lett. **13**, 335 (1970).
- [36] W. M. Alberico, J. Bernabeu, A. Bottino and A. Molinari, Nucl. Phys. A **429**, 445 (1984).
- [37] W. M. Alberico, A. De Pace and M. Pignone, Nucl. Phys. A **523**, 488 (1991).
- [38] L. A. Kondratyuk, JETP Lett. **64**, 495 (1996).
- [39] J. Huefner, B. Kopeliovich, Mod. Phys. Lett. A **13**, 2385 (1998).
- [40] D. G. Phillips II, W. M. Snow, K. Babu et al., ePrint arXiv:1410.1100 [hep-ex].
- [41] N. Bianchi *et al.*, Phys. Lett. B **299**, 219 (1993).
- [42] M. Anghinolfi *et al.*, Phys. Rev. C **47**, R922 (1993).
- [43] N. Bianchi *et al.*, Phys. Lett. B **309**, 5 (1993).
- [44] E. V. Shuryak, Phys. Lett. B **78**, 150 (1978).
- [45] G. E. Brown and M. Rho, Phys. Rev. Lett. **66**, 2720 (1991).
- [46] H. Feldmeier and J. Schnack, Progr. Part. Nucl. Phys. **38**, 393 (1997).
- [47] H. S. Köhler, Phys. Rev. C **51**, 3232 (1995);
W. Cassing and S. Juchem, Nucl. Phys. A **665**, 377 (2000);
A **672**, 417 (2000).
- [48] H. Sorge, H. Stöcker and W. Greiner, Annals Phys. (N.Y.) **191**, 266 (1989);

- J. Aichelin, Phys. Rept. **202**, 233 (1991);
- E. Lehmann, R. K. Puri, A. Faessler et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **30**, 219 (1993);
- A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **30**, 229 (1993);
- C. Fuchs, Prog. Part. Nucl. Phys. **56**, 1 (2006).
- [49] Y. Shin, et al., KaoS Collaboration, Phys. Rev. Lett. **81**, 1576 (1998);
 F. Laue, et al., KaoS Collaboration, Phys. Rev. Lett. **82**, 1640 (1999);
 P. Crochet et al., FOPI Collaboration, Phys. Lett. B **486**, 6 (2000);
 C. Sturm et al., KaoS Collaboration, Phys. Rev. Lett. **86**, 39 (2001).
- [50] G.Q. Li et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 235 (1995);
 Nucl. Phys. A 625 (1997) 327; Nucl. Phys. A **636** (1998) 4887.
- [51] Z. S. Wang et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 4096 (1997);
- [52] J. D. Vergados, H. Ejiri, and F. Šimkovic, Rep. Prog. Phys. **75**, 106301 (2012).
- [53] F. F. Deppisch, M. Hirsch and H. Pas, J. Phys. G **39**, 124007 (2012) .
- [54] S. Kovalenko, M. I. Krivoruchenko, F. Simkovic, Phys. Rev. Lett. **112**, 142503 (2014).
- [55] S. Hands, S. Kim, J.-I. Skullerud, Eur. Phys. J. C **48**, 193 (2006).
- [56] J. O. Andersen, T. Brauner, Phys. Rev. D **81**, 096004 (2010);
 N. Strodthoff, B.-J. Schaefer, L. von Smekal, Phys. Rev. D **85**, 074007 (2012).
- [57] T. Brauner, K. Fukushima and Y. Hidaka, Phys. Rev. D **80**, 074035 (2009).
- [58] A. A. Raduta, M. I. Krivoruchenko, and Amand Faessler, Phys. Rev. C **85**, 054314 (2012).
- [59] F. Dyson, Phys. Rev. **106**, 157 (1957).
- [60] M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. C **82**, 018201 (2010).
- [61] A. J. Buchmann, A. Faessler and M. I. Krivoruchenko, Ann. Phys. **254**, 109 (1997).

- [62] A. Faessler, A. J. Buchmann, M. I. Krivoruchenko and B. V. Martemyanov, Phys. Lett. B **391**, 255 (1997).
- [63] A. Faessler, A. J. Buchmann and M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. C **57**, 1458 (1998).
- [64] A. Faessler, A. J. Buchmann, M. I. Krivoruchenko and B. V. Martemyanov, J. Phys. G **24**, 791 (1998).
- [65] A. Faessler, A. J. Buchmann and M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. C **56**, 1576 (1997).
- [66] L. A. Kondratyuk, M. I. Krivoruchenko, N. Bianchi, E. De Sanctis and V. Muccifora, Nucl. Phys. A **579**, 453 (1994).
- [67] K. G. Boreskov, L. A. Kondratyuk, M. I. Krivoruchenko and J. H. Koch, Nucl. Phys. A **619**, 295 (1997).
- [68] A. Faessler, C. Fuchs and M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. C **61**, 035206 (2000).
- [69] M. I. Krivoruchenko and A. Faessler, Phys. Rev. D **65**, 017502 (2001).
- [70] M. I. Krivoruchenko, B. V. Martemyanov, A. Faessler and C. Fuchs, Ann. Phys. (N.Y.) **296**, 299 (2002).
- [71] M. I. Krivoruchenko, *Dilepton Decays of Nucleon Resonances and Dilepton Production Cross Sections in Proton-Proton Collisions*, in: Proceedings of the 3rd INTERNATIONAL SAKHAROV CONFERENCE on PHYSICS, Moscow, Russia, June 24-29, 2002, Volume I, Editors A.Semikhatov, M.Vasiliev, V.Zaikin (Scientific World, 2003), pp. 660 - 669.
- [72] A. Faessler, C. Fuchs, M. Krivoruchenko and B. Martemyanov, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **29**, 603–624 (2003).
- [73] C. Fuchs, M. I. Krivoruchenko, H. L. Yadav, A. Faessler, B. V. Martemyanov and K. Shekhter, Phys. Rev. C **67**, 025202 (2003).
- [74] M. I. Krivoruchenko, in: COLLECTIVE MOTION AND PHASE

TRANSITIONS IN NUCLEAR SYSTEMS. Proceedings of the Predeal International Summer School in Nuclear Physics, Eds. A. A. Raduta, V. Baran, A. C. Gheorghe, I. Ursu (World Scientific, 2007), pp. 616-633. DOI: 10.1142/9789812770417_0034.

- [75] K. Shekhter, C. Fuchs, A. Faessler, M. Krivoruchenko and B. Martemyanov, Phys. Rev. C **68**, 014904 (2003).
- [76] E. Santini, M. D. Cozma, Amand Faessler, C. Fuchs, M. I. Krivoruchenko, B. Martemyanov, Phys. Rev. C **78**, 034910 (2008).
- [77] E. Santini, M. D. Cozma, Amand Faessler, C. Fuchs, M. I. Krivoruchenko, B. Martemyanov, Prog. Part. Nucl. Phys. **62**, 479 (2009).
- [78] M. I. Krivoruchenko and A. Faessler, J. Math. Phys. **48**, 052107 (2007).
- [79] M. I. Krivoruchenko, C. Fuchs, A. Faessler, Annalen Phys. **16**, 587 (2007).
- [80] M. I. Krivoruchenko, B. V. Martemyanov and C. Fuchs, Phys. Rev. C **76**, 059801 (2007).
- [81] M. I. Krivoruchenko, *Semiclassical Methods of Deformation Quantisation in Transport Theory*, in: Some Applications of Quantum Mechanics, Ed. M. R. Pahlvani (InTech, Zagreb, 2012), pp. 67-90.
- [82] B. V. Martemyanov, A. Faessler, C. Fuchs, M. I. Krivoruchenko, Phys. Rev. Lett. **93**, 052301 (2004).
- [83] M. I. Krivoruchenko, Self-energy of kaons in pion matter, in: Particle physics at the year of 250th anniversary of Moscow University. Proceedings, 12th Lomonosov Conference on elementary particle physics, Moscow, Russia, August 25-31, Ed. A. Studenikin (Moscow State U., 2006).
- [84] A. Ringwald, Phys. Lett. B **510**, 107 (2001); N. B. Narozhny, S. S. Bulanov, V. D. Mur, and V. S. Popov, Phys. Lett. A **330**, 1 (2004); G. V. Dunne, H. Gies, R. Schutzhold, Phys. Rev. D **80**, 111301 (2009); F. Hebenstreit, R. Alkofer, G. V. Dunne and H. Gies, Phys. Rev. Lett. **102**, 150404 (2009).
- [85] D. Adamova et al., arXiv:nucl-ex/0611022.

- [86] L. N. Cooper, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956).
- [87] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [88] N. N. Bogoliubov, Sov. Phys. JETP **7**, 41 (1958); **7**, 51 (1958).
- [89] L. P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP **7**, 505 (1958).
- [90] G. M. Eliasberg, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **38**, 966 (1960).
- [91] R. E. Peierls and J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. London, A **70**, 381 (1957);
J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. London, A **70**, 388 (1957).
- [92] A. A. Raduta and E. Moya de Guerra, Ann. Phys. **284**, 134 (2000).
- [93] K. W. Schmid, Progr. Part. Nuc l. Phys. **52**, 565 (2004).
- [94] G. Auberson, L. Epele, G. Mahoux, and F. R. A. Simao, J. Math. Phys. **27**,
1658 (1986).
- [95] F. Savatier, J. Math. Phys. **32**, 2243 (1991).
- [96] M. G. Mustafa, Phys. Lett. B **318**, 517 (1993).
- [97] M. G. Mustafa, D. K. Srivastava, B. Sinha, Eur. Phys. J. C **5**, 711 (1998)
- [98] I. Zakout, C. Greiner, J. Schaffner-Bielich, Nucl. Phys. A **781**, 150 (2007).
- [99] A. Bohr, B. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev. **110**, 936 (1958).
- [100] S. T. Belyaev, Matt. Phys. Medd. **31**, 5 (1959).
- [101] B. F. Bayman, Nucl. Phys. **15**, 33 (1960).
- [102] K. Dietrich, H. J. Mang, and J. H. Pradal, Phys. Rev. **135**, B22 (1964).
- [103] H. J. Mang, J. O. Rasmussen, and M. Rho, Phys. Rev. **141**, 941 (1966).
- [104] B. R. Mottelson and J. G. Valatin, Phys. Rev. Lett. **5**, 511 (1960).
- [105] K. Y. Chan and J. G. Valatin, Phys. Lett. **11**, 304 (1964).
- [106] C. W. Ma and J. O. Rasmussen, Phys. Rev. C **16**, 1179 (1977).
- [107] A. Goswami, Nucl. Phys. **60**, 228 (1964).
- [108] P. Camiz, A. Covelto, and M. Jean, Nuovo Cim. **36**, 663 (1965); **42**, 199
(1966).
- [109] H. H. Wolter, A. Faessler, and P. U. Sauer, Phys. Lett. B **31**, 516 (1970).
- [110] Y. Takahashi, Prog. Theor. Phys. **46**, 1749 (1971).

- [111] A. L. Goodman, *Adv. Nucl. Phys.* **11**, 263 (1979).
- [112] A. L. Goodman, *Phys. Rev. C* **58**, R3051 (1998).
- [113] H.-T. Chen, H. Muther, and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **297**, 445 (1978).
- [114] J. Links, H.-Q. Zhou, M. D. Gould, and R. H. McKenzie, *J. Phys. A* **35**, 6459 (2002).
- [115] J. Dukelsky, V. G. Gueorguiev, P. VanIsacker, S. Dimitrova, B. Errea, and S. H. Lerma, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 072503 (2006).
- [116] R. W. Richardson and N. Sherman, *Nucl. Phys. A* **52**, 221 (1964); **52**, 253 (1964).
- [117] C. T. Black, D. C. Ralph, and M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 688 (1996).
- [118] D. C. Ralph, C. T. Black, and M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett* **78**, 4087 (1997).
- [119] J. von Delft, *Annalen der Physik (Leipzig)* **10**, 219 (2001).
- [120] J. von Delft and D. C. Ralph, *Phys. Rep.* **345**, 61 (2001).
- [121] D. A. Varshalovich, A. N. Moskalev, and V. K. Khersonskii, *Quantum Theory of Angular Momentum* (World Scientific, Singapore, 1989).
- [122] A. M. Переломов, *УФН* **123**, 23 (1977).
- [123] Wei-Min Zhang, Da Hsuan Fengt and Robert Gilmore, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 867 (1990).
- [124] D. A. Kirzhnits, in: *Field Theoretical Methods in Many-Body Systems*, edited by D. M. Brink (Pergamon, New York, 1967), p. 369.
- [125] Yu. A. Simonov, *Phys. Lett. B* **107**, 1 (1981).
- [126] Yu. A. Simonov, *Usp. Fiz. Nauk* **136**, 215 (1982) [*Sov. Phys. Usp.* **25**, 99 (1982)].
- [127] B. L. G. Bakker and I. M. Narodetsky, *Adv. Nucl. Phys.* **21**, 1 (1994).
- [128] М. И. Криворученко, М. Г. Щепкин, *ЯФ* **36**, 1328 (1982).
- [129] S. B. Gerasimov, S. N. Ershov, A. S. Khrykin, *Phys. Atom. Nucl.* **58**, 844 (1995), *Yad. Fiz.* **58**, 911 (1995).

- [130] A. S. Khrykin, V. F. Boreiko, Yu. G. Budyashov, S. B. Gerasimov, N. V. Khomutov, Yu. G. Sobolev, V. P. Zorin, *Phys. Rev. C* **64**, 034002 (2001).
- [131] A. S. Khrykin, *Nucl. Phys. A* **721**, 625 (2003).
- [132] S. B. Gerasimov, A. S. Khrykin, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **7**, 338 (2010).
- [133] A. S. Khrykin, e-Print: arXiv:1402.0837 [hep-ph] (2014).
- [134] P. Adlarson et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 202302 (2011).
- [135] H. Clement, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67**, 486 (2012).
- [136] P. Adlarson et al. (WASA-at-COSY Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **112**, 202301 (2014).
- [137] R. L. Jaffe and F. E. Low, *Phys. Rev. D* **19**, 2105 (1979).
- [138] А. М. Балдин, *Краткие Сообщения ФИАН* **1**, 35 (1971).
- [139] С. В. Бояринов и др., *ЯФ* **50**, 1605 (1989) .
- [140] A. V. Akindinov, Yu. T. Kiselev, A. N. Martemyanov et al., *JETP Lett.* **72**, 100 (2000); **85**, 142 (2007).
- [141] I. G. Alekseev et al., *Phys. At. Nucl.* **71**, 1848 (2008).
- [142] St. Mrowczynski, *Phys. Lett. B* **152**, 299 (1985).
- [143] А. С. Шумовский и В. И. Юкалов, *ЭЧАЯ* **16**, 1274 (1985).
- [144] A. V. Chizhov, R. G. Nazmitdinov, A. S. Shumovsky, and V. I. Yukalov, *Nucl. Phys. A* **449**, 660 (1986).
- [145] V. I. Yukalov, E. P. Yukalova, *Physica A* **243**, 382 (1997).
- [146] V. I. Yukalov and E. P. Yukalova, *Fiz. Elem. Chastits At. Yadra* **28**, 89 (1997).
- [147] V. I. Yukalov, *Laser Physics* **8**, 1249 (1998).
- [148] N. K. Glendenning, J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev. C* **58**, 1298 (1998).
- [149] R. M. Aguirre, M. Schvellinger, *Phys. Lett. B* **449**, 161 (1999).
- [150] M. I. Krivoruchenko, D. K. Nadyozhin, T. L. Rasinkova, Yu. A. Simonov, M. A. Trusov, A. V. Yudin, *Phys. Atom. Nucl.* **74**, 371 (2011).
- [151] P.-H. Chavanis, T. Harko, *Phys. Rev. D* **86**, 064011 (2012).

- [152] V. V. Skokov, D. N. Voskresensky, Nucl.Phys. A **828**, 401 (2009).
- [153] V. V. Skokov, D. N. Voskresensky, Nucl. Phys. A **847**, 253 (2010).
- [154] W. H. Ramsey, Mon. Not. R. Astron. Soc. 110, 325 (1950).
- [155] M. J. Lighthill, Mon. Not. R. Astron. Soc. 110, 339 (1950).
- [156] Z. F. Seidov, Astrofiz. 3, 189 (1967).
- [157] G. S. Bisnovaty-Kogan, S. I. Blinnikov, and E. E. Shnol, Astron. Zh. 52, 920 (1975) [Sov. Astron. 19, 559 (1976)].
- [158] L. Castillejo, R. Dalitz, F. Dyson, Phys. Rev. 101, 543 (1956).
- [159] F. E. Low, Phys. Rev. 97, 1392 (1955).
- [160] T. D. Lee, Phys. Rev. 95, 1329 (1954).
- [161] R. L. Jaffe and M. P. Shatz, preprint CALT-68-775 (1980).
- [162] P. J. Mulders, Phys. Rev. D 26, 3039 (1982); D 28, 443 (1983).
- [163] F. Myhrer and J. Wroldsen, Rev. Mod. Phys. **60**, 629 (1988).
- [164] J. Benjamins and W. van Dijk, Z. Phys. **324**, 227 (1986).
- [165] A. Faessler, V. I. Kukulín, M. A. Shikhalev, Annals Phys. **320**, 71 (2005).
- [166] H. Djapo, B.-J. Schaefer and J. Wambach, Phys. Rev. C **81**, 035803 (2010).
- [167] M. I. Krivoruchenko, F. Simkovic, A. Faessler, Phys. Rev. D **79**, 125023 (2009).
- [168] R. Lastowiecki, D. Blaschke, H. Grigorian and S. Typel, Acta Phys. Polon. Supp. **5**, 535 (2012)
- [169] S. Weissenborn, D. Chatterjee, and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. C **85**, 065802 (2012)
- [170] M. I. Krivoruchenko and A. Faessler, Rom. J. Phys. **57**, 296 (2012).
- [171] G. Rajasekaran, Phys. Rev. D **5**, 610 (1972).
- [172] J. L. Rosner, Phys. Rev. D **57**, 4f310 (1998).
- [173] Center for Nuclear Studies, The George Washington University
[<http://gwdac.phys.gwu.edu/>].
- [174] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A.

- Cornell, Science **269**, 198 (1995).
- [175] M. Girardeau, J. Math. Phys. **1**, 516 (1960).
- [176] E. H. Lieb and W. Liniger, Phys.Rev. **130**, 1605 (1963).
- [177] E. H. Lieb, Phys. Rev. **130**, 1616 (1963).
- [178] J. B. McGuire, J. Math. Phys. **5**, 622 (1964).
- [179] P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **158**, 383 (1967).
- [180] A. Widom, Phys. Rev. **176**, 254 (1968).
- [181] V. Bagnato and D. Kleppner, Phys. Rev. A **44**, 7439 (1991).
- [182] M. Bayindir, B. Tanatar, and Z. Gedik, Phys. Rev. A **59**, 1468 (1999).
- [183] H. Bethe, Z. Phys. **71**, 205 (1931); for a review see R. J. Baxter, Exactly Solvable Models in Statistical Mechanics (Academic Press, London 1982).
- [184] В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, Задачи по квантовой механике (Наука, Москва 1981).
- [185] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Статистическая физика, часть 2. Теория конденсированного состояния (Наука, Москва, 1978).
- [186] J. D. Walecka, Ann. Phys. (N.Y.) **83**, 491 (1974).
- [187] B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986).
- [188] B. D. Serot, Rep. Prog. Phys. **55**, 1855 (1992).
- [189] M. L. Gorelik and M. G. Urin, Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics **76**, 863 (2012).
- [190] U. Straub, Z.-Ye Zhang, K. Bräuer, A. Faessler and S. B. Khadkikar, Phys. Lett. B **200**, 241 (1988).
- [191] A. Faessler and U. Straub, Progr. Part. Nucl. Phys. **24**, 323 (1989).
- [192] T. Sakai, J. Mori, A. Buchmann, K. Shimizu and K. Yazaki, Nucl. Phys. A **625**, 192 (1997).
- [193] L. P. Kadanoff and G. Baym, Quantum Statistical Mechanics, (W. A. Benjamin, Inc., New York 1962).

- [194] Н. Н. Боголюбов, Изв. Акад. Наук СССР, Сер. Физ. **11**, 77 (1947).
- [195] N. M. Hugenholtz and D. Pines, Phys. Rev. **116**, 489 (1959).
- [196] N. M. Hugenholtz and L. van Hove, Physica **24**, 363 (1958).
- [197] G. Baym, H. A. Bethe, C. J. Pethick, Nucl. Phys. A **175**, 225 (1971).
- [198] G. Baym, C. Pethick, P. Sutherland, Astrophys. J. **170**, 299 (1971).
- [199] A. B. Migdal, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **15**, 81 (1945).
- [200] M. N. Harakeh and A. van der Woude, *Giant Resonances: Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitations* (Oxford University Press, New York, 2001).
- [201] B. A. Tulupov, M. H. Urin, Phys. Rev. C **90**, 034613 (2014)
- [202] N. Bianchi et al., Phys. Lett. B **325**, 333 (1994).
- [203] Th. Frommhold et al., Phys. Lett. B **295**, 28 (1992).
- [204] Th. Frommhold et al., Book of Abstracts PANIC XII Int. Conf. Perugia 1993 p. 245.
- [205] T.A. Armstrong et al., Phys. Lett. B **34** (1971) 535.
- [206] T.A. Armstrong et al., Nucl. Phys. B **41** (1972) 445.
- [207] J. Ahrens et al., Phys. Lett. B **146**, 303 (1984); Nucl. Phys. A **466**, 229c (1985), and references therein.
- [208] J. H. Koch, E. J. Moniz and N. Ohtsuka, Ann. Phys. **154**, 99 (1984).
- [209] T. Ericson and W. Weise, Pions and nuclei (Clarendon Press, Oxford, 1988).
- [210] R. C. Carasco and E. Oset, Nucl. Phys. A **536**, 447 (1992); E. Oset and W. Weise, Phys. Lett. B **94**, 19 (1980); Nucl. Phys. A **368**, 375 (1981); E. Oset, H. Toki and W. Weise, Phys. Reports **83**, 281 (1982).
- [211] D. V. Bugg, Nucl. Phys. B **88**, 381 (1975).
- [212] V. G. Weisskopf and E. Wigner, Z. Phys. **63**, 54 (1930).
- [213] L. A. Kondratyuk, Yad. Fiz. **24**, 477 (1976).
- [214] Particle Data Group, Phys. Rev. D **45**, 1 (1992).

- [215] D. V. Bugg et al., Phys. Rev. B **133**, 1017 (1964).
- [216] M. M. Giannini and E. Santopinto, Phys. Rev. C **49**, R1258 (1994).
- [217] S. V. Akulinichev and A. I. L'vov, Mainz Phys. Inst. Internal report MKPH T-93-1 (1993).
- [218] K. Shimizu et al., Nucl. Phys. A **386**, 571 (1982).
- [219] T. E. O. Ericson, Nucl. Phys. A **560**, 458 (1993).
- [220] V. N. Gribov, Sov. J. Nucl. Phys. **9**, 369 (1969);
Zh. Exp. Teor. Fiz. **57**, 1306 (1969) [Sov. Phys. JETP **30**, 709 (1970)]
- [221] V. N. Gribov, Proc. of VIII Winter School of LNPI, Leningrad, Vol. II, p. 5 (1973).
- [222] J. Koplik, A. H. Mueller, Phys. Rev. D **12**, 3638 (1975).
- [223] V. Weisskopf, Physikalische Zeitschrift **34**, 1 (1933).
- [224] G. Agakichiev et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 1272 (1995);
A. Drees, Nucl. Phys. A **610**, 536c (1996).
- [225] M. Masera, Nucl. Phys. A **590**, 93c (1995).
- [226] R. J. Porter et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 1229 (1997).
- [227] C. Ernst, S.A. Bass, M. Belkacem, H. Stöcker and W. Greiner,
Phys. Rev. C **58**, 447 (1998).
- [228] E. L. Bratkovskaya and C. M. Ko, Phys. Lett. B **445**, 265 (1999).
- [229] V. Bernard and U. G. Meissner, Nucl. Phys. A **489**, 647 (1988).
- [230] V. L. Eletsky and B. L. Ioffe, Phys. Rev. Lett. **78**, 1010 (1997).
- [231] L. G. Landsberg, Phys. Rep. **128**, 301 (1985).
- [232] Yu. D. Bayukov et al., Yad. Fiz. **57**, 421 (1994).
- [233] V. A. Matveev, R. M. Muradyan and A. N. Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cim. **7**, 719 (1973); S.J. Brodsky and G.R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31**, 1153 (1973); Phys. Rev. D **11**, 1309 (1975).
- [234] A. I. Vainstein and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B **72**, 368 (1978).
- [235] M. N. Achasov et al. (SND Collaboration), Phys. Lett. B **440**, 442 (1998).

- [236] M. N. Achasov et al., Experiments at VEPP-2M with SND detector, Preprint hep-ex/9809013.
- [237] A. Bramon, R. Escribano and M. D. Scadron, *Eur. Phys. J. C* **7**, 271 (1999).
- [238] Particle Data Group, *Eur. Phys. J. C* **31** (1998).
- [239] R.L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **15**, 267 (1977); *D* **15**, 281 (1977).
- [240] F. E. Close, N. Isgur and S. Kumano, *Nucl. Phys. B* **389**, 513 (1993).
- [241] N. N. Achasov and V. N. Ivanchenko, *Nucl. Phys. B* **315**, 465 (1989).
- [242] P. Jain et al., *Phys. Rev. D* **37**, 3252 (1988).
- [243] Ulf-G. Meissner, *Phys. Rep.* **161**, 213 (1988); F. Klingl, N. Kaiser and W. Weise, *Z. Phys. A* **356**, 193 (1996).
- [244] C.H. Lai and G. Quigg, Preprint FN-296, Fermilab USA (1976).
- [245] N. Albrecht et al., (ARGUS Collaboration), *Phys. Lett. B* **185**, 223 (1987).
- [246] S. I. Dolinsky et al., *Phys. Rep.* **202**, 99 (1991).
- [247] G. Hoehler et al., *Nucl. Phys.* **111**, 505 (1976).
- [248] S. Dubnicka, *Nuovo Cim. A* **100**, 1 (1990).
- [249] R. I. Dzhelyadin et al., *Phys. Lett. B* **102**, 296 (1981).
- [250] W. Cassing and E. Bratkovskaya, *Phys. Rep.* **308**, 65 (1999).
- [251] G. Q. Li, C. Gale, *Phys. Rev. C* **58**, 2914 (1998).
- [252] M. Gell-Mann, D. Sharp and W. E. Wagner, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 261 (1952).
- [253] R. A. Grossman, LeRoy R. Price and F. S. Crawford, Jr., *Phys. Rev.* **146**, 993 (1966).
- [254] W. R. Frazer and J. Fulco, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 365 (1959); *Phys. Rev.* **117**, 1603 (1960); **1609** (1960); G. Gounaris and J. J. Sakurai, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 244 (1968).
- [255] J. G. Layter et al., *Phys. Rev. D* **7**, 2565 (1973).
- [256] H. Albrecht et al., *Phys. Lett. B* **199**, 457 (1987).
- [257] F. Butler et al., *Phys. Rev. D* **42**, 1368 (1990).
- [258] S. I. Bitjukov et al., *Z. Phys. C* **50**, 451 (1991).

- [259] C. Picotto, Phys. Rev. D **45**, 1569 (1992).
- [260] S. Fajfer and R. J. Oakes, Phys. Rev. D **44**, 1599 (1991).
- [261] P. Singer, Phys. Rev. **130**, 2441 (1963); 161, 1694 (1967).
- [262] M. Lublinsky, Phys. Rev. D **55**, 249 (1997).
- [263] A. Bramon, A. Grau and G. Pancheri, Phys. Lett. B **283**, 416 (1992).
- [264] N. N. Achasov and G. N. Shestakov, Sov. J. Nucl. Phys. **9**, 19 (1978).
- [265] M. I. Krivoruchenko, Yad. Fiz. **45**, 169 (1987).
- [266] Lee Brekke, Ann. Phys. (N.Y.) **240**, 400 (1995).
- [267] P. Koch, Z. Phys. C **57**, 283 (1993).
- [268] P. Lichard, Phys. Rev. D **51**, 6017 (1995).
- [269] C. Jarlskog and H. Pilkuhn, Nucl. Phys. B **1** (1967) 264.
- [270] L. Xiong, Z. G. Wu, C. M. Ko and J. Q. Wu, Nucl. Phys. A **512**, 772 (1990).
- [271] G. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, K. Niita and M. Schaefer, Nucl. Phys. A **517**, 615 (1990).
- [272] M. N. Butler, M. J. Savage and R. P. Springer, Phys. Rev. C **48**, 917 (1993).
- [273] A. I. Titov, B. Kampf and E. L. Bratkovskaya, Phys. Rev. C **51**, 227 (1995).
- [274] T. M. Aliev and M. Savci, Phys. Rev. D **60**, 114031 (1999).
- [275] R. C. Devenish, T. S. Eisenschitz and J. G. Korner, Phys. Rev. D **14**, 3063 (1976).
- [276] H. F. Jones and M. D. Scadron, Ann. Phys. (N.Y.) **81**, 1 (1973).
- [277] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Квантовая электродинамика, Теоретическая физика, том 4 (Москва, «Наука» 1980).
- [278] J. J. Sakurai, Currents and Mesons (University of Chicago Press, Chicago, 1969).
- [279] J. G. Korner and M. Kuroda, Phys. Rev. D **16**, 2165 (1977).

- [280] R. S. Longacre and J. Dolbeau, Nucl. Phys. B **122** , 493 (1977);
 R. Longacre, A. H. Rosenfeld, T. A. Lasinski, G. Smadja,
 R. J. Cashmore, and D. W. Leith, Phys. Lett. B **55**, 415 (1975).
- [281] S. Capstick and S. Roberts, Phys. Rev. D **49**, 4570 (1994).
- [282] W. Bartel et al., Phys. Lett. B **28**, 148 (1968);
 S. Stein et al., Phys. Rev. D **12**, 1884 (1975);
 K. Batzner et al. Phys. Lett. B **39**, 575 (1972);
 R. Siddle et al., Nucl. Phys. B **35**, 93 (1971);
 V. D. Burkert and L. Elouadrhiri, Phys. Rev. Lett. **75**, 3614 (1995);
 R. Beck et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 606 (1997);
 V. V. Frolov et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 45 (1999);
 I. G. Aznauryan and S. G. Stepanyan, Phys. Rev. D **59**, 054009 (1999);
 J. C. Alder et al., Nucl. Phys. B **46**, 573 (1972).
- [283] I. I. Sobelman, Introduction to the Theory of Atomic Spectra, Pergamon Press, Oxford e.a., 1972.
- [284] W. K. Wilson et al., Phys. Rev. C **57**, 1865 (1998).
- [285] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, M. Effenberger and U. Mosel, Nucl. Phys. A **653**, 301 (1999).
- [286] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing and U. Mosel, Nucl. Phys. A **686**, 568 (2001).
- [287] W. Peters, M. Post, H. Lenske, S. Leupold, and U. Mosel, Nucl. Phys. A **632**, 109 (1998).
- [288] R. Rapp, G. Chanfray and J. Wambach, Nucl. Phys. A **617**, 472 (1997).
- [289] R. Koniuk, Nucl. Phys. B **195**, 452 (1982);
 S. Capstick and S. Roberts, Phys. Rev. D **49**, 4570 (1994);
 P. Stassart and F. Stancu, Phys. Rev. D **42**, 1521 (1990);
 F. Stancu and P. Stassart, Phys. Rev. D **47**, 2140 (1993);
- [290] P. Manley and E. M. Saleski, Phys. Rev. D **45**, 4002 (1992).

- [291] N. M. Kroll, T. D. Lee and B. Zumino, Phys. Rev. **157**, 1376 (1967).
- [292] B. Friman and H. J. Pirner, Nucl. Phys. A **617**, 496 (1997).
- [293] H. Calen et al., Phys. Lett. B **366**, 39 (1996);
E. Chiavassa et al., Phys. Lett. B **337**, 192 (1994).
- [294] G. Alexander et al., Phys. Rev. **154**, 1284 (1967);
J. Bystricky and F. Lehar, Nucleon-Nucleon Scattering Data;
Physics Data ed H Behrens and G Ebel (Karlsruhe:
Fachinformationszentrum) Nos. 11-2 and 11-3 (1981);
F. Shimizu et al., Nucl. Phys. A **386**, 571 (1982);
L. G. Dakhno et al., Yad. Fiz. **37**, 907 (1983);
A. Baldini, V. Flaminio, W. G. Moorhead and D. R. O. Morrison,
Total Cross-Sections for Reactions of High Energy Particles
(Including Elastic, Topological, Inclusive and Exclusive Reactions)
Ed. H. Schopper, Landolt-Bornstein vol I/12 (Berlin: Springer, 1988).
- [295] B. Ganhuyag, Description of π -meson and proton characteristics in
np-interactions at $P_n = 1.25\text{--}5.1$ GeV/c within the framework of
FRITIOF Model, Preprint P2-98-26, JINR, Dubna (1998).
- [296] Ts. Baatar et al., An analysis of characteristics for π - mesons and protons
in inelastic ac-interactions at $p = 4.2$ GeV/c per Nucleon in the framework
of FRITIOF Model, Preprint P1-99-45, JINR, Dubna (1999).
- [297] K. Haglin and C. Gale, Phys. Rev. C **49**, 401 (1993).
- [298] Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **41**, 1809 (1961).
- [299] T. Hatsuda and S.H. Lee, Phys. Rev. C **46**, R34 (1992);
Y. Koike, Phys. Rev. C **51**, 1488 (1995);
T. Hatsuda, S.H. Lee, H. Shiomi, Phys. Rev. C **52**, 3364 (1992);
S. Leupold, Phys. Rev. C **64**, 015202 (2001).
- [300] J. Friese [HADES Coll.], Nucl. Phys. A **654**, 1017c (1999).
- [301] F. Hibou et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 492 (1999).

- [302] S. Abd El-Samad et al. [COSY-TOF Coll.], Phys. Lett. B **522**, 16 (2001).
- [303] H. J. Lipkin, Phys. Lett. B **60**, 371 (1976);
J. Ellis, Phys. Lett. B **353**, 319 (1995).
- [304] K. Nakayama, A. Szczurek, C. Hanhart, J. Haidenbauer, J. Speth,
Phys. Rev. C **57**, 1580 (1998).
- [305] M. Lutz, Gy. Wolf, B. Friman, Nucl. Phys. A **706**, 431 (2002).
- [306] S. Teis, W. Cassing, M. Effenberger, A. Hombach, U. Mosel, and
Gy. Wolf, Z. Phys. A **356**, 421 (1997).
- [307] M. L. Goldberger and K. M. Watson, Collision Theory (John Wiley
and Sons, N. Y., 1965).
- [308] G. Hohler, E. Pietarinen, I. Sabba Stefanescu, F. Borkowski, G. G. Simon,
V. H. Walther and R. D. Wendling, Nucl. Phys. B **114**, 505 (1976).
- [309] Particle Data Group, Phys. Rev. D **54** (1996).
- [310] F. Balestra et al. [DISTO Coll.], Phys. Rev. C **63**, 024004 (2001).
- [311] J. D. Bjorken and S. D. Drell, Relativistic Quantum Fields
(McGraw-Hill, New York, 1965).
- [312] J. Aichelin, Phys. Reports **202**, 233 (1991).
- [313] S. A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher et al., Prog. Part. Nucl.
Phys. **41**, 255 (1998).
- [314] S. Huber and J. Aichelin, Nucl. Phys. A **573**, 587 (1994).
- [315] V. S. Uma Maheswari, C. Fuchs, Amand Faessler, L. Sehn, D. Kosov,
Z. Wang, Nucl. Phys. A **628**, 669 (1998).
- [316] P. Danielewicz and S. Pratt, Phys. Rev. C **53**, 249 (1966);
J. Aichelin and C. Hartnack, proceedings to the XXV Int. Workshop on
Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg 1997,
ed. by H. Feldmeier et al., Hirschegg, Austria, 1997;
A.B. Larionov, M. Effenberger, S. Leupold, U. Mosel,
Phys. Rev. C **66**, 054604 (2002).

- [317] J. Smyrski et al. [COSY-11 Coll.], Phys. Lett. B **474**, 182 (2000).
- [318] C. Sturm et al. [KaoS Coll.], Phys. Rev. Lett. **86**, 39 (2001).
- [319] V. L. Eletsky, M. Belkacem, P. J. Ellis, and J. I. Kapusta, Phys. Rev. C **64**, 035202 (2001).
- [320] M. Post and U. Mosel, Nucl. Phys. A **688**, 808 (2001); M. Post, S. Leupold, and U. Mosel, Nucl. Phys. A **741**, 81 (2004).
- [321] G. G. Penner and U. Mosel, Phys. Rev. C **65**, 055202 (2002); [Erratum-*ibid.* **65**, 059901 (2002)]; **66**, 055211 (2002).
- [322] D. Cabrera, E. Oset, and M. J. Vicente Vacas, Nucl. Phys. A **705**, 90 (2002).
- [323] R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001).
- [324] M. F. M. Lutz, G. Wolf, and B. Friman, Nucl. Phys. A **706**, 431 (2002) [Erratum-*ibid.* **A765**, 431 (2006)].
- [325] P. Muehlich, V. Shklyar, S. Leupold, U. Mosel, and M. Post, Nucl. Phys. A **780**, 187 (2006).
- [326] S. Zschocke, O. P. Pavlenko, and B. Kampfer, Phys. Lett. B **562**, 57 (2003).
- [327] R. Thomas, S. Zschocke, and B. Kampfer, Phys. Rev. Lett. **95**, 232301 (2005).
- [328] R. Averbeck et al. (TAPS Collaboration), Z. Phys. A **359**, 65 (1997).
- [329] E. L. Bratkovskaya and W. Cassing, Nucl. Phys. A **807**, 214 (2008).
- [330] L. P. Kaptari and B. Kampfer, Nucl. Phys. A **764**, 338 (2006).
- [331] M. D. Cozma, C. Fuchs, E. Santini, and A. Fassler, Phys. Lett. B **640**, 170 (2006).
- [332] M. Thomere, C. Hartnack, G. Wolf, and J. Aichelin, Phys. Rev. C **75**, 064902 (2007).
- [333] D. Schumacher, S. Vogel, and M. Bleicher, Acta Phys. Hung. A. Heavy Ion Physics **27**, 451 (2006).
- [334] G. Agakichiev et al. (HADES Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 052302

- (2007).
- [335] M. Djalali Chaden, presented at Quark Matter 2006.
- [336] D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. B **175**, 57 (1986);
G. E. Brown and M. Rho, Phys. Reports **269**, 333 (1996);
T. Waas, N. Kaiser, and W. Weise, Phys. Lett. B **365**, 12 (1996);
M. Lutz, Phys. Lett. B **426**, 12 (1998).
- [337] Z. S. Wang et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 4096 (1997);
C. Fuchs et al., Phys. Lett. B **434**, 245 (1998);
Phys. Rev. Lett. **86**, 1794 (2001).
- [338] Andrei Leonidov, Phys. Usp. **48**, 323-344 (2005).
- [339] I. M. Dremin, A. V. Leonidov, Phys. Usp. **53**, 1123-1149 (2011).
- [340] K. Adcox et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 3500 (2001);
B. B. Back et al., Phys. Rev. C **65**, 031901 (2002).
- [341] P. Koch, B. Muller and J. Rafelski, Phys. Rep. **142**, 1 (1986);
A. Shor, Phys. Rev. Lett. **54**, 1122 (1985).
- [342] D. Lissauer and E. V. Shuryak, Phys. Lett. B **253**, 15 (1991).
- [343] J.-P. Blaizot and R.M. Galain, Phys. Lett. B **271**, 32 (1991).
- [344] NA50 Collaboration, N. Willis, Nucl. Phys. A **661**, 534c (1999).
- [345] NA49 Collaboration, C. Hoehne, Nucl. Phys. A **661**, 485c (1999).
- [346] S. C. Johnson, B. V. Jacak, and A. Drees, Eur. Phys. J. C **18**, 645 (2001).
- [347] S. Soff et al., J. Phys. G **27**, 449 (2001);
S. Pal, C. M. Ko, and Z.-W. Lin, Nucl. Phys. A **707**, 525 (2002).
- [348] PHENIX Collaboration, J. L. Nagle et al., Nucl. Phys. A **715**, 252 (2003).
- [349] A. Dobado and J. R. Pela'ez, Phys. Rev. D **59**, 034004 (1999).
- [350] A. Gomez Nicola and J. R. Pelaez, Phys. Rev. D **65**, 054009 (2002).
- [351] J. A. Cronin, Phys. Rev. **161**, 1483 (1967);
R. W. Griffith, Phys. Rev. **176**, 1705 (1968).
- [352] P. Braun-Munzinger et al., Phys. Lett. B **518**, 41 (2001).

- [353] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Lett. B **184**, 83 (1987);
Ann. Phys. (N.Y.) **158**, 142 (1984).
- [354] V. Bernard, N. Kaiser, and U.-G. Meissner, Phys. Rev. D **43**, R2757 (1991);
Nucl. Phys. B **357**, 129 (1991).
- [355] M. Asakawa and C.M. Ko, Phys. Lett. B **322**, 33 (1994).
- [356] D. Seibert and C. Gale, Phys. Rev. C **52**, 490 (1995);
- [357] L. Alvarez-Ruso and V. Koch, Phys. Rev. C **65**, 054901 (2002).
- [358] L. Bravina et al., Nucl. Phys. A **715**, 665c (2003).
- [359] H. Weyl, Z. Phys. **46**, 1 (1927);
H. Weyl, The Theory of Groups and Quantum Mechanics (Dover Publications, New York Inc., 1931).
- [360] E. P. Wigner, Phys. Rev. **40**, 749 (1932).
- [361] H. Groenewold, Physica **12**, 405 (1946).
- [362] J. E. Moyal, Proc. Cambridge Phil. Soc. **45**, 99 (1949);
M. S. Bartlett and J. E. Moyal, Proc. Camb. Phil. Soc. **45**, 545 (1949).
- [363] R. L. Stratonovich, Sov. Phys. JETP **4**, 891 (1957).
- [364] A. Voros, Ann. Inst. Henri Poincaré **24**, 31 (1976); 26, 343 (1977).;
M. V. Berry, Phil. Trans. Roy. Soc. **287**, 237 (1977);
F. Bayen, M. Flato, C. Fronsdal, A. Lichnerowicz, D. Sternheimer, Ann. Phys. **111**, 61 (1978); Ann. Phys. **111**, 111 (1978);
P. Carruthers, F. Zachariasen, Rev. Mod. Phys. **55**, 245 (1983);
M. Hillery, R.F. O'Connell, M.O. Scully, E. P. Wigner, Phys. Rep. **106**, 121 (1984).
- [365] N. L. Balazs and B. K. Jennings, Phys. Rep. **104**, 347 (1989).
- [366] M. Cargo, A. Gracia-Saz, R. G. Littlejohn et al., J. Phys. A **38**, 1977 (2004).
- [367] N. G. Pletnev, A. T. Banin, Phys. Rev. D **60**, 105017 (1999);

- A. T. Banin, I. L. Buchbinder, N. G. Pletnev, Nucl. Phys. B **598**, 371 (2001).
- [368] A. Gracia-Saz, arXiv: math.QA/0411163.
- [369] T. A. Osborn and F. H. Molzahn, Ann. Phys. **241**, 79 (1995).
- [370] A. Ono, Phys. Rev. C **59**, 853 (1999).
- [371] B. Blättel, V. Koch, U. Mosel, Rep. Prog. Phys. **56**, 1 (1993).
- [372] E. L. Bratkovskaya and W. Cassing, Phys. Rep. **308**, 65 (1999).
- [373] S. A. Chin and J. D. Walecka, Phys. Lett. **52 B**, 24 (1974).
- [374] R. L. Jaffe, Phys. Rev. D **21**, 3215 (1980).
- [375] V. N. Aseev et al., Phys. Rev. D **84**, 112003 (2011);
Ch. Kraus et al., Eur. Phys. J. C **40**, 447 (2005).
- [376] P. A. R. Ade et al. [Planck Collaboration], arXiv: 1303.5076 [astro-ph.CO].
- [377] S. Thomas, F. Abdalla, O. Lahav, Phys. Rev. Lett. **105**, 031301 (2010).
- [378] EXO Collaboration, M. Auger et al., Phys. Rev. Lett. **109**, 032505 (2012);
KamLAND-Zen Collaboration, A. Gando et al., Phys. Rev. Lett. **110**, 062502 (2013).
- [379] GERDA Collaboration, M. Agostini et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 122503 (2013).
- [380] J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [381] G. Drexlin, V. Hannen, S. Mertens and C. Weinheimer, Adv. High Energy Phys. 2013, 293986 (2013) [arXiv:1307.0101 [physics.ins-det]].
- [382] A. Esteban-Pretel, R. Tomas and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **76**, 053001 (2007) [arXiv:0704.0032 [hep-ph]].
- [383] J. C. Helo, M. Hirsch, H. Pas and S. G. Kovalenko, Phys. Rev. D **88**, 073011 (2013) [arXiv:1307.4849 [hep-ph]].