



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи

Чиликин Кирилл Александрович

Измерение параметров чармониеподобных  
состояний в эксперименте Belle

Специальность 01.04.23 - физика высоких энергий

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
кандидат физ.-мат. наук  
Мизюк Роман Владимирович

МОСКВА, 2015

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>11</b>
<b>1 Обзор чармониеподобных состояний</b>	<b>13</b>
1.1 Классификация состояний чармония	13
1.2 Предсказания для уровней чармония	15
1.2.1 Предсказания для масс в потенциальных моделях	15
1.2.2 Ширины распадов	16
1.3 Обычные состояния чармония	18
1.4 Состояния, обнаруженные в распадах $B$ -мезонов	20
1.4.1 $X(3872)$	20
1.4.2 $X(3915)$	22
1.4.3 $X(4140)$	24
1.5 Состояния, рождающиеся в $e^+e^-$ -столкновениях	26
1.5.1 $Y(4260)$	26
1.5.2 $Y(4360)$ и $Y(4660)$	26
1.5.3 Общая характеристика новых векторных состояний	28
1.6 Состояния, рождающиеся в двухфотонных процессах: $X(4350)$	28
1.7 Состояния, наблюдаемые в парном рождении чармония: $X(3940)$ и $X(4160)$	29
1.8 Заряженные чармониеподобные состояния	31
1.8.1 $Z_c(4430)^+$	31
1.8.2 $Z_c(4050)^+$ и $Z_c(4250)^+$	36
1.8.3 $Z_c(3900)^+$ / $Z_c(3885)^+$	39
1.8.4 $Z_c(4020)^+$ / $Z_c(4025)^+$	41
<b>2 Экспериментальная установка</b>	<b>45</b>
2.1 Коллайдер КЕКВ	45
2.2 Детектор Belle	47
2.2.1 Кремниевый вершинный детектор	48
2.2.2 Центральная дрейфовая камера	49
2.2.3 Аэрогелевые черенковские счётчики	51
2.2.4 Система измерения времени пролёта	52

2.2.5	Электромагнитный калориметр . . . . .	53
2.2.6	Передний калориметр . . . . .	54
2.2.7	Детектор $K_L^0$ и мюонов . . . . .	55
2.2.8	Триггер . . . . .	56
2.2.9	Идентификация частиц . . . . .	57
2.2.10	Моделирование детектора . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Измерение квантовых чисел <math>Z_c(4430)^+</math></b>	<b>61</b>
3.1	Отбор событий . . . . .	61
3.2	Распределения событий и выход сигнала . . . . .	62
3.3	Формализм амплитудного анализа . . . . .	65
3.3.1	Модель амплитуды . . . . .	65
3.3.2	Вывод функции плотности сигнала . . . . .	66
3.3.3	Метод подгонки . . . . .	71
3.4	Результаты . . . . .	72
3.4.1	Подгонка распределения фона . . . . .	72
3.4.2	Подгонка данных . . . . .	73
3.4.3	Эффективность и вероятности распадов . . . . .	81
3.5	Обсуждение полученных результатов . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Обнаружение состояния <math>Z_c(4200)^+</math> и измерение его квантовых чисел</b>	<b>84</b>
4.1	Отбор событий . . . . .	84
4.2	Распределения событий и выход сигнала . . . . .	85
4.3	Формализм амплитудного анализа . . . . .	88
4.4	Вычисление локальной, Вилкс- и глобальной значимости . . . . .	90
4.5	Результаты . . . . .	94
4.5.1	Результаты подгонки . . . . .	94
4.5.2	Эффективность и вероятности распадов . . . . .	106
4.6	Обсуждение полученных результатов . . . . .	108
	<b>Заключение</b>	<b>110</b>
	<b>Благодарности</b>	<b>112</b>

# Список иллюстраций

1.1	Состояния чармония, сгруппированные по квантовым числам и спектроскопическому обозначению (для заряженных - по процессу, в котором наблюдается данное состояние: распады $B$ -мезонов или $e^+e^-$ -столкновения). Положение некоторых из новых состояний не является точным. Так, квантовые числа $X(3940)$ , $X(4140)$ и $X(4160)$ не измерены, а квантовые числа $Y(4260)$ , $Y(4360)$ , $Y(4660)$ известны, однако, эти мезоны могут не быть нормальными состояниями чармония и к группе $^3D_1$ отнесены условно. Состояние $X(4350)$ , которое не является подтверждённым и значимость которого равна только $3.2\sigma$ , опущено. . . . .	14
1.2	Распределения разницы инвариантных масс комбинаций $(\ell^+\ell^-\pi^+\pi^-)$ и $(\ell^+\ell^-)$ в данных (а) и Монте-Карло (b) (из работы [2] коллаборации Belle). . . . .	20
1.3	Результаты подгонки распределения инвариантной массы комбинации $(J/\psi\omega)$ : подгонка только нерезонансным вкладом (а) и суммой нерезонансного вклада и сигнала $X(3915)$ (b) (из работы [71] коллаборации Belle). . . . .	23
1.4	Распределение разности масс комбинаций $(\mu^+\mu^-K^+K^-)$ и $(\mu^-\mu^-)$ : сверху - из работы [77] коллаборации CDF, снизу - новые данные, добавленные в работе [78] (а); результаты подгонки распределения инвариантной массы комбинации $(J/\psi\phi)$ только с сигналом состояния $X(4140)$ (b) и с сигналами двух состояний $X(4140)$ и $X(4270)$ (c) (результаты подгонки из работы [78] коллаборации CDF). . . . .	25
1.5	Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации $(J/\psi\pi^+\pi^-)$ (из работы [89] коллаборации BABAR). . . . .	26
1.6	Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации $(\psi(2S)\pi^+\pi^-)$ (из работы [95] коллаборации Belle). . . . .	27
1.7	Результат подгонки распределения инвариантной массы $J/\psi$ и $\phi$ (из работы [79] коллаборации Belle). . . . .	29



1.8	Результат подгонки распределения массы отдачи к $J/\psi$ (из работы [110] коллаборации Belle). . . . .	30
1.9	Результаты подгонки распределений инвариантной массы комбинаций $(D^{(*)}\bar{D}^{(*)})$ в процессах $e^+e^- \rightarrow J/\psi(D^{(*)}\bar{D}^{(*)})$ для четырёх случаев: восстанавливается $D$ , не восстанавливается $\bar{D}$ (a); восстанавливается $D$ , не восстанавливается $\bar{D}^*$ (b); восстанавливается $D^*$ , не восстанавливается $\bar{D}$ (c); восстанавливается $D^*$ , не восстанавливается $\bar{D}^*$ (d) (из работы [111] коллаборации Belle). . . . .	30
1.10	Инвариантная масса системы $\psi(2S)\pi^+$ (из работы [4] коллаборации Belle). . . . .	32
1.11	Результаты подгонки распределений инвариантной массы $\psi(2S)\pi$ или $J/\psi\pi$ (из работы [5] коллаборации BABAR). . . . .	33
1.12	Проекция результатов подгонки графика Далица распадов $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$ на инвариантную массу системы $\psi(2S)\pi^+$ . Сплошная линия - результат подгонки с $Z_c(4430)^+$ , пунктирная линия - результат подгонки без $Z_c(4430)^+$ , штриховая линия - фон (из работы [6] коллаборации Belle). . . . .	34
1.13	Проекция результатов подгонки графика Далица распада $\bar{B}^0 \rightarrow \chi_{c1}K^-\pi^+$ на инвариантную массу системы $\chi_{c1}\pi^+$ . Сплошная линия - результат подгонки с $Z_c(4050)^+$ и $Z_c(4250)^+$ , штриховая линия - без них. Пунктирными линиями показаны вклады новых состояний $Z_c(4050)^+$ и $Z_c(4250)^+$ (из работы [127] коллаборации Belle). . . . .	37
1.14	Результат подгонки распределения максимальной инвариантной массы систем $(J/\psi\pi^+)$ и $(J/\psi\pi^-)$ в процессе $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ (из работы [136] коллаборации BESIII). . . . .	39
1.15	Результат подгонки инвариантной массы системы $h_c\pi^\pm$ в процессе $e^+e^- \rightarrow h_c\pi^+\pi^-$ (из работы [145] коллаборации BESIII). На вставке - результат подгонки с $Z_c(3900)^+$ . . . . .	41
1.16	Результат подгонки массы отдачи к $\pi^-$ в процессе $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^+\pi^-$ (из работы [147] коллаборации BESIII). . . . .	42
2.1	Схема коллайдера КЕКВ. . . . .	46
2.2	Детектор Belle (вид в разрезе). . . . .	48
2.3	Конструкция кремниевого вершинного детектора SVD1. . . . .	49
2.4	Конструкция центральной дрейфовой камеры. . . . .	50
2.5	Структура ячеек центральной дрейфовой камеры. . . . .	50
2.6	Энергетические потери для различных частиц в дрейфовой камере (из данных). . . . .	51

2.7	Расположение аэрогелевых черенковских счётчиков. . . . .	52
2.8	Масса частиц, полученная из измерения времени пролёта (для частиц с импульсом не более 1.2 ГэВ/c). . . . .	53
2.9	Схема электромагнитного калориметра. . . . .	54
2.10	Конструкция переднего калориметра. . . . .	55
2.11	Использование информации с различных детекторов для идентификации частиц в зависимости от импульса трека. . . . .	58
2.12	Эффективность идентификации каонов, полученная из реальных данных при помощи анализа распадов $D^{*+} \rightarrow D^0(\rightarrow K^-\pi^+)\pi^+$ . . . . .	58
2.13	Эффективность идентификации мюонов и вероятность неправильной идентификации $\pi$ -мезонов (с условием $R_\mu > 0.66$ ). . . . .	60
3.1	Распределение по $\Delta E$ ; сигнальная и контрольные области заштрихованы. . . . .	63
3.2	Графики Далица для сигнальной области (а), контрольных областей (b) и эффективности (с). . . . .	64
3.3	Зависимость эффективности от угловых переменных. . . . .	65
3.4	Определение угла между плоскостями распада в распаде $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^*(\rightarrow K^+\pi^-)$ (в системе покоя $B^0$ ). . . . .	67
3.5	Определение хелисити-углов для распада $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^*(\rightarrow K^+\pi^-)$ (в системах покоя $K^*$ и $\psi(2S)$ ). . . . .	68
3.6	Определение хелисити-угла $Z_c(4430)^-$ [в системе покоя $Z_c(4430)^-$ ]. . . . .	69
3.7	Определения хелисити-угла $\psi(2S)$ и угла $\tilde{\varphi}$ (в системе покоя $\psi(2S)$ ). . . . .	69
3.8	Определение угла $\alpha$ (в системе покоя $\psi(2S)$ ). . . . .	70
3.9	Проекция результатов подгонки фоновых событий на $M_{K\pi}^2$ и $M_{\psi(2S)\pi}^2$ . Точки с ошибками - данные; гистограммы - результаты подгонки. . . . .	73
3.10	Области графика Далица, используемые для представления результатов. Вертикальные деления расположены на $(0.796)^2$ ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> , $(0.996)^2$ ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> , $(1.332)^2$ ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> и $(1.532)^2$ ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> . Горизонтальные деления расположены на 19.0 ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> и 20.5 ГэВ <sup>2</sup> /c <sup>4</sup> . . . . .	74
3.11	Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c^+$ ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели. Точки с ошибками - данные; заштрихованные гистограммы - контрольные области. Используемые области графика Далица определены на рис. 3.10. . . . .	76
3.12	Проекция результатов подгонки с исключением $K^*(892)$ и $K_2^*(1430)$ . Обозначения те же, что и на рис. 3.11. . . . .	77

3.13	Проекция результатов подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c^+$ ( $J^P = 1^+$ ) на угловые переменные в основной модели. Точки с ошибками - данные. . . . .	77
3.14	Сравнение гипотез $0^-$ и $1^+$ в основной модели. Гистограммы - распределения $\Delta(-2 \ln L)$ в численных экспериментах, в которых данные генерируются в соответствии с результатами подгонки с квантовыми числами $0^-$ (незаштрихованная гистограмма) и $1^+$ (заштрихованная гистограмма). Значение $\Delta(-2 \ln L)$ , наблюдаемое в данных, показано стрелкой. . . . .	80
3.15	График Аргана для амплитуды $Z_c(4430)^+$ (из работы [168] коллаборации LHCb). . . . .	83
4.1	Распределение по $\Delta E$ ; сигнальная и контрольные области заштрихованы. . . . .	86
4.2	Графики Далица для сигнальной области (а), контрольных областей (b) и эффективности (с). . . . .	87
4.3	Зависимость эффективности от угловых переменных. . . . .	88
4.4	Области графика Далица, используемые для представления результатов. Вертикальные деления расположены на $1.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , $(1.432 \text{ ГэВ}/c^2)^2 \approx 2.05 \text{ ГэВ}^2/c^4$ и $3.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . (второе деление выбрано на массе $K_2^*(1430)$ , так как интерференция резонансов $K^*$ и $Z_c(4200)^+$ меняется на этой массе). . . . .	90
4.5	Результаты подгонки фоновых событий. Сплошная линия - результат подгонки, штриховая линия - вклад $K^*(892)$ , пунктирная линия - вклад распадов $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4. . . . .	91
4.6	Результат подгонки распределения $\Delta(-2 \ln L)$ , выполненной при вычислении глобальной значимости $Z_c(4200)^+$ для гипотезы $J^P = 1^+$ . . . . .	94
4.7	Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c(4430)^+$ ( $Z_c(4200)^+$ не включён в модель) для второй и третьей вертикальных областей, определённых на рис. 4.4. . . . .	96
4.8	Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c(4200)^+$ ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели. Точки с ошибками - данные; заштрихованные гистограммы - контрольные области. Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4. . . . .	97

4.9	Результаты подгонки с $Z_c(4200)^+$ в основной модели. Точки с ошибками - данные; сплошная линия - результат подгонки, штриховая линия - вклад $Z_c(4430)^+$ , пунктирная линия - вклад $Z_c(4200)^+$ и штрихпунктирная линия - суммарный вклад всех резонансов $K^*$ . Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4. . . .	98
4.10	Проекция результатов подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c(4200)^+$ ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели на угловые переменные для области с $M_{J/\psi\pi^+}^2 > 1.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ , $16 \text{ ГэВ}^2/c^4 < M_{K^-\pi^+}^2 < 19 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Точки с ошибками - данные. . . . .	100
4.11	Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия) $Z_c(4430)^+$ ( $Z_c(4200)^+$ включён в модель) для второй и третьей вертикальных областей, определённых на рис. 4.4. . . . .	100
4.12	Графики Аргана для спиральных амплитуд $Z_c(4200)^+$ . Центральные значения массы для бинов (в $\text{ГэВ}/c^2$ ) указаны около точек. . . . .	101
4.13	Сравнение гипотез $2^-$ и $1^+$ в основной модели. Гистограммы - распределения $\Delta(-2 \ln L)$ в численных экспериментах, в которых данные генерируются в соответствии с результатами подгонки с квантовыми числами $2^-$ (незаштрихованная гистограмма) и $1^+$ (заштрихованная гистограмма). Значение $\Delta(-2 \ln L)$ , наблюдаемое в данных, показано стрелкой. . . . .	104

# Список таблиц

1.1	Сравнение масс состояний чармония (в МэВ/ $c^2$ ), предсказанных в различных потенциальных моделях и наблюдаемых экспериментально (таблица из работы [10] с обновлением экспериментальных данных). . . . .	17
2.1	Интегральная светимость (в фб $^{-1}$ ), набранная в эксперименте Belle в областях различных резонансов $\Upsilon(nS)$ . . . . .	47
2.2	Сечения различных процессов и их частоты для светимости $1.0 \times 10^{34}$ см $^{-2}$ с $^{-1}$ при наборе данных в области резонанса $\Upsilon(4S)$ . Угол $\theta$ - полярный угол в лабораторной системе отсчёта, $p_t$ - поперечный импульс. Для процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ триггер срабатывает только для 1 из 100 событий; частота указана с учётом такого отбора. . . . .	56
3.1	Результаты подгонки в основной модели. Приведены только статистические ошибки. . . . .	74
3.2	Абсолютные значения и фазы амплитуд в основной модели для квантовых чисел $Z_c(4430)^+ J^P = 1^+$ . Приведены только статистические ошибки. . . . .	74
3.3	Относительные вклады и значимости всех резонансов в основной модели ( $J^P = 1^+$ ). . . . .	75
3.4	Модельная зависимость значимости $Z_c(4430)^+$ . . . . .	78
3.5	Уровни исключения гипотез о квантовых числах $Z_c(4430)^+$ . . . . .	79
3.6	Доверительные уровни гипотезы $1^+$ . . . . .	79
3.7	Систематические ошибки массы (в МэВ/ $c^2$ ) и ширины (в МэВ) $Z_c(4430)^+$ . . . . .	80
4.1	Результаты подгонки в основной модели. Приведены только статистические ошибки. . . . .	95

4.2	Абсолютные значения и фазы амплитуд в основной модели для квантовых чисел $Z_c(4200)^+$ $J^P = 1^+$ . Приведены только статистические ошибки. . . . .	99
4.3	Относительные вклады и значимости всех резонансов в основной модели (квантовые числа $Z_c(4200)^+$ - $J^P = 1^+$ ). . . . .	101
4.4	Сравнение параметров $Z_c(4200)^+$ в каналах распада $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ , $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ и комбинированном образце данных ( $J^P = 1^+$ ). . . . .	102
4.5	Модельная зависимость Вилкс-значимости $Z_c(4200)^+$ . . . . .	102
4.6	Уровни исключения гипотез о квантовых числах $Z_c(4200)^+$ и доверительные уровни гипотезы $1^+$ в основной модели. . . . .	103
4.7	Уровни исключения гипотез о квантовых числах $Z_c(4200)^+$ . . . . .	104
4.8	Систематические ошибки массы (в МэВ/ $c^2$ ) и ширины (в МэВ) $Z_c(4200)^+$ . . . . .	105
4.9	Поперечные амплитуды $K^*(892)$ . . . . .	106
4.10	Результаты подгонки с добавлением состояния $Z_c(3900)^+$ в основной модели: масса (в МэВ/ $c^2$ ), ширина (в МэВ) и значимость $Z_c(3900)^+$ . Приведены только статистические ошибки. . . . .	106

# Введение

В кварковой модели состояния чармония являются связанными состояниями пары кварков  $c\bar{c}$ . Состояния чармония, открытые в ранний период его изучения (до 1980 года) и лежащие ниже порога  $D\bar{D}$ :  $J/\psi$ ,  $\psi(2S)$ ,  $\chi_{cJ}$ ,  $\eta_c$  - хорошо описываются такой моделью. Кварковые (потенциальные) модели успешно описывают положение уровней, ширины аннигиляционных распадов, а также ширины радиационных и адронных переходов между уровнями. Эти состояния также успешно описываются из первых принципов при помощи правил сумм КХД и решёточной КХД [1]. Однако, начиная с 2003 года, когда в эксперименте Belle было найдено состояние  $X(3872)$  [2], было обнаружено большое количество новых возбуждённых состояний чармония, которые плохо описываются как “обычные” состояния в системе  $c\bar{c}$ ; такие состояния называют чармониеподобными. Большинство чармониеподобных состояний имеют большие ширины адронных переходов в низковозбуждённые состояния чармония; распады в пары  $D$ -мезонов, напротив, подавлены. Кроме этого, их массы далеко отстоят от предсказаний потенциальных моделей, а в распадах состояния  $X(3872)$  наблюдается сильное нарушение сохранения изоспина. Особую группу среди них образуют заряженные чармониеподобные состояния, которые обладают минимальным четырёхкварковым составом:  $c\bar{c}u\bar{d}$ .

Решёточная КХД сталкивается с трудностями при описании таких состояний: так, в решёточных вычислениях наблюдается состояние  $X(3872)$ , но описать заряженные чармониеподобные состояния они пока не могут [3]. Таким образом, единой количественной теории чармониеподобных состояний в настоящее время не существует. Для их описания используются различные модели, включающие молекулярные состояния, тетракварки, гибриды, адрочармоний; следовательно, чармониеподобные состояния могут иметь различную природу. Для определения природы конкретных состояний является важным подробное изучение их свойств, в частности, измерение квантовых чисел и систематическое исследование различных конечных состояний.

Диссертация посвящена исследованию свойств заряженных чармониеподобных состояний. В 2007 году в эксперименте Belle в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  было об-

наружено заряженное чармониеподобное состояние  $Z_c(4430)^+$ , распадающееся на  $\psi(2S)\pi^+$  [4]. Коллаборация BABAR выполнила поиск состояния  $Z_c(4430)^+$  в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  и  $\bar{B} \rightarrow J/\psi\pi^+K$ , но не подтвердила его существования [5]. Оба этих анализа не учитывали интерференцию распадов через резонансы  $Z_c(4430)^+$  и  $K^*$ . Поэтому в 2009 году коллаборацией Belle был выполнен Далиц-анализ распадов  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  с использованием тех же данных, который подтвердил, что состояние  $Z_c(4430)^+$  наблюдается в данных Belle [6]. Однако, из-за интегрирования по угловым переменным в Далиц-анализе теряется чувствительность к квантовым числам состояния  $Z_c(4430)^+$ , измерение которых важно для установления его природы. Поэтому был проведён амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ , с помощью которого впервые измерены квантовые числа состояния  $Z_c(4430)^+$ , а также получены обновлённые значения его массы, ширины и вероятности распада через это состояние. С использованием разработанного метода был проведён амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$ , обнаружено новое заряженное чармониеподобное состояние  $Z_c(4200)^+$ , измерены его параметры: квантовые числа, масса, ширина и соответствующая вероятность распада. Результаты, представленные в диссертации, опубликованы в работах [7–9].

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения.

В первой главе приведён обзор чармониеподобных состояний. Описаны результаты экспериментального изучения этих состояний, а также их возможные теоретические интерпретации.

Во второй главе описана экспериментальная установка Belle.

В третьей главе описан амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ . Перечислены критерии отбора и приведён вывод амплитуды для таких распадов. Представлены результаты измерения массы, ширины и квантовых чисел  $Z_c(4430)^+$ , вероятностей распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$  (полной и через резонансы  $K^*(892)$ ,  $Z_c(4430)^+$ ).

В четвёртой главе описан амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$  и обнаружение нового чармониеподобного состояния  $Z_c(4200)^+$ . Представлены результаты измерения его массы, ширины и квантовых чисел, а также поиска состояний  $Z_c(4430)^+$  и  $Z_c(3900)^+$ .



# Глава 1

## Обзор чармониеподобных состояний

### 1.1 Классификация состояний чармония

Состояния системы кварк-антикварк задаются полным спином двух кварков  $S$ , орбитальным угловым моментом  $L$ , полным угловым моментом  $J$  и номером радиального возбуждения  $n_r$  (для невозбуждённых радиально состояний  $n_r = 0$ ). Спектральные обозначения уровней кваркония выглядят как  $(n_r + 1)^{2S+1}L_J$ , при этом значение орбитального углового момента задаётся буквами ( $S, P, D, F, \dots$  для  $L = 0, 1, 2, 3, \dots$  соответственно). Значения  $L$  и  $S$  определяют квантовые числа состояний кваркония:  $P$ -чётность равна  $(-1)^{L+1}$ , а  $C$ -чётность равна  $(-1)^{L+S}$ . Полный угловой момент является суммой спина кварков и орбитального углового момента:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ ; на уровне состояний кваркония  $J$  соответствует спину данного состояния.

Так как спин кварков равен  $1/2$ , то полный спин пары кварков может принимать два значения - 0 и 1. Если спин пары кварков равен 0, то для заданного значения  $L$  возможно только одно значение полного углового момента  $J = L$ ; состояния чармония с  $S = 0$  называют спин-синглетными. Если спин пары кварков равен 1, то возможны три значения полного углового момента  $J = L - 1, L$  и  $L + 1$  (для случая  $L = 0$  возможно только значение  $J = 1$ ); состояния чармония с  $S = 1$  называют спин-триплетными.

Символ, которым обозначается состояние, зависит от  $L$  и  $S$ . Для чармония обозначения состояний следующие:

1. Состояния с чётным  $L$  и  $S = 0$  -  $\eta_c$  ( $J^{PC} = 0^{-+}, 2^{-+}, \dots$ )
2. Состояния с чётным  $L$  и  $S = 1$  -  $\psi$  ( $J^{PC} = 1^{--}, 2^{--}, \dots$ ). Состояние  $1^3S_1$  называется  $J/\psi$ .
3. Состояния с нечётным  $L$  и  $S = 0$  -  $h_c$  ( $J^{PC} = 1^{+-}, 3^{+-}, \dots$ )

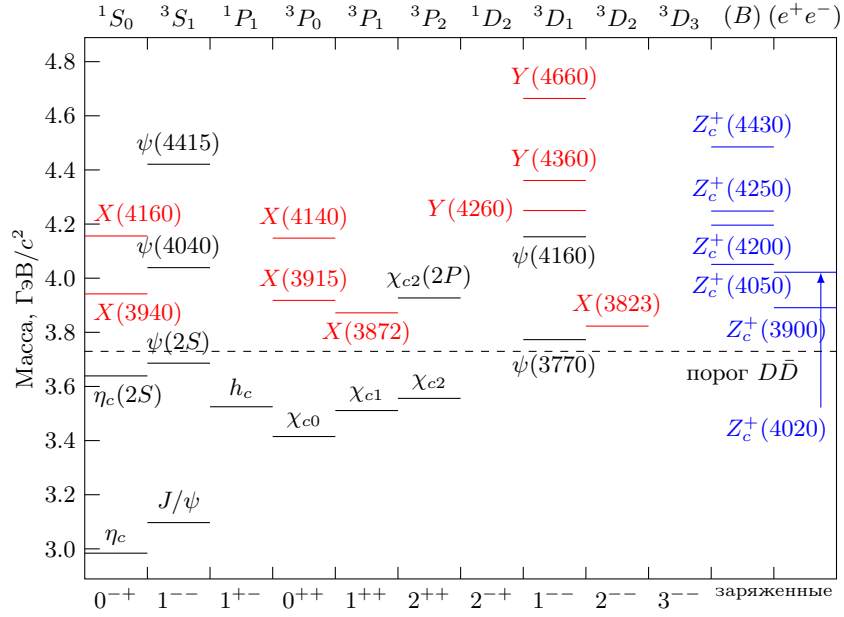


Рис. 1.1: Состояния чармония, сгруппированные по квантовым числам и спектроскопическому обозначению (для заряженных - по процессу, в котором наблюдается данное состояние: распады  $B$ -мезонов или  $e^+e^-$ -столкновения). Положение некоторых из новых состояний не является точным. Так, квантовые числа  $X(3940)$ ,  $X(4140)$  и  $X(4160)$  не измерены, а квантовые числа  $Y(4260)$ ,  $Y(4360)$ ,  $Y(4660)$  известны, однако, эти мезоны могут не быть нормальными состояниями чармония и к группе  $^3D_1$  отнесены условно. Состояние  $X(4350)$ , которое не является подтверждённым и значимость которого равна только  $3.2\sigma$ , опущено.

#### 4. Состояния с нечётным $L$ и $S = 1$ - $\chi_c$ ( $J^{PC} = 0^{++}, 1^{++}, \dots$ )

Для возбуждённых состояний в скобках указывается значение квантовых чисел  $((n_r + 1)L)$  или масса, например, основное состояние чармония -  $\eta_c(1S)$ , его первое радиальное возбуждение -  $\eta_c(2S)$ . В качестве нижнего индекса указывается спин данного состояния, кроме случаев минимальных возможных  $J$  для состояний  $\eta_c$ ,  $\psi$  и  $h_c$ , например, состояние  $1^3P_2$  называется  $\chi_{c2}$ .

Известные в настоящее время состояния чармония (включая неподтверждённые) показаны на рис. 1.1. Кроме “обычных” состояний чармония, на этом рисунке показаны и новые чармониеподобные состояния, которые могут не укладываться в классификацию, приведённую выше. Чармониеподобные состояния обозначают символами  $X$ ,  $Y$  или  $Z$ . Эти состояния будут подробно рассмотрены ниже.

## 1.2 Предсказания для уровней чармония

В этом разделе описаны некоторые теоретические предсказания для уровней чармония, с которыми будут далее сравниваться экспериментальные данные.

### 1.2.1 Предсказания для масс в потенциальных моделях

В потенциальных моделях чармоний рассматривается по аналогии с атомом водорода или позитронием. Используется нерелятивистский предел, и система кварк-антикварк описывается уравнением Шрёдингера с потенциалом, который зависит от расстояния между кварком и антикварком. В первом приближении потенциал равен [10, 11]

$$V(r) = -\frac{4\alpha_s(r)}{3r} + \sigma r, \quad (1.1)$$

где  $\alpha_s(r)$  - зависящая от масштаба константа сильного взаимодействия, которая даётся формулой

$$\alpha_s(r) = \frac{2\pi}{9 \ln \frac{1}{r\Lambda_{\text{QCD}}}}, \quad (1.2)$$

а  $\sigma \sim 0.18\text{ГэВ}^2$ . Первое слагаемое в формуле (1.1) описывает потенциал, аналогичный кулоновскому, возникающий при обмене одним глюоном на коротких расстояниях. Второе слагаемое, возрастающее с расстоянием, приводит к конфайнменту кварков.

Для описания зависящих от спина взаимодействий в потенциал добавляется слагаемое общего вида [11]

$$V_1(r) = V_{LS}(r)(\vec{L} \cdot \vec{S}) + V_T(r) \left[ S(S+1) - \frac{3(\vec{S} \cdot \vec{r})(\vec{S} \cdot \vec{r})}{r^2} \right] + V_{SS}(r) \left[ S(S+1) - \frac{3}{2} \right], \quad (1.3)$$

где  $V_{LS}(r)$  - потенциал спин-орбитального взаимодействия,  $V_T(r)$  - тензорный потенциал и  $V_{SS}(r)$  - потенциал спин-спинового взаимодействия. Потенциалы  $V_{LS}(r)$  и  $V_T(r)$  описывают тонкую структуру состояний (то есть различие масс спин-триплетных состояний), а потенциал  $V_{SS}(r)$  описывает расщепления между спин-синглетными и спин-триплетными состояниями.

Кроме описанных выше вкладов в потенциал, потенциальные модели могут учитывать и другие эффекты, такие как релятивистские поправки или связь с парами мезонов, например,  $D\bar{D}$ . Примеры различных потенциальных моделей - Корнелльский потенциал [12], потенциал Ричардсона [13], потенциал Бухмюллера-Тая [14]. В табл. 1.1 представлены предсказания масс состояний чармония в шести потенциальных моделях, обозначенных по авторам и году появления работы: в

моделях Годффри и Исгура [15] (GI85), Ичтена и Квигга [16] (EQ94), Фалчера [17] (FU91), Гупта и Джонсона [18] (FU91), Эберта, Фаустова и Галкина [19] (EFG03), Цзэна, Ван Ордена и Робертса [20] (ZVR95). Эти предсказания сравниваются с экспериментальными данными. Как видно из этой таблицы, наиболее точные модели (GI85, EFG03) хорошо описывают массы состояний  $J/\psi$ ,  $\eta_c$ ,  $\chi_{cJ}$ ,  $h_c$ , а для более высоковозбуждённых состояний точность уменьшается и в худших случаях ( $\chi_{cJ}(2P)$ ,  $\psi(4040)$ ) различия предсказаний с экспериментальными значениями масс составляют около 60 МэВ/ $c^2$ .

## 1.2.2 Ширины распадов

Между различными состояниями чармония возможны переходы с излучением фотонов или лёгких мезонов. Ширина электрических дипольных (E1) переходов (переходов с излучением фотона, не изменяющих направление спина кварка) из состояния со спином  $J$ , спином кварков  $S$  и угловым моментом  $L$  в состояние со спином  $J'$ , спином кварков  $S'$  и угловым моментом  $L'$  даётся формулой [98]

$$\Gamma = \frac{4\alpha e_q^2}{3}(2J' + 1)S_E E_\gamma^3 |I|^2, \quad (1.4)$$

где  $e_q^2$  - заряд кварка,  $E_\gamma$  - энергия фотона,

$$S_E = \max(L, L') \left\{ \begin{matrix} J & 1 & J' \\ L' & S & L \end{matrix} \right\}^2 \quad (1.5)$$

и  $I$  - интеграл перекрытия, который вычисляется из радиальных волновых функций начального состояния  $R_i$  и конечного состояния  $R_f$ :

$$I = \int_0^{+\infty} R_i(r)R_f(r)rdr. \quad (1.6)$$

Интеграл перекрытия может быть вычислен из волновых функций, полученных в какой-либо потенциальной модели. Подробный список теоретических предсказаний ширин радиационных переходов в потенциальной модели Годффри-Исгура [15] можно найти в работе [21].

Адронные переходы могут быть описаны при помощи мультипольного разложения КХД. Переходы с излучением двух  $\pi$ -мезонов между  $S$ -волновыми состояниями кваркония происходят за счёт двух хромoeлектрических дипольных переходов. Результат для ширины перехода  $n_i^3 S_1 \rightarrow n_f^3 S_1 \pi\pi$  [10, 22]:

$$\Gamma = |C_1|^2 G |f_{n_i 0 n_f 0}^{111}|, \quad (1.7)$$

Таблица 1.1: Сравнение масс состояний чармония (в МэВ/ $c^2$ ), предсказанных в различных потенциальных моделях и наблюдаемых экспериментально (таблица из работы [10] с обновлением экспериментальных данных).

Состояние	Эксперимент	GI85 [15]	EQ94 [16]	FU91 [17]	GJ96 [18]	EFG03 [19]	ZVR95 [20]
$1^3S_1 (J/\psi)$	$3096.916 \pm 0.011$	3098	3097	3104	3097	3096	3100
$1^1S_0 (\eta_c)$	$2983.6 \pm 0.7$	2975	2980	2987	2979	2979	3000
$1^3P_2 (\chi_{c2})$	$3556.20 \pm 0.09$	3550	3507	3557	3557	3556	3540
$1^3P_1 (\chi_{c1})$	$3510.66 \pm 0.07$	3510	3486	3513	3511	3510	3500
$1^3P_0 (\chi_{c0})$	$3414.75 \pm 0.31$	3445	3436	3404	3415	3424	3440
$1^1P_1 (h_c)$	$3525.38 \pm 0.11$	3517	3493	3529	3526	3526	3510
$2^3S_1 (\psi(2S))$	$3686.109^{+0.012}_{-0.014}$	3676	3686	3670	3686	3686	3730
$2^1S_0 (\eta_c(2S))$	$3639.4 \pm 1.3$	3623	3608	3584	3618	3588	3670
$1^3D_3 (\psi_3(1D))$	не обнаружено	3849		3884		3815	3830
$1^3D_2 (\psi_2(1D))$	$3823.1 \pm 1.9^a$	3838		3871		3813	3820
$1^3D_1 (\psi(3770))$	$3773.15 \pm 0.33$	3819		3840		3798	3800
$1^1D_2 (\eta_{c2}(2D))$	не обнаружено	3837		3872		3811	3820
$2^3P_2 (\chi_{c2}(2P))$	$3927.2 \pm 2.6$	3979				3972	4020
$2^3P_1 (\chi_{c1}(2P))$	не обнаружено <sup>b</sup>	3953				3929	3990
$2^3P_0 (\chi_{c0}(2P))$	$3918.4 \pm 1.9^c$	3916				3854	3940
$2^1P_1 (h_c(2P))$	не обнаружено	3956				3945	3990
$3^3S_1 (\psi(4040))$	$4039 \pm 1$	4100				4088	4180
$3^1S_0 (\eta_c(3S))$	не обнаружено	4064				3991	4130

<sup>a</sup> Приведено значение массы состояния  $X(3823)$ .

<sup>b</sup> Состояние  $X(3872)$  обычно рассматривается как смесь молекулы  $D^0\bar{D}^{*0}$  и состояния  $\chi_{c1}(2P)$ .

<sup>c</sup> Приведено значение массы состояния  $X(3915)$ , но оно может не быть состоянием  $\chi_{c0}(2P)$ ; подробнее об этом сказано в главе 1.4.2.

где  $C_1$  - константа, которая берётся из экспериментальных данных, множитель  $G$  учитывает зависимость от фазового пространства и

$$f_{n_i l_i n_f l_f}^{LP_i P_f} \equiv \sum_K \frac{\int R_f(r) r^{P_f} R_{KL}^*(r) r^2 dr \int R_{KL}^*(r') r'^{P_i} R_i(r') r'^2 dr'}{M_i - E_{KL}}, \quad (1.8)$$

где  $R_i$ ,  $R_f$ , и  $R_{KL}$  - радиальные волновые функции начального, конечного и промежуточных состояний, соответственно. Для перехода  $\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi \pi$  [10, 22]

$$\Gamma(\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi \pi) = |C_1|^2 \left[ \sin^2 \theta G(\psi(2S)) |f_{2010}^{111}(\psi(2S))|^2 + \frac{4}{15} \left| \frac{C_2}{C_1} \right|^2 \cos^2 \theta H(\psi(3770)) |f_{1210}^{111}(\psi(3770))|^2 \right], \quad (1.9)$$

где  $\theta$  - угол смешивания  $D$ - и  $S$ -волновых состояний в составе  $\psi(3770)$ ,  $C_2$  - константа и множитель  $H$  учитывает зависимость от фазового пространства. Константа  $C_2$  может быть оценена как  $C_1 \lesssim C_2 \lesssim 3C_1$ , что для Корнелльского потенциала приводит к оценке

$$26 \text{ кэВ} \leq \Gamma(\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) \leq 139 \text{ кэВ}.$$

Экспериментальное значение этой ширины равно [23]

$$\Gamma(\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-) = 52.5 \pm 7.9 \text{ кэВ}.$$

С использованием описанной выше модели и экспериментальных значений парциальных ширин  $\Gamma(\psi(2S) \rightarrow J/\psi \pi \pi)$  и  $\Gamma(\psi(3770) \rightarrow J/\psi \pi \pi)$  можно предсказать ширины других переходов в чармонии и боттомонии. Например, в работе [24] для состояния  $\psi(3S)$  ( $\psi(4040)$ ) предсказываются следующие значения:  $\Gamma(\psi(4040) \rightarrow J/\psi \pi \pi) = 12.4 \text{ кэВ}$ ,  $\Gamma(\psi(4040) \rightarrow \psi(2S) \pi \pi) = 8.8 \text{ кэВ}$ . Таким образом, в чармонии ожидаемые ширины переходов с излучением двух  $\pi$ -мезонов составляют  $\Gamma \sim 50 \text{ кэВ}$  или меньше.

### 1.3 Обычные состояния чармония

Первое из известных состояний чармония,  $J/\psi$ , было обнаружено в 1974 году одновременно в двух экспериментах. В эксперименте Mark I<sup>1</sup> на ускорителе SPEAR наблюдалось рождение  $J/\psi$  в  $e^+e^-$ -аннигиляции [25]. В Брукхейвенской национальной лаборатории при соударениях пучка протонов энергией 30 ГэВ с бериллиевой мишенью был обнаружен процесс  $p \text{Be} \rightarrow J/\psi (\rightarrow e^+e^-) X$ , где  $X$  - любые частицы; в качестве детектора использовался двухплечевой спектрометр [26].

<sup>1</sup>Другое название - магнитный детектор SLAC-LBL.

За открытием  $J/\psi$  последовало обнаружение других состояний чармония с массами ниже порога  $D\bar{D}$  (где  $D$  обозначает  $D^0$  или  $D^+$ ) или непосредственно рождающихся в  $e^+e^-$ -аннигиляции. Первое из них,  $\psi(2S)$ , было обнаружено в  $e^+e^-$ -аннигиляции в эксперименте Mark I [27]. Состояния  $\chi_{cJ}$  были обнаружены в распадах  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$ . Частицы  $\chi_{c0}$  и  $\chi_{c1}$  были найдены в эксперименте Mark I в процессе  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{cJ}$ , где  $\chi_{cJ}$  распадались на  $2(\pi^+\pi^-)$ ,  $3(\pi^+\pi^-)$ ,  $\pi^+\pi^-K^+K^-$ ,  $\pi^+\pi^-$  или  $K^+K^-$  [28]. Затем состояние  $\chi_{c1}$  наблюдалось в том же эксперименте в процессе  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\chi_{c1}(\rightarrow \gamma J/\psi)$  [29], а после набора большего образца данных в аналогичном процессе было обнаружено и состояние  $\chi_{c2}$  [30]. Кроме этого, в эксперименте Mark I было обнаружено состояние  $\psi(3770)$  как пик в сечении  $e^+e^- \rightarrow$  адроны [31]. Таким же способом были позднее обнаружены в эксперименте DASP состояния  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4160)$ ,  $\psi(4415)$  [32]. Последнее из состояний чармония, которое было обнаружено в период до 1980 года -  $\eta_c$ ; оно было обнаружено в процессах  $J/\psi \rightarrow \gamma\eta_c$  и  $\psi(2S) \rightarrow \gamma\eta_c$  одновременно в экспериментах Mark II [33] и Crystal Ball [34].

Долгое время после этого число обнаруженных экспериментально состояний чармония не увеличивалось. Указание на существование состояния  $h_c$  было получено в эксперименте E760 в процессе  $p\bar{p} \rightarrow h_c \rightarrow J/\psi\pi^0$  в 1992 году [35]. Это наблюдение не было подтверждено в эксперименте E835 в 2005 году [36]; вместо этого, было найдено указание на существование  $h_c$  в процессе  $p\bar{p} \rightarrow h_c \rightarrow \eta_c\gamma$ . Состояние  $h_c$  было надёжно обнаружено коллаборацией CLEO в процессе  $\psi(2S) \rightarrow \pi^0 h_c(\rightarrow \eta_c\gamma)$  в 2005 году [37].

Другие новые результаты были получены, главным образом, на  $B$ -фабриках - в экспериментах Belle и BABAR, начавших работу в 1999 году, и, позднее, в эксперименте BESIII. Состояние  $\eta_c(2S)$  было обнаружено в эксперименте Belle в распадах  $B \rightarrow \eta_c(2S)(\rightarrow K_S^0 K^- \pi^+)K$  [38]. Состояние  $\chi_{c2}(2P)$  было открыто коллаборацией Belle в процессе  $\gamma\gamma \rightarrow \chi_{c2}(2P) \rightarrow D\bar{D}$  [39]. Ещё один кандидат в обычные состояния чармония,  $X(3823)$ , был найден в эксперименте Belle в распадах  $B \rightarrow X(3823)(\rightarrow \chi_{c1}\gamma)K$ ; это состояние, вероятно, является состоянием  $\psi_2(1D)$  [40].

Большинство из новых состояний не классифицированы как состояния “обычного” чармония; такие новые состояния называют чармониеподобными. Массы этих состояний находятся в области порогов  $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$  или выше их. Первое из чармониеподобных состояний,  $X(3872)$ , было обнаружено в распадах  $B^+ \rightarrow X(3872)(\rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-)K^+$  в эксперименте Belle в 2003 году [2]. Далее будет представлен обзор экспериментальных данных по чармониеподобным состояниям. В нём также будут описаны причины, по которым эти состояния противоречат ожи-

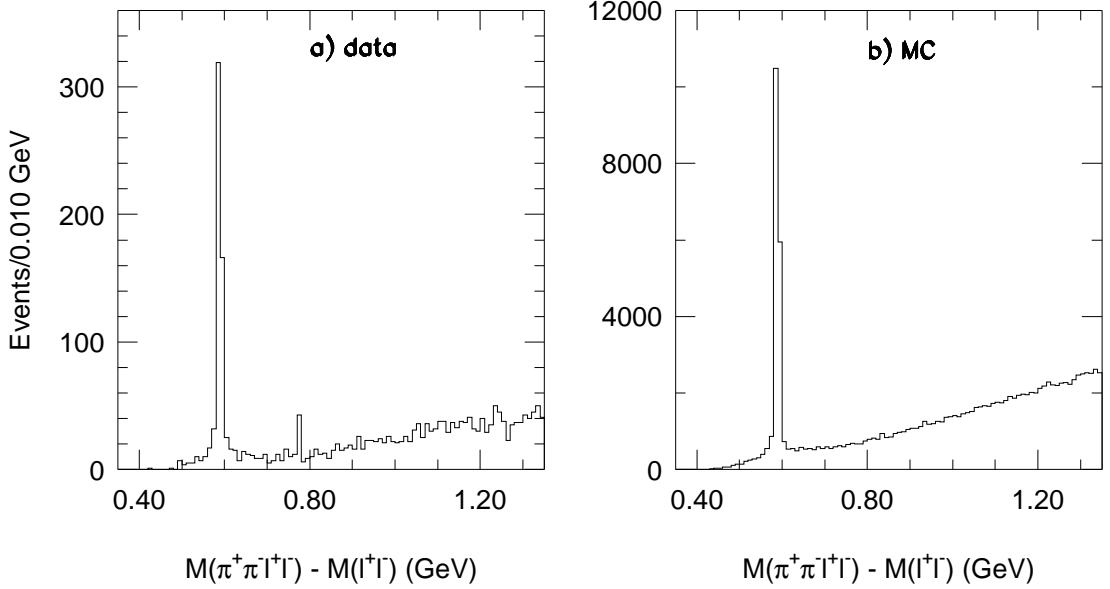


Рис. 1.2: Распределения разницы инвариантных масс комбинаций  $(\ell^+\ell^-\pi^+\pi^-)$  и  $(\ell^+\ell^-)$  в данных (а) и Монте-Карло (б) (из работы [2] коллаборации Belle).

данным для уровней в системе  $c\bar{c}$ . Нейтральные состояния объединены в группы по процессу, в котором они были обнаружены; отдельная группу составляют заряженные чармониеподобные состояния.

## 1.4 Состояния, обнаруженные в распадах $B$ -мезонов

### 1.4.1 $X(3872)$

Первым обнаруженным чармониеподобным состоянием была частица  $X(3872)$ ; она в настоящее время изучена наиболее хорошо. Состояние  $X(3872)$  было обнаружено в эксперименте Belle в распадах  $B^\pm \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-K^\pm$  [2]. Полученное в данной работе распределение разницы инвариантных масс комбинаций  $(\ell^+\ell^-\pi^+\pi^-)$  и  $(\ell^+\ell^-)$ , где  $\ell^+$  и  $\ell^-$  - лептоны из распада  $J/\psi$ , показано на рис. 1.2. В данных, кроме пика от состояния  $\psi(2S)$ , был обнаружен ещё один узкий пик от ранее неизвестного состояния со значимостью более  $10\sigma$ . Масса нового состояния составила  $M = 3872.0 \pm 0.6 \pm 0.5$  МэВ/ $c^2$ , а на ширину был получен верхний предел:  $\Gamma < 2.3$  МэВ на 90% уровне достоверности (далее “у. д.”).

Существование состояния  $X(3872)$  было подтверждено в экспериментах на Те-



ватроне: CDF [41] и D0 [42]. В обоих случаях наблюдалось рождение состояния  $X(3872)$  в столкновениях протонов и антипротонов. В работе коллаборации D0 [42] был изучен процесс рождения состояния  $X(3872)$ ; было обнаружено, что, как и для  $\psi(2S)$ , наблюдается как непосредственное рождение ( $p\bar{p} \rightarrow X(3872)X$ , где  $X$  - любые частицы), так и рождение в распадах  $B$ -мезонов. Позднее рождение состояния  $X(3872)$  в адронных столкновениях также наблюдалось в эксперименте LHCb [43] (процесс  $pp \rightarrow X(3872)X$ ). Кроме этого, рождение  $X(3872)$  в распадах  $B$ -мезонов было подтверждено коллаборацией BABAR [44], а в эксперименте BESIII наблюдался процесс  $e^+e^- \rightarrow X(3872)\gamma$  [45].

Обнаружение распада  $X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma$  [46] позволило установить то, что  $C$ -чётность  $X(3872)$  положительна. Для измерения спина и  $P$ -чётности был необходим угловой анализ (в большинстве случаев использовался распад  $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ ). Первый такой анализ был выполнен коллаборацией Belle [47]; оказалось, что предпочитается гипотеза  $J^{PC} = 1^{++}$ , но гипотеза  $J^{PC} = 2^{++}$  не исключена. В последующей работе коллаборации CDF [48] были рассмотрены все возможные квантовые числа со спином  $J \leq 2$  и квантовые числа со спином 3 и отрицательной  $C$ -чётностью; данные согласовывались с гипотезами  $J^{PC} = 1^{++}$  и  $2^{-+}$ , а все остальные квантовые числа были исключены. В новой работе коллаборации Belle [49] также было получено, что гипотезы  $J^{PC} = 1^{++}$  и  $2^{-+}$  различить невозможно. В анализе коллаборации BABAR [50] использовался распад  $X(3872) \rightarrow J/\psi\omega$ , который для квантовых чисел  $J^{PC} = 1^{++}$  проходит в  $S$ -волне, а для квантовых чисел  $J^{PC} = 2^{-+}$  - в  $P$ -волне. Оказалось, что распределение инвариантной массы трёх  $\pi$ -мезонов согласуется с распадом в  $P$ -волне, и таким образом, предпочтительные квантовые числа -  $J^{PC} = 2^{-+}$ .

Ни один из рассмотренных анализов не использовал всю доступную информацию об угловых распределениях. В работе коллаборации CDF использовались трёхмерные угловые распределения, в работах Belle использовались одномерные распределения, а в работе BABAR - только одно одномерное распределение инвариантной массы. Полный пятимерный угловой анализ распадов  $B^+ \rightarrow K^+X(3872)(\rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-))$  был выполнен коллаборацией LHCb [51]. В результате было установлено, что квантовые числа  $X(3872)$  -  $J^{PC} = 1^{++}$ , а гипотеза  $2^{-+}$  была исключена на уровне  $8.2\sigma$ .

В работе коллаборации Belle [52] был обнаружен распад  $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0$ . Этот распад может проходить через  $\bar{D}^{*0}$  ( $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}(\rightarrow \bar{D}^0\pi^0)$ ); существование распада  $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}$  было подтверждено коллаборацией BABAR [53]. Распад  $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}$  был позднее исследован в эксперименте Belle с использованием большего образца данных [54]. Распад в данное конечное состояние яв-

ляется наиболее вероятным: нижние пределы на вероятности распадов на уровне достоверности 90% составляют  $\mathcal{B}(X(3872) \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0) > 0.32$  и  $\mathcal{B}(X(3872) \rightarrow D^0 \bar{D}^{*0}) > 0.24$  [23].

Также были обнаружены распада состояния  $X(3872)$  на  $J/\psi$  или  $\psi(2S)$  и фотон. Указание на существование распада  $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$  было получено<sup>2</sup> в эксперименте BABAR [55]. В следующей работе коллаборации BABAR [56] был также обнаружен и распад  $X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma$ . Отношение вероятностей распада по этим двум каналам составило  $\mathcal{B}(X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma) / \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma) = 3.4 \pm 1.4$ . В работе коллаборации Belle [57] распад  $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$  был обнаружен, а распад  $X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma$  - нет. Был установлен верхний предел на отношение вероятностей распада  $\mathcal{B}(X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma) / \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma) < 2.1$  (90% у. д.). Противоречие между двумя экспериментами было разрешено в работе коллаборации LHCb [58]: распад  $X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma$  был обнаружен, и отношение вероятностей распада составило  $\mathcal{B}(X(3872) \rightarrow \psi(2S) \gamma) / \mathcal{B}(X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma) = 2.46 \pm 0.64 \pm 0.29$ . Заметим, что теоретические предсказания этого отношения вероятностей распада для “обычного” состояния чармония  $\chi_{c1}(2P)$  находятся в пределах от 1.3 до 15 [21, 59–62], и измеренное значение им не противоречит.

Однако, есть другие причины, по которым состояние  $X(3872)$  должно быть экзотическим. Отношение вероятностей распадов  $X(3872) \rightarrow J/\psi \omega$  и  $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ , который проходит через состояние  $\rho$ , составляет  $0.8 \pm 0.3$  [23]. При этом распад  $X(3872) \rightarrow J/\psi \rho$  нарушает изоспин, а распад  $X(3872) \rightarrow J/\psi \omega$  - нет. Такое сильное нарушение изоспина хорошо объясняется в молекулярной модели, в которой  $X(3872)$  описывается как слабо связанное состояние с составом  $D^0 \bar{D}^{*0}$ . Нарушение изоспина вызвано тем, что состояние  $X(3872)$  находится на пороге  $D^0 \bar{D}^{*0}$  (разность масс равна  $m_{X(3872)} - m_{D^0} - m_{D^{*0}} = -0.11 \pm 0.21$  МэВ/ $c^2$  [23]), в то время как разность масс между порогами  $D^+ \bar{D}^{*-}$  и  $D^0 \bar{D}^{*0}$  равна  $8.07 \pm 0.17$  МэВ/ $c^2$  [23]. С другой стороны, сечение прямого рождения  $X(3872)$  в адронных столкновениях при высоких энергиях несовместимо с молекулярной гипотезой [63] и требует наличия в составе  $X(3872)$  обычного чармония. Поэтому состояние  $X(3872)$  лучше всего описывается как смесь  $S$ -волновой молекулы с составом  $D^0 \bar{D}^{*0}$  и обычного чармония с теми же квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{++}$  - состояния  $\chi_{c1}(2P)$  [64–70].

## 1.4.2 $X(3915)$

Состояние  $X(3915)$ , распадающееся на  $J/\psi \omega$ , было обнаружено в эксперименте Belle в распадах  $B \rightarrow J/\psi \omega K$  [71]. Результаты одномерной подгонки инвари-

<sup>2</sup>Упомянутая выше работа коллаборации Belle [46] была доложена на конференции, но не опубликована.

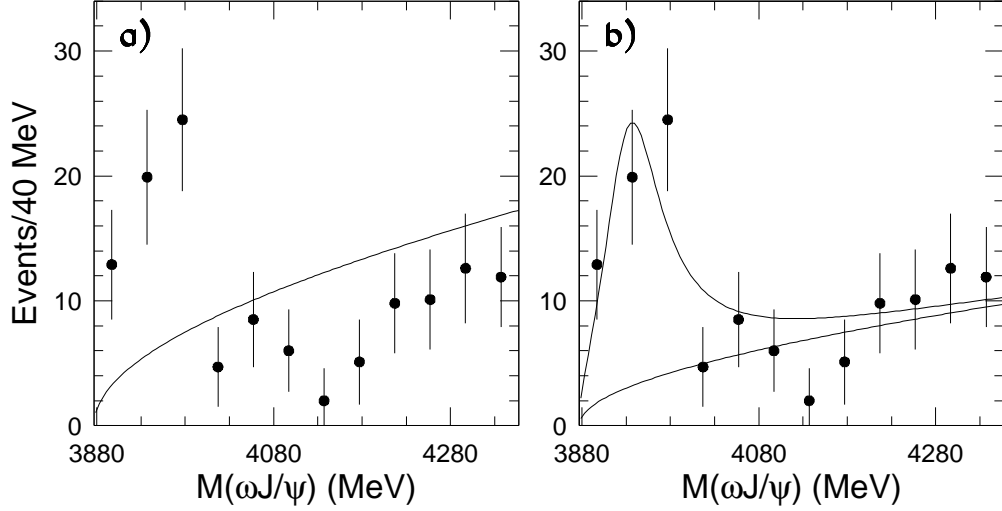


Рис. 1.3: Результаты подгонки распределения инвариантной массы комбинации ( $J/\psi\omega$ ): подгонка только нерезонансным вкладом (а) и суммой нерезонансного вклада и сигнала  $X(3915)$  (b) (из работы [71] коллаборации Belle).

антной массы  $J/\psi$  и  $\omega$  показаны на рис. 1.3. Новое состояние было вначале названо  $Y(3940)$ , но это название было изменено после более точного измерения массы в последующих работах. Значения массы и ширины, полученные в первой работе, составили  $M = 3943 \pm 11 \pm 13$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 87 \pm 22 \pm 26$  МэВ. Состояние  $X(3915)$  было также обнаружено коллаборацией Belle в процессе  $\gamma\gamma \rightarrow X(3915) \rightarrow J/\psi\omega$  [72]; его параметры были измерены с большей точностью и составили  $M = 3915 \pm 3 \pm 2$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 17 \pm 10 \pm 3$  МэВ.

Коллаборация BABAR подтвердила обнаружение  $X(3915)$  как в распадах  $B$ -мезонов [50], так и в процессе  $\gamma\gamma \rightarrow X(3915)$  [73]. Существование процесса  $\gamma\gamma \rightarrow X(3915)$  позволяет заключить, что  $C$ -чётность состояния  $X(3915)$  положительна и его спин не равен 1. В работе [73] был проведён угловой анализ распадов  $X(3915) \rightarrow J/\psi\omega$ . Оказалось, что предпочитаемая гипотеза о квантовых числах -  $J^{PC} = 0^{++}$ . Однако, при этом считалось, что  $X(3915)$  рождается со спиральностью  $\pm 2$  в случае, если его спин равен 2. Учитывая неизвестную природу  $X(3915)$ , данное предположение могло быть необоснованным и исказить результаты анализа [1].

Исходя из измерения квантовых чисел, считается, что  $X(3915)$  является состоянием  $\chi_{c0}(2P)$  [23]. Однако, существуют значительные противоречия свойств состояния  $X(3915)$  и ожидаемых свойств состояния  $\chi_{c0}(2P)$  [74, 75]. Во-первых, с использованием экспериментальных данных можно оценить парциальную шири-

ну  $\Gamma(X(3915) \rightarrow J/\psi\omega) \gtrsim 1$  МэВ. Для обычных состояний чармония, лежащих выше порога  $D\bar{D}$ , такой распад является OZI-подавленным; например, для состояния  $\psi(3770)$  ширина распада в конечные состояния, содержащие  $J/\psi$ , на порядок меньше:  $\Gamma(\psi(3770) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-) \approx 50$  кэВ. Во-вторых, основным каналом распада состояния  $X(3915)$  должен быть  $X(3915) \rightarrow D\bar{D}$ , однако этот канал не наблюдается экспериментально. Распад  $X(3915) \rightarrow D\bar{D}$  может идти в  $S$ -волне, и для него можно было бы ожидать ширины  $\Gamma(X(3915) \rightarrow D\bar{D}) \gtrsim 100$  МэВ. В-третьих, разность масс состояний  $\chi_{c2}(2P)$  и  $X(3915)$  составляет  $8.8 \pm 3.2$  МэВ/ $c^2$  [23], что приводит к отношению разностей масс

$$\frac{M_{\chi_{c2}(2P)} - M_{\chi_{c0}(2P)}}{M_{\chi_{c2}(1P)} - M_{\chi_{c0}(1P)}} = 0.06 \pm 0.02, \quad (1.10)$$

что намного меньше предсказаний потенциальных моделей, которые находятся в пределах от 0.6 до 0.9.

Если состояние  $X(3915)$  обладает квантовыми числами  $J^P = 0^+$ , но в то же время не является обычным состоянием чармония с такими квантовыми числами -  $\chi_{c0}(2P)$ , то оно должно быть экзотическим состоянием. Примером возможного объяснения его природы является молекулярное состояние состава  $D_s\bar{D}_s$  [76]; эта гипотеза может быть проверена экспериментально при помощи поиска распада  $X(3915) \rightarrow D_s^+\bar{D}_s^-$ .

### 1.4.3 $X(4140)$

В работе [77] коллаборацией CDF в распадах  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  было обнаружено указание на существование нового чармониеподобного состояния  $X(4140)$ , распадающегося на  $J/\psi\phi$ , с массой  $M = 4143.0 \pm 2.9 \pm 1.2$  МэВ/ $c^2$  и шириной  $\gamma = 11.7^{+8.3}_{-5.0} \pm 3.7$  МэВ. Значимость нового состояния составила  $3.8\sigma$ . В этой работе использовалось  $75 \pm 10$  сигнальных событий  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ . С использованием большего образца данных ( $115 \pm 12$  распадов  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ ) значимость состояния  $X(4140)$  превысила  $5\sigma$  [78]. Кроме этого, было получено указание на существование ещё одного состояния  $X(4270)$  с массой  $M = 4274.4^{+8.4}_{-6.7} \pm 1.9$  МэВ/ $c^2$  и шириной  $\Gamma = 32.3^{+21.9}_{-15.3} \pm 7.6$  МэВ. Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации  $(J/\psi\phi)$  показан на рис. 1.4.

Состояние  $X(4140)$  не было найдено в эксперименте Belle в процессе  $\gamma\gamma \rightarrow X(4140) \rightarrow J/\psi\phi$  [79]; другие коллаборации искали его в распаде  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  и получали при этом противоречивые результаты. Так, состояние  $X(4140)$  не было найдено в эксперименте LHCb [80]; при этом выход сигнальных событий  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  был равен  $382 \pm 22$ , то есть использовался более чем втрое больший образец данных по сравнению с экспериментом CDF. В эксперименте D0 с исполь-

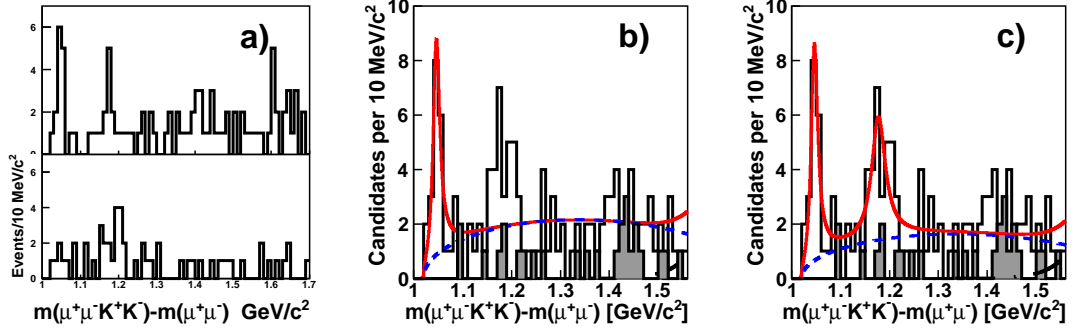


Рис. 1.4: Распределение разности масс комбинаций  $(\mu^+\mu^-K^+K^-)$  и  $(\mu^-\mu^-)$ : сверху - из работы [77] коллаборации CDF, снизу - новые данные, добавленные в работе [78] (a); результаты подгонки распределения инвариантной массы комбинации  $(J/\psi\phi)$  только с сигналом состояния  $X(4140)$  (b) и с сигналами двух состояний  $X(4140)$  и  $X(4270)$  (c) (результаты подгонки из работы [78] коллаборации CDF).

зованием  $215 \pm 37$  сигнальных событий было обнаружено указание на существование состояния  $X(4140)$  [81]; других значимых сигналов в этой работе обнаружено не было. Существование состояния  $X(4140)$  было подтверждено коллаборацией CMS с использованием большего на порядок образца данных ( $2480 \pm 160$  распадов  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ ) [82]; его значимость превысила  $5\sigma$ . Кроме этого, в данной работе, возможно, наблюдалось и второе состояние с массой  $M = 4313.8 \pm 5.3 \pm 7.3$  МэВ/ $c^2$ , но его значимость не могла быть надёжно определена в одномерном анализе из-за возможных отражений. Также распад  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  был проанализирован коллаборацией BABAR с использованием меньшего образца данных ( $189 \pm 14$  сигнальных событий); значимых сигналов обнаружено не было [83].

Таким образом, существование состояния  $X(4140)$  можно считать установленным, а вопрос о существовании второго состояния с большей массой, распадающегося на  $J/\psi\phi$ , остаётся открытым.

Состояние  $X(4140)$  обнаружено в распаде  $X(4140) \rightarrow J/\psi\phi$ , который для обычных состояний чармония является OZI-подавленным. Наличие в конечном состоянии  $\phi$ -мезона может говорить о присутствии в начальном состоянии  $s$ -кварков. Возможным теоретическим объяснением состояния  $X(4140)$  является молекула состава  $D_s^*\bar{D}_s^*$  [84–88].

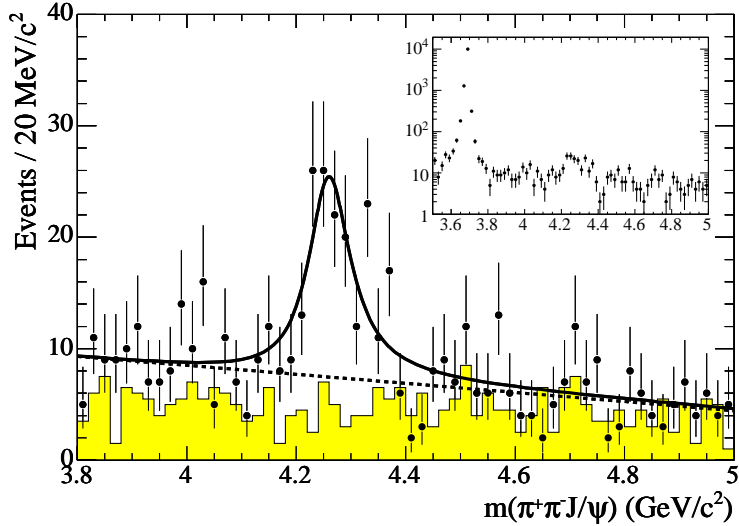


Рис. 1.5: Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации ( $J/\psi\pi^+\pi^-$ ) (из работы [89] коллаборации BABAR).

## 1.5 Состояния, рождающиеся в $e^+e^-$ -столкновениях

### 1.5.1 $Y(4260)$

Состояние  $Y(4260)$  было обнаружено коллаборацией BABAR в процессе  $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}Y(4260)(\rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-)$  [89]. Масса и ширина нового состояния составили  $M = 4259 \pm 8_{-6}^{+2}$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 88 \pm 23_{-4}^{+6}$  МэВ, а значимость -  $8\sigma$ . Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации ( $J/\psi\pi^+\pi^-$ ) показан на рис. 1.5. Поскольку состояние  $Y(4260)$  рождается в  $e^+e^-$ -столкновениях (в данном случае - с излучением фотона в начальном состоянии), то его квантовые числа равны  $J^{PC} = 1^{--}$ . То же справедливо и для состояний  $Y(4360)$  и  $Y(4660)$ , рассмотренных ниже.

Существование состояния  $Y(4260)$  было подтверждено в экспериментах CLEO [90] и Belle [91]. Позднее параметры  $Y(4260)$  были вновь измерены коллаборациями BABAR [92] и Belle [93] с использованием больших образцов данных.

### 1.5.2 $Y(4360)$ и $Y(4660)$

Указание на существование состояния  $Y(4360)$  было получено коллаборацией BABAR в аналогичном процессе  $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}Y(4360)(\rightarrow \psi(2S)\pi^+\pi^-)$  [94]. Масса и ширина состояния  $Y(4360)$  составили  $M = 4324 \pm 24$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 172 \pm 33$

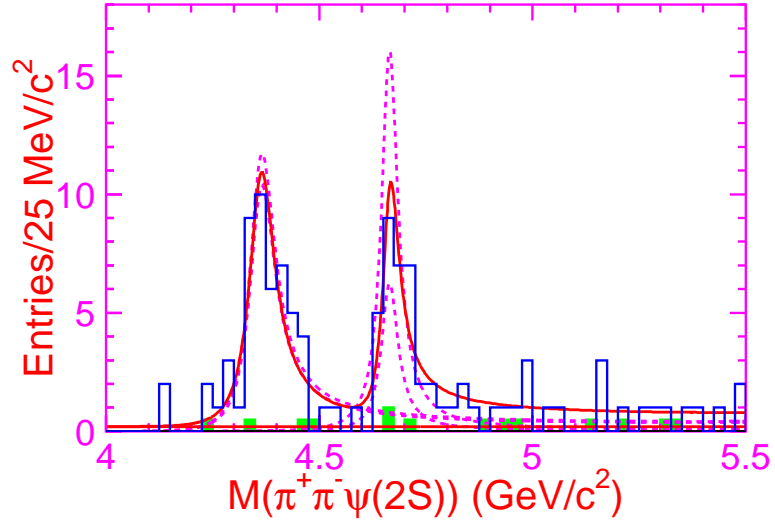


Рис. 1.6: Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации  $(\psi(2S)\pi^+\pi^-)$  (из работы [95] коллаборации Belle).

(ошибки - только статистические). Точность этих измерений была недостаточной для того, чтобы утверждать, что обнаружено новое чармониеподобное состояние, так как масса и ширина согласовывались с параметрами состояния  $Y(4260)$ .

Уточнённые измерения массы и ширины были сделаны в эксперименте Belle в том же процессе [95]. Новые значения параметров:  $M = 4361 \pm 9 \pm 9 \text{ МэВ}/c^2$  и  $M = 74 \pm 15 \pm 10 \text{ МэВ}/c^2$  позволили утверждать, что действительно обнаружено новое чармониеподобное состояние, а его значимость достигла  $8\sigma$ . Кроме этого, было обнаружено ещё одно состояние с массой  $M = 4664 \pm 11 \pm 5 \text{ МэВ}/c^2$ , шириной  $\Gamma = 46 \pm 15 \pm 3 \text{ МэВ}$  и значимостью  $5.8\sigma$ . Результат подгонки распределения инвариантной массы комбинации  $(\psi(2S)\pi^+\pi^-)$  показан на рис. 1.6. В работе [96] коллаборацией Belle были представлены обновлённые результаты изучения процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}\psi(2S)\pi^+\pi^-$ .

Состояние  $X(4630)$ <sup>3</sup> было обнаружено коллаборацией Belle в процессе  $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}X(4630)(\rightarrow \Lambda_c^+\bar{\Lambda}_c^-)$  [97]. Масса и ширина этого состояния составили  $M = 4634_{-7}^{+6}{}_{-8}^{+5} \text{ МэВ}/c^2$  и  $\Gamma = 92_{-24}^{+40}{}_{-21}^{+10} \text{ МэВ}$ , а значимость -  $8.2\sigma$ . Параметры состояния  $X(4630)$  согласуются с массой и шириной состояния  $Y(4660)$ , поэтому они могут быть одним и тем же состоянием.

<sup>3</sup> Информация об этом состоянии отсутствует в обзорах Review of Particle Physics [23]: считается, что это то же состояние, что и  $Y(4660)$ , но для состояния  $Y(4660)$  не приведена информация о наблюдении канала распада  $\Lambda_c^+\bar{\Lambda}_c^-$ .

### 1.5.3 Общая характеристика новых векторных состояний

Хотя наличие переходов в  $J/\psi\pi^+\pi^-$  или  $\psi(2S)\pi^+\pi^-$  ожидается для возбуждённых векторных состояний чармония  $\psi$ , в целом свойства новых состояний  $Y(4260)$ ,  $Y(4360)$  и  $Y(4660)$  противоречат ожиданиям для состояний  $\psi$ . Только для одного из этих состояний,  $Y(4660)$ , можно найти уровень с близкой ожидаемой массой ( $\psi_1(3D)$ ); для остальных состояний таких уровней нет [98]. Новые векторные состояния не видны в полном адронном сечении, что ожидалось бы для состояний  $\psi$ .

На парциальную ширину распада  $Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$  можно поставить нижний предел:  $\Gamma(Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-) > 508$  кэВ [99]. Это значение на порядок больше ожидаемого для обычных состояний чармония. Кроме этого, для обычных состояний чармония доминирующими должны быть распады в состояния с открытым очарованием; для состояний  $Y(4260)$ ,  $Y(4360)$  и  $Y(4660)$  это не выполняется.

Одной из возможных моделей таких состояний является модель адрочармония [11, 100]. Эта модель описывает чармониеподобные состояния как связанные состояния обычного чармония и состояния из лёгких кварков. Данная модель хорошо объясняет тот факт, что многие чармониеподобные состояния часто наблюдаются только в одном канале распада (например, состояние  $Y(4360)$  распадается на  $\psi(2S)\pi^+\pi^-$ , но не  $J/\psi\pi^+\pi^-$ ) - основной канал распада состояний адрочармония должен содержать то состояние чармония, которое содержалось в нём изначально.

Существует и много других моделей новых векторных состояний. Например, для состояния  $Y(4260)$  они включают гибридное состояние [101–103], тетракварк (под тетракварком здесь и далее будет подразумеваться тетракварк со структурой типа дикварк-антидикварк; дикварки являются цветными объектами, поэтому такие тетракварки - компактные состояния) [104], молекулы различного состава:  $\chi_{c\rho_0}$  [105],  $\chi_{c1\omega}$  [106],  $J/\psi f_0(980)$  [107],  $D\bar{D}_1(2420)$  [108, 109]. Природа этих состояний остаётся неясной.

## 1.6 Состояния, рождающиеся в двухфотонных процессах: $X(4350)$

Указание на существование состояния  $X(4350)$  было получено коллаборацией Belle в процессе  $\gamma\gamma \rightarrow J/\psi\phi$  [79]. Результат подгонки распределения инвариантной массы  $J/\psi$  и  $\phi$  показан на рис. 1.7. Было найдено новое состояние с массой  $M = 4350.6_{-5.1}^{+4.6} \pm 0.7$  МэВ/ $c^2$  и шириной  $\Gamma = 13_{-9}^{+18} \pm 4$  МэВ. Значимость состояния



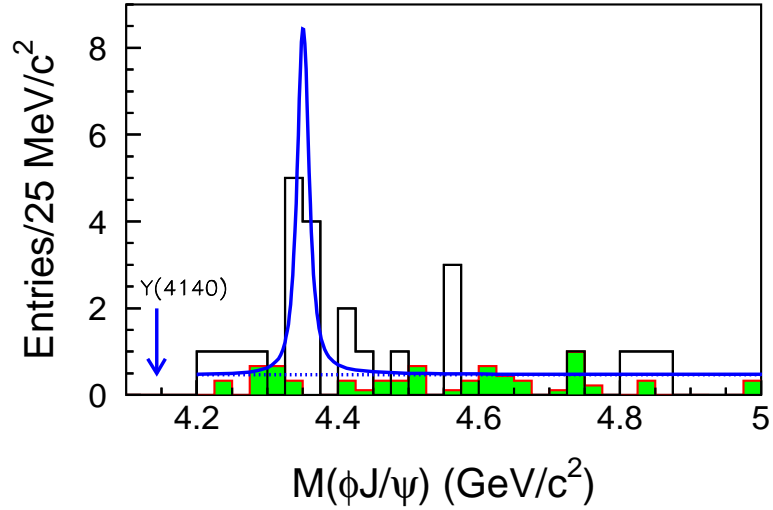


Рис. 1.7: Результат подгонки распределения инвариантной массы  $J/\psi$  и  $\phi$  (из работы [79] коллаборации Belle).

$X(4350)$  была равна только  $3.2\sigma$ ; его существование не было подтверждено ни в одном другом эксперименте. Для подтверждения или опровержения существования  $X(4350)$  необходимо исследование того же процесса  $\gamma\gamma \rightarrow J/\psi\phi$  с большей статистикой, что будет возможно в эксперименте Belle II.

## 1.7 Состояния, наблюдаемые в парном рождении чармония: $X(3940)$ и $X(4160)$

Состояние  $X(3940)$  было обнаружено в массе отдачи к  $J/\psi$  в эксперименте Belle [110]. Результат подгонки показан на рис. 1.8. Масса состояния  $X(3940)$  составила  $3943 \pm 6 \pm 6$  МэВ/ $c^2$ , а на ширину был установлен верхний предел:  $\Gamma < 52$  МэВ (90% у. д.). Значимость состояния  $X(3940)$  была равна  $5.0\sigma$ .

В новой работе коллаборации Belle [111], выполненной с использованием большего образца данных, состояние  $X(3940)$  было восстановлено в канале распада  $X(3940) \rightarrow D\bar{D}^*$ . При этом восстанавливались  $J/\psi$  и один из  $D^{(*)}$ -мезонов, а другой  $D^{(*)}$ -мезон идентифицировался по массе отдачи к восстановленным частицам. Более значимый сигнал ( $6.0\sigma$ ) наблюдался в том случае, когда восстанавливался  $D$ -мезон, а  $\bar{D}^*$ -мезон не восстанавливался. Результаты подгонки распределения инвариантной массы пар  $D\bar{D}^*$  показаны на рис. 1.9(b) и 1.9(c).

В той же работе [111] было обнаружено ещё одно чармониеподобное состояние  $X(4160)$ , распадающееся на  $D^*\bar{D}^*$ . Его масса и ширина составили  $M = 4156^{+25}_{-20} \pm$

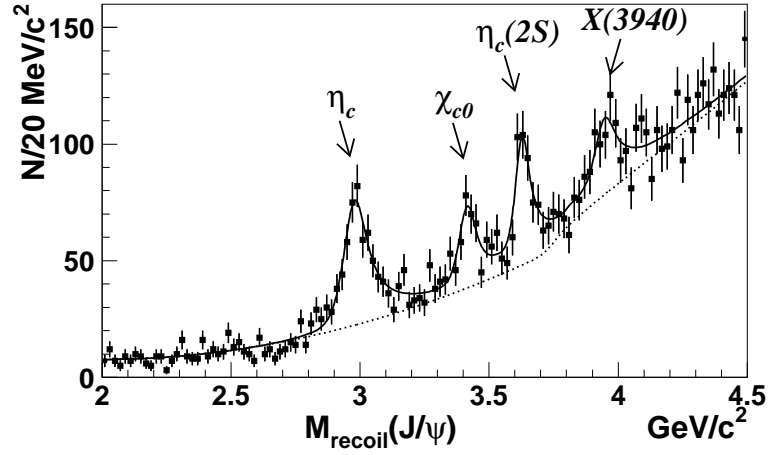


Рис. 1.8: Результат подгонки распределения массы отдачи к  $J/\psi$  (из работы [110] коллаборации Belle).

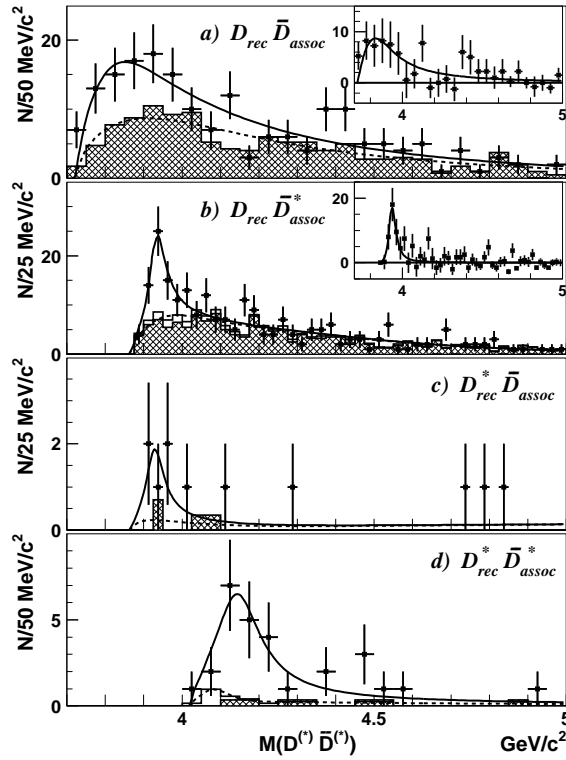


Рис. 1.9: Результаты подгонки распределений инвариантной массы комбинаций  $(D^{(*)}\bar{D}^{(*)})$  в процессах  $e^+e^- \rightarrow J/\psi(D^{(*)}\bar{D}^{(*)})$  для четырёх случаев: восстанавливается  $D$ , не восстанавливается  $\bar{D}$  (а); восстанавливается  $D$ , не восстанавливается  $\bar{D}^*$  (b); восстанавливается  $D^*$ , не восстанавливается  $\bar{D}$  (с); восстанавливается  $D^*$ , не восстанавливается  $\bar{D}^*$  (d) (из работы [111] коллаборации Belle).

15 МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 139_{-61}^{+111} \pm 21$  МэВ соответственно, а значимость -  $5.5\sigma$ . Результаты подгонки распределения инвариантной массы  $D$  и  $\bar{D}^*$  показаны на рис. 1.9(d).

В отличие от состояний, рассмотренных ранее, распады состояний  $X(3940)$  и  $X(4160)$  соответствуют ожиданиям для обычного чармония: эти состояния распадаются в пары  $D$ -мезонов, а распады с образованием других состояний чармония не наблюдаются. Так как экспериментально наблюдается только парное рождение  $J/\psi$  и состояний со спином 0 (для состояний ниже порога  $D\bar{D}$ ) [110], то можно ожидать, что спин состояний  $X(3940)$  и  $X(4160)$  тоже равен 0. Маловероятно, что состояния  $X(3940)$  и  $X(4160)$  являются радиально возбуждёнными состояниями  $\chi_{c0}(nP)$ , так как не наблюдается их распад на  $D\bar{D}$  [111]. Поэтому возможно, что эти состояния являются состояниями  $\eta_c(3S)$  и  $\eta_c(4S)$  [1, 112]. Однако, в этом случае их масса получается ниже ожидаемой: масса состояния  $\eta_c(4S)$ , предсказываемая потенциальными моделями, примерно на 300 МэВ больше массы состояния  $X(4160)$  [1]. Ещё одной возможностью является то, что состояние  $X(4160)$  является состоянием  $\eta_{c2}(2D)$  [113]. В этом случае масса и ширина состояния  $X(4160)$  согласуются с ожидаемыми; распад на  $D\bar{D}$  также запрещён. Но, в отличие от состояний с массами ниже порога  $D\bar{D}$ , наблюдаемых в парном рождении с  $J/\psi$ , спин состояния  $\eta_{c2}(2D)$  равен 2. Измерение квантовых чисел состояний  $X(3940)$  и  $X(4160)$  с использованием большей статистики в эксперименте Belle II может помочь определить, являются ли они какими-либо из “обычных” состояний чармония [1].

## 1.8 Заряженные чармониеподобные состояния

Заряженные чармониеподобные состояния не могут соответствовать уровням в системе  $c\bar{c}$ . Все такие состояния сильно распадаются с образованием одного из обычных состояний чармония или пары  $D$ -мезонов, и, таким образом, содержат пару кварков  $c\bar{c}$ . Так как эти состояния обладают ненулевым электрическим зарядом, то в их составе должны содержаться также дополнительные лёгкие кварки, то есть минимальный кварковый состав заряженных чармониеподобных состояний -  $c\bar{c}u\bar{d}$ . Обзор заряженных состояний представлен ниже. Поскольку диссертация посвящена изучению именно заряженных состояний, их теоретические модели будут обсуждаться более подробно.

### 1.8.1 $Z_c(4430)^+$

Первым обнаруженным заряженным чармониеподобным состоянием стала частица  $Z_c(4430)^+$  [4]. Состояние  $Z_c(4430)^+$  было обнаружено в 2007 году в эксперименте

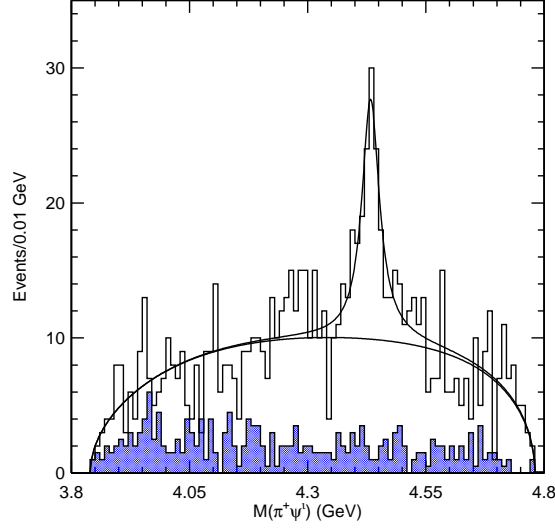


Рис. 1.10: Инвариантная масса системы  $\psi(2S)\pi^+$  (из работы [4] коллаборации Belle).

Belle в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$ , где  $\bar{B}$  -  $\bar{B}^0$  или  $B^+$ , а  $K$  -  $K^-$  или  $K_S^0$  соответственно. В данной работе был проведён одномерный анализ - исследовалось распределение инвариантной массы комбинации  $(\psi(2S)\pi^+)$  вне областей резонансов  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ , то есть со следующими ограничениями на инвариантную массу комбинации  $(K\pi^+)$ :  $|M_{K\pi^+} - m_{K^*(892)}| > 0.1 \text{ ГэВ}/c^2$  и  $|M_{K\pi^+} - m_{K_2^*(1430)}| > 0.1 \text{ ГэВ}/c^2$ , где  $m_{K^*(892)}$  и  $m_{K_2^*(1430)}$  - массы резонансов  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$  соответственно. Распределение инвариантной массы  $\psi(2S)\pi^+$  показано на рис. 1.10; в нём был обнаружен узкий пик с параметрами  $M = 4433 \pm 4 \pm 2 \text{ МэВ}/c^2$ ,  $\Gamma = 45_{-13}^{+18+30} \text{ МэВ}$  и значимостью  $6.5\sigma$ . Произведение вероятностей распадов составило  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+) = (4.1 \pm 1.0 \pm 1.4) \times 10^{-5}$ .

После этого коллаборация BABAR выполнила поиск  $Z_c(4430)^+$  в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  и  $\bar{B} \rightarrow J/\psi\pi^+K$  [5]. Использованный метод анализа отличался от метода коллаборации Belle. Данные были разделены на интервалы по инвариантной массе  $M_{K\pi^+}$ , и для каждого из них определялись моменты Лежандра, зависящие от хелисити-угла<sup>4</sup>  $K^*$ . После этого в каждом из интервалов по моментам Лежандра восстанавливалось ожидаемое распределение инвариантной массы  $M_{\psi(2S)\pi^+}$ , и производилась одномерная подгонка суммарного распределения  $M_{\psi(2S)\pi^+}$  в данных суммой ожидаемого распределения и сигнала  $Z_c(4430)^+$ . Результаты этой подгонки для различных областей по  $M_{K\pi^+}$  показаны на рис. 1.11. Значимого сигнала  $Z_c(4430)^+$  обнаружено не было, и был установлен верхний предел на произведение

<sup>4</sup>англ. helicity angle

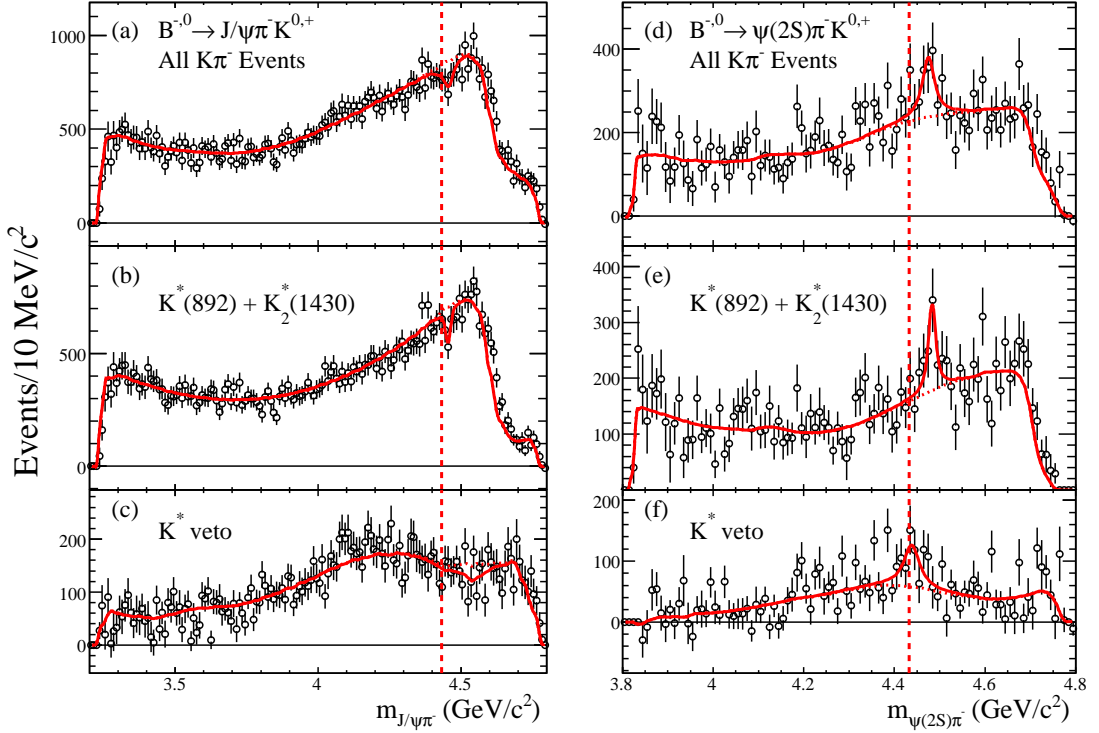


Рис. 1.11: Результаты подгонки распределений инвариантной массы  $\psi(2S)\pi$  или  $J/\psi\pi$  (из работы [5] коллаборации BABAR).

вероятностей распадов  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+) < 3.1 \times 10^{-5}$  (95% у. д.), что меньше среднего значения приведённого выше результата коллаборации Belle, но при этом не вступает с ним в резкое противоречие.

Как метод первого анализа коллаборации Belle, так и метод BABAR никак не учитывали интерференцию амплитуд распадов через резонансы  $Z_c(4430)^+$  и  $K^*$ . Поэтому для более надёжного подтверждения существования состояния  $Z_c(4430)^+$  коллаборацией Belle был выполнен Далиц-анализ распадов  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+ K$  с использованием тех же данных [6]. Существование состояния  $Z_c(4430)^+$  было подтверждено; его значимость составила  $6.4\sigma$ . Параметры  $Z_c(4430)^+$  изменились: новые значения массы и ширины составили  $M = 4443_{-12}^{+15+19}$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 107_{-43}^{+86+74}$  МэВ. Проекция результатов подгонки на  $M_{\psi(2S)\pi^+}$  с сигналом  $Z_c(4430)^+$  и без него показаны на рис. 1.12. Значение произведения вероятностей распадов составило  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+) = (3.2_{-0.9}^{+1.8+5.3}) \times 10^{-5}$ .

Однако, даже в этом анализе часть информации терялась в результате интегрирования по угловым переменным. Так, кинематика распада  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+\ell^-)\pi^+ K$  описывается четырьмя переменными, из которых в Далиц-анализе использовалось только две: инвариантные массы  $M_{K\pi^+}$  и  $M_{\psi(2S)\pi^+}$ . Это послужило

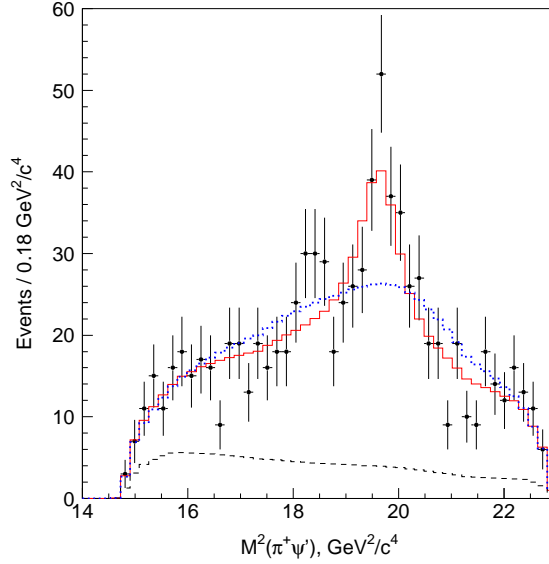


Рис. 1.12: Проекция результатов подгонки графика Далица распадов  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  на инвариантную массу системы  $\psi(2S)\pi^+$ . Сплошная линия - результат подгонки с  $Z_c(4430)^+$ , пунктирная линия - результат подгонки без  $Z_c(4430)^+$ , штриховая линия - фон (из работы [6] коллаборации Belle).

основанием для проведения нового анализа, который представлен в главе 3 данной диссертации. Отметим здесь, что в результате полного амплитудного анализа удалось найти спин и чётность состояния  $Z_c(4430)^+$ , составившие  $J^P = 1^+$ .

### Молекулярная модель

Массы состояния  $Z_c(4430)^+$  близка к порогу  $D^*\bar{D}_1(2420)$  ( $4431.7 \pm 0.6$  МэВ/ $c^2$  для  $D^{*+}\bar{D}_1(2420)^0$  или  $4430.2 \pm 2.4$  МэВ/ $c^2$  для  $\bar{D}^{*0}D_1(2420)^+$  [23]). Это послужило основанием для появления моделей, в которых состояние  $Z_c(4430)^+$  считалось пороговым  $S$ -волновым эффектом [114,115] или же молекулярным состоянием с составом  $D^*\bar{D}_1(2420)$  (или  $D^*\bar{D}_1(2430)$ ). Квантовые числа состояния  $Z_c(4430)^+$  должны соответствовать возможным квантовым числам комбинации  $(D^*\bar{D}_1(2420))$  в  $S$ -волне, то есть  $J^P = 0^-, 1^-$  или  $2^-$ . В работе [114] меньшие значения спина считались более вероятными ввиду малого энерговыделения в распаде  $\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-$ .

В работе [116] было проведено вычисление ширин распадов  $Z_c(4430)^+$  в конечные состояния  $D^*\bar{D}^*\pi$  (основной ожидаемый распад  $Z_c(4430)^+$  в молекулярной модели),  $J/\psi\pi^+$  и  $\psi(2S)\pi^+$  для квантовых чисел  $J^P = 0^-$  и  $1^-$ . Предпочтительной оказалась гипотеза  $J^P = 1^-$ , так как она приводила к наибольшему подавлению канала распада  $Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$ :  $\mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+)/\mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow$

$J/\psi\pi^+) \approx 5$ .

В работе [117] исследовалось существование связанных состояний в молекуле состава  $D^*\bar{D}_1(2420)$  в модели однопионного обмена. Оказалось, что в такой модели связанных состояний не существует. Кроме того, в этой работе было отмечено, что если квантовые числа  $Z_c(4430)^+$  равны  $J^P = 1^-$ , то его нейтральный партнер имеет квантовые числа  $J^P = 1^{--}$ , и его можно искать в процессе  $e^+e^- \rightarrow \gamma_{\text{ISR}}\psi(2S)\pi^0$ . В работе [118] был добавлен обмен мезоном  $f_0(500)$ ; при этом оказалось, что для молекулы состава  $D^*\bar{D}_1(2420)$  существует связанное состояние в случае квантовых чисел  $J^P = 0^-$  (для молекулы состава  $D^*\bar{D}_1(2430)$  - при любых квантовых числах). В работе [119] существование связанных состояний исследовалось с использованием эффективного взаимодействия на кварковом уровне; было получено, что связанные состояния существуют для квантовых чисел  $J^P = 0^-$  и  $2^-$ , и предпочтительной гипотезой считалась  $J^P = 0^-$  ввиду подавления рождения состояния  $Z_c(4430)^+$  с  $J = 2$  в распаде  $\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-$ .

В работе [120] было проведено вычисление массы  $Z_c(4430)^+$  в молекулярной модели при помощи правил сумм КХД, предполагая квантовые числа  $J^P = 0^-$ . Полученное значение массы составило  $M = 4.40 \pm 0.10$  ГэВ/ $c^2$ , что хорошо согласовывалось с экспериментальным значением. В работе [121] были проведены аналогичные вычисления с учётом ширины состояния  $Z_c(4430)^+$ ; результаты вычислений также находились в согласии с экспериментальным значением.

В ряде теоретических работ были изучены свойства состояния  $Z_c(4430)^+$  в молекулярной модели. В работе [122] были вычислены формы сигнала  $Z_c(4430)^+$  в каналах распада  $\psi(2S)\pi^+$  и  $D^*\bar{D}^*\pi$ ; оказалось, что пик в распаде на  $D^*\bar{D}^*\pi$  должен быть сдвинут в большие значения массы на 6 МэВ/ $c^2$ . В работе [123] были вычислены ширины распадов  $Z_c(4430)^+$  на  $\pi^+\gamma$  (в случае квантовых чисел  $J^P = 1^-$ ),  $J/\psi\pi^+$  и  $\psi(2S)\pi^+$ . В работе [124] были вычислены вероятности распадов  $Z_c(4430)^+$  по каналам  $D^+\bar{D}^{*0}$ ,  $D^{*+}\bar{D}^0$ ,  $D^{*+}\bar{D}^{*0}$ ; их значения оказались порядка  $10^{-5} \sim 10^{-3}$ , то есть ожидалось подавление этих каналов распада по сравнению с основным  $D^*\bar{D}^*\pi$ , который получается при распаде  $\bar{D}_1(2420)$  на  $\bar{D}^*$  и  $\pi$ .

### Тетракварковая модель

В работе [125] состояние  $Z_c(4430)^+$  было рассмотрено как тетракварк. Были рассмотрены квантовые числа  $J^P = 0^-$  и  $1^-$ , и для обеих гипотез была вычислена масса при помощи правил сумм КХД. Полученные значения массы составили  $M = 4.52 \pm 0.09$  ГэВ/ $c^2$  для гипотезы  $0^-$  и  $M = 4.84 \pm 0.14$  ГэВ/ $c^2$  для гипотезы  $1^-$ . Таким образом, масса для квантовых чисел  $0^-$  согласовывалась с экспериментальным значением, а для  $J^P = 1^-$  - нет.

Следует отметить, что для всех теоретических результатов, рассмотренных выше, (как в молекулярной, так и в тетракварковой модели) предполагаемые квантовые числа не согласуются с экспериментальным значением  $J^P = 1^+$ , полученным в данной диссертации (их измерение описано в главе 3).

## Перерасcеяние

В работе [126] состояние  $Z_c(4430)^+$  было описано как результат распада  $\bar{B}^0 \rightarrow D_s(2S)^- D^+$  с последующим распадом  $D_s(2S)^- \rightarrow K^- \bar{D}^{*0}$ , после которого происходит перерасcеяние  $\bar{D}^{*0} D^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+$ . Угловые распределения в этих процессах приводят к появлению пика с массой и шириной, близкими к параметрам состояния  $Z_c(4430)^+$ . Ожидается, что система  $(\psi(2S)\pi^+)$  должна находиться в  $S$ -волне, таким образом, квантовые числа  $Z_c(4430)^+$  -  $J^P = 1^+$ .

### 1.8.2 $Z_c(4050)^+$ и $Z_c(4250)^+$

Два заряженных чармониеподобных состояния,  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$ , были обнаружены в распаде  $\bar{B}^0 \rightarrow \chi_{c1} K^- \pi^+$  в эксперименте Belle [127]. В данной работе был проведён Далиц-анализ, аналогичный работе Belle по  $Z_c(4430)^+$  [6]. Были обнаружены два новых состояния с параметрами  $M = 4051 \pm 14_{-41}^{+20}$  МэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma = 82_{-17}^{+21}{}_{-22}^{+47}$  МэВ и  $M = 4248_{-29}^{+44}{}_{-35}^{+180}$  МэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma = 177_{-39}^{+54}{}_{-61}^{+316}$  МэВ. Значимость состояния  $Z_c(4250)^+$  составила  $6.2\sigma$ , а  $Z_c(4050)^+$  -  $5.0\sigma$ . Проекции результатов подгонки с сигналами новых резонансов и без них на инвариантную массу системы  $\chi_{c1}\pi^+$  с условием  $1.0 \text{ ГэВ}^2/c^4 < M_{K^- \pi^+}^2 < 1.75 \text{ ГэВ}^2/c^4$  показаны на рис. 1.13. Были измерены произведения вероятностей распадов:  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4050)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4050)^+ \rightarrow \chi_{c1} \pi^+) = (3.0_{-0.8}^{+1.5}{}_{-1.6}^{+3.7}) \times 10^{-5}$ ,  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4250)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4250)^+ \rightarrow \chi_{c1} \pi^+) = (4.0_{-0.9}^{+2.3}{}_{-0.5}^{+19.7}) \times 10^{-5}$ .

Коллаборация BABAR выполнила поиск состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  в работе [128]. В этом анализе был использован метод, аналогичный работе по поиску  $Z_c(4430)^+$  [5]. Значимого сигнала обнаружено не было; были получены верхние пределы на произведения вероятностей распада:  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4050)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4050)^+ \rightarrow \chi_{c1} \pi^+) < 1.8 \times 10^{-5}$  (90% у. д.),  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4250)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4250)^+ \rightarrow \chi_{c1} \pi^+) < 4.0 \times 10^{-5}$  (90% у. д.). Следует отметить, что и в данном случае, несмотря на отрицательный результат, явного противоречия с результатами коллаборации Belle нет.



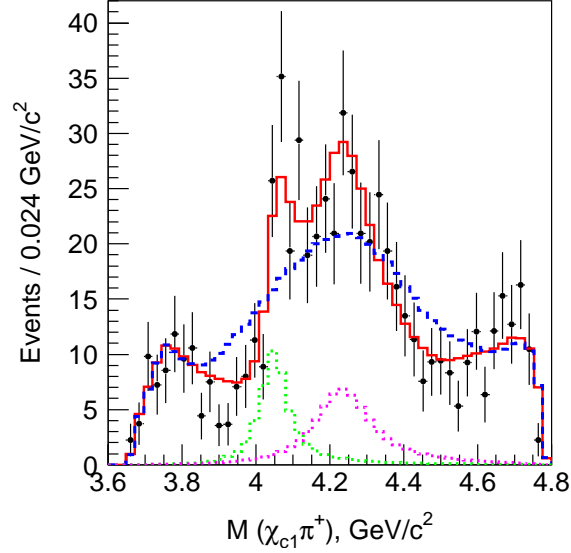


Рис. 1.13: Проекция результатов подгонки графика Далица распада  $\bar{B}^0 \rightarrow \chi_{c1} K^- \pi^+$  на инвариантную массу системы  $\chi_{c1} \pi^+$ . Сплошная линия - результат подгонки с  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$ , штриховая линия - без них. Пунктирными линиями показаны вклады новых состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  (из работы [127] коллаборации Belle).

### Молекулярная модель

Массы заряженных чармониеподобных состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  близки к порогам  $D^* \bar{D}^*$  ( $4017.22 \pm 0.12$  МэВ/ $c^2$  [23]) и  $D \bar{D}_1(2420)$  ( $4291.0 \pm 0.6$  МэВ/ $c^2$  для  $D^+ \bar{D}_1(2420)^0$  или  $4288.0 \pm 2.4$  МэВ/ $c^2$  для  $\bar{D}^0 D_1(2420)^+$  [23]). Квантовые числа состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  в молекулярной  $S$ -волновой модели должны быть такими же, как у соответствующих комбинаций частиц в  $S$ -волне, то есть  $J^P = 0^+$ ,  $1^+$  или  $2^+$  для  $Z_c(4050)^+$ , а для  $Z_c(4250)^+$  возможен только один вариант -  $J^P = 1^-$ .

В работе [129] было проведено вычисление масс состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  при помощи правил сумм КХД. При этом предполагалось, что квантовые числа состояния  $Z_c(4050)^+$  -  $J^P = 0^+$ . Полученные значения масс составили  $M = 4.15 \pm 0.12$  ГэВ/ $c^2$  для молекулы состава  $D^* \bar{D}^*$  ( $Z_c(4050)^+$ ) и  $M = 4.15 \pm 0.22$  ГэВ/ $c^2$  для молекулы состава  $D \bar{D}_1(2420)$  ( $Z_c(4250)^+$ ). Центральное значение массы молекулы состава  $D^* \bar{D}^*$  оказалось на 100 МэВ/ $c^2$  выше порога, из чего был сделан вывод о том, что это состояние, вероятно, является виртуальным и не связано с наблюдаемыми резонансами  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$ . Для молекулы состава  $D \bar{D}_1(2420)$  центральное значение массы находилось ниже порога. Оно хорошо согласовывалось со значением массы состояния  $Z_c(4250)^+$  (но, при этом,

оно находилось в согласии и со значением массы состояния  $Z_c(4050)^+$ . В работе [121] были проведены аналогичные вычисления с учётом ширины состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$ . Они не изменили вывода о том, что состояние  $Z_c(4250)^+$  может быть молекулой состава  $D\bar{D}_1(2420)$ , а  $Z_c(4050)^+$  не может быть молекулой состава  $D^*\bar{D}^*$ .

В работах [108, 130, 131] было исследовано существование связанных состояний в молекулах состава  $D^*\bar{D}^*$  и  $D\bar{D}_1(2420)$  в модели мезонного обмена. Результаты вычислений не согласуются друг с другом: в серии работ [108, 130] было получено, что ни  $Z_c(4050)^+$ , ни  $Z_c(4250)^+$  не могут быть молекулярными состояниями, а в работе [131] было найдено, что связанное состояние молекулы состава  $D^*\bar{D}^*$  существует для квантовых чисел  $J^P = 0^+$ . В работе [132] тот же вопрос был исследован в киральной  $SU(3)$  кварковой модели для случая  $D^*\bar{D}^*$ , и оказалось, что состояние  $Z_c(4050)^+$  не может быть  $S$ -волновой молекулой такого состава ввиду отсутствия связанных состояний.

Таким образом, состояние  $Z_c(4050)^+$  плохо описывается молекулярной моделью, а состояние  $Z_c(4250)^+$  может быть  $S$ -волновой молекулой состава  $D\bar{D}_1(2420)$ . Такая интерпретация может быть подтверждена или опровергнута после измерения квантовых чисел состояния  $Z_c(4050)^+$ , которое может быть выполнено при помощи полного амплитудного анализа распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \chi_{c1} K^- \pi^+$ .

### Тетракварковая модель

В работе [133] была сделана попытка объяснить состояния  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$  как тетракварки с квантовыми числами  $J^P = 1^-$ . Ожидаемая масса таких тетракварков была вычислена при помощи правил сумм КХД; были получены значения массы  $M = 5.12 \pm 0.15$  ГэВ/ $c^2$  или  $M = 5.16 \pm 0.16$  ГэВ/ $c^2$  в зависимости от типа тока. Такая масса намного больше, чем наблюдаемая в данных масса состояний  $Z_c(4050)^+$  и  $Z_c(4250)^+$ ; таким образом, маловероятно, что это тетракварки с квантовыми числами  $J^P = 1^-$ .

В работе [134] были проведены аналогичные вычисления для случая квантовых чисел  $J^P = 0^+$  (частица с такими квантовыми числами может распадаться на  $\chi_{c1} \pi^+$  в  $P$ -волне). Полученное значение массы составило  $M = 4.36 \pm 0.18$  ГэВ/ $c^2$ , что согласуется с массой состояния  $Z_c(4250)^+$ . Таким образом, состояние  $Z_c(4250)^+$  может быть тетракварком с  $J^P = 0^+$ .

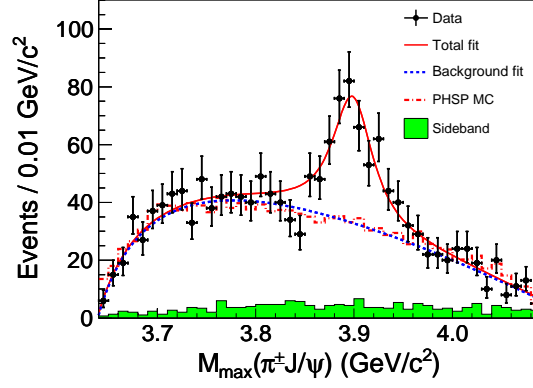


Рис. 1.14: Результат подгонки распределения максимальной инвариантной массы систем  $(J/\psi\pi^+)$  и  $(J/\psi\pi^-)$  в процессе  $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$  (из работы [136] коллаборации BESIII).

### 1.8.3 $Z_c(3900)^+ / Z_c(3885)^+$

Обнаружение заряженных боттомониеподобных состояний  $Z_b^+$  [135] в области порогов  $B\bar{B}^*$  и  $B^*\bar{B}$  мотивировало аналогичные исследования в области чармония. Состояние  $Z_c(3900)^+$  было обнаружено одновременно коллаборациями BESIII [136] и Belle [93] в процессе  $e^+e^- \rightarrow (\gamma_{\text{ISR}})J/\psi\pi^+\pi^-$ . В случае Belle данный процесс идёт с излучением фотона в начальном состоянии; отбирались события с инвариантной массой комбинации  $(J/\psi\pi^+\pi^-)$ , удовлетворяющей условию  $4.15 \text{ ГэВ}/c^2 < M_{J/\psi\pi^+\pi^-} < 4.45 \text{ ГэВ}/c^2$ . В случае BESIII использовался образец данных в  $525 \text{ пб}^{-1}$ , набранный при энергии 4.26 ГэВ. В обоих анализах производилась одномерная подгонка распределения максимальной инвариантной массы систем  $(J/\psi\pi^+)$  и  $(J/\psi\pi^-)$ . В этом распределении был обнаружен пик от нового состояния  $Z_c(3900)^+$ ; значения его параметров составили  $M = 3899.0 \pm 3.6 \pm 4.9 \text{ МэВ}/c^2$ ,  $\Gamma = 46 \pm 10 \pm 20 \text{ МэВ}$  в эксперименте BESIII и  $M = 3894.5 \pm 6.6 \pm 4.5 \text{ МэВ}/c^2$ ,  $\Gamma = 63 \pm 24 \pm 26 \text{ МэВ}$  в эксперименте Belle. Значимость  $Z_c(3900)^+$  в эксперименте Belle составила  $5.2\sigma$ , а в эксперименте BESIII - более  $8\sigma$ . Результаты подгонки, выполненной коллаборацией BESIII, показаны на рис. 1.14.

Состояние  $Z_c(3900)^+$  было также подтверждено в работе, сделанной на основе данных эксперимента CLEO-c [137]. Кроме того, в данной работе в аналогичном процессе  $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^0\pi^0$  было получено указание на существование нейтрального состояния  $Z_c(3900)^0$ , значимость которого составила  $3.5\sigma$ , а масса и ширина -  $M = 3901 \pm 4 \text{ МэВ}/c^2$  и  $\Gamma = 58 \pm 27 \text{ МэВ}$  (приведены только статистические ошибки).

В работе коллаборации BESIII [138] в процессе  $e^+e^- \rightarrow (D\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$  было найдено чармониеподобное состояние  $Z_c(3885)^+$ , распадающееся на  $D\bar{D}^*$ , масса и ширина

которого ( $M = 3883.9 \pm 1.5 \pm 4.2$  МэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma = 24.8 \pm 3.3 \pm 11.0$  МэВ) согласовывались с параметрами  $Z_c(3900)^+$  (ниже значений, полученных в эксперименте BESIII на  $2\sigma$  и  $1\sigma$  для массы и ширины соответственно). Таким образом, вероятно,  $Z_c(3885)^+$  и  $Z_c(3900)^+$  являются одним и тем же состоянием. В этой работе был проведён угловой анализ распада  $Z_c(3885)^+ \rightarrow D\bar{D}^*$ ; оказалось, что квантовые числа  $Z_c(3885)^+ - J^P = 1^+$  (были рассмотрены все возможные гипотезы со спином  $J \leq 1$ :  $J^P = 0^-, 1^-$  и  $1^+$ ; для состояния с  $J^P = 0^+$  распад в  $D\bar{D}^*$  невозможен из-за сохранения  $P$ -чётности).

### Молекулярная модель

Масса состояния  $Z_c(3900)^+$  близка к порогу  $D\bar{D}^*$  ( $3876.57 \pm 0.14$  МэВ/ $c^2$  для  $D^+\bar{D}^{*0}$  или  $3875.10 \pm 0.10$  МэВ/ $c^2$  для  $\bar{D}^0 D^{*+}$  [23]). Квантовые числа состояния  $Z_c(3900)^+$  в  $S$ -волновой молекулярной модели определяются однозначно и равны  $J^P = 1^+$ . Именно такие квантовые числа были получены в результате углового анализа, выполненного коллаборацией BESIII в канале распада  $Z_c(3900)^+ \rightarrow (D\bar{D}^*)^+$  [138].

В работах [140, 141] была вычислена масса состояния  $Z_c(3900)^+$  в молекулярной модели с использованием правил сумм КХД. Полученные значения массы составили  $M = 3.88 \pm 0.17$  ГэВ/ $c^2$  в работе [140] и  $M = 3.86 \pm 0.27$  ГэВ/ $c^2$  в работе [141]. Эти результаты согласуются как друг с другом, так и с экспериментальным значением массы состояния  $Z_c(3900)^+$ .

Если  $Z_c(3885)^+$  и  $Z_c(3900)^+$  - одно и то же состояние, то, как и ожидается, доминирующим является распад на составляющие [1]:

$$\frac{\Gamma(Z_c(3900)^+ \rightarrow D\bar{D}^*)}{\Gamma(Z_c(3900)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+)} = 6.2 \pm 2.9.$$

Масса состояния  $Z_c(3900)^+$  выше порога, что может говорить о том, что оно не является молекулярным состоянием. Однако, во всех проведённых анализах выполнялись одномерные подгонки, и интерференция с нерезонансной амплитудой не учитывалась. Учёт интерференции может сдвинуть значения массы и ширины состояния  $Z_c(3900)^+$ .

Таким образом, состояние  $Z_c(3900)^+$  в целом согласуется с молекулярной моделью.

### Тетракварковая модель

В работах [142, 143] было проведено вычисление массы состояния  $Z_c(3900)^+$  при помощи правил сумм КХД. В обоих случаях оно считалось тетракварком с квантовыми числами  $J^P = 1^+$ . Полученные значения массы составили  $M = 3912^{+306}_{-153}$  МэВ/ $c^2$

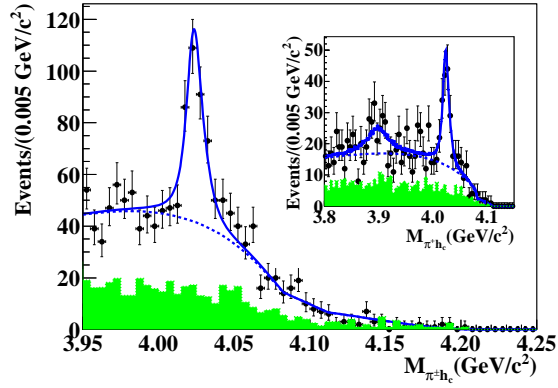


Рис. 1.15: Результат подгонки инвариантной массы системы  $h_c\pi^\pm$  в процессе  $e^+e^- \rightarrow h_c\pi^+\pi^-$  (из работы [145] коллаборации BESIII). На вставке - результат подгонки с  $Z_c(3900)^+$ .

в работе [142] и  $M = 3.91_{-0.09}^{+0.11}$  ГэВ/ $c^2$  в работе [143]. Эти значения массы согласуются друг с другом и с экспериментальным значением массы состояния  $Z_c(3900)^+$ .

В работе [144] были вычислены ширины распадов состояния  $Z_c(3900)^+$  в следующие конечные состояния:  $J/\psi\pi^+$ ,  $\eta_c\rho^+$ ,  $D^+\bar{D}^{*0}$  и  $\bar{D}^0D^{*+}$ . Состояние  $Z_c(3900)^+$  также считалось тетракварком с квантовыми числами  $J^P = 1^+$ . Исходя из полученных в работе [144] результатов, можно вычислить отношение ширин [139]

$$\frac{\Gamma(Z_c(3900)^+ \rightarrow D\bar{D}^*)}{\Gamma(Z_c(3900)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+)} = 0.22 \pm 0.12,$$

что плохо согласуется с экспериментальным значением того же отношения:  $6.2 \pm 2.9$ . Это говорит о том, что состояние  $Z_c(3900)^+$  не является тетракварком.

#### 1.8.4 $Z_c(4020)^+ / Z_c(4025)^+$

Состояние  $Z_c(4020)^+$ , распадающееся на  $h_c\pi^+$ , было обнаружено коллаборацией BESIII в процессе  $e^+e^- \rightarrow h_c\pi^+\pi^-$  [145]. Масса и ширина  $Z_c(4020)^+$  составили  $M = 4022.9 \pm 0.8 \pm 2.7$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 7.9 \pm 2.7 \pm 2.6$  МэВ, а значимость -  $8.9\sigma$ . Кроме этого, был выполнен поиск распада  $Z_c(3900)^+ \rightarrow h_c\pi^+$ ; значимого сигнала  $Z_c(3900)^+$  обнаружено не было (значимость  $Z_c(3900)^+$  -  $2.1\sigma$ ). Результаты подгонки показаны на рис. 1.15.

В работе [146] коллаборацией BESIII был обнаружен аналогичный процесс  $e^+e^- \rightarrow h_c\pi^0\pi^0$ , а также нейтральное состояние  $Z_c(4020)^0$ , распадающееся на  $h_c\pi^0$ , со значимостью более  $5\sigma$ . При подгонке ширина  $Z_c(4020)^0$  была зафиксирована на

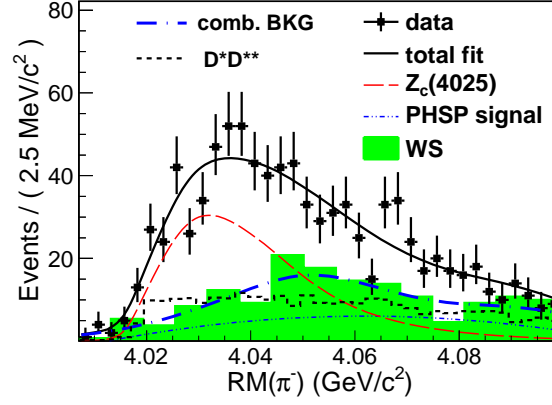


Рис. 1.16: Результат подгонки массы отдачи к  $\pi^-$  в процессе  $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^+\pi^-$  (из работы [147] коллаборации BESIII).

ширине заряженного состояния  $Z_c(4020)^+$ , а полученное значение массы составило  $M = 4029 \pm 2.2 \pm 3.8$  МэВ/ $c^2$ .

В работе коллаборации BESIII [147] в процессе  $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$  было найдено чармониеподобное состояние  $Z_c(4025)^+$ , распадающееся на  $D^*\bar{D}^*$ . В этом анализе использовалось неполное восстановление: для конечного состояния  $D^{*+}\bar{D}^{*0}\pi^-$  восстанавливались  $\pi^-$ ,  $D^+$  из распада  $D^{*+} \rightarrow D^+\pi^0$  и по крайней мере один из  $\pi^0$  из распада  $D^{*+} \rightarrow D^+\pi^0$  или  $\bar{D}^{*0} \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$ . Поэтому производилась подгонка массы отдачи к  $\pi^\mp$ . Результат подгонки показан на рис. 1.16; параметры нового состояния -  $M = 4026.3 \pm 2.6 \pm 3.7$  МэВ/ $c^2$  и  $\Gamma = 24.8 \pm 5.6 \pm 7.7$  МэВ. Значимость  $Z_c(4025)^+$  -  $10\sigma$ . Параметры состояний  $Z_c(4025)^+$  и  $Z_c(4020)^+$  согласуются в пределах  $1.5\sigma$ , поэтому они могут быть одним и тем же состоянием.

## Молекулярная модель

Масса состояния  $Z_c(4025)^+$  близка к порогу  $D^*\bar{D}^*$  ( $4017.22 \pm 0.12$  МэВ/ $c^2$  [23]) Возможные квантовые числа состояния  $Z_c(4025)^+$  в  $S$ -волновой молекулярной модели -  $J^P = 0^+, 1^+$  и  $2^+$ .

В работе [148] было рассмотрено существование связанных состояний в системе  $(D^*\bar{D}^*)$  в модели одноопионного обмена. Оказалось, что такие состояния существуют для квантовых чисел  $J^P = 0^+$  и  $1^+$ .

В работах [149, 150] было проведено вычисление массы состояния  $Z_c(4025)^+$  в молекулярной модели при помощи правил сумм КХД. В обоих случаях предполагалось, что квантовые числа состояния  $Z_c(4025)^+$  равны  $J^P = 1^+$ . Полученные значения массы составили  $M = 4.04 \pm 0.24$  ГэВ/ $c^2$  в работе [149] и  $4.05 \pm 0.28$  ГэВ/ $c^2$  в работе [150]. Эти результаты хорошо согласуются друг с другом и с эксперимен-

тальным значением массы  $Z_c(4025)^+$ . В работе [151] аналогичное вычисление было проведено для всех возможных квантовых чисел. Были получены следующие результаты:  $M = 3943 \pm 104$  МэВ/ $c^2$  для  $J^P = 0^+$ ,  $M = 3950 \pm 105$  МэВ/ $c^2$  для  $J^P = 1^+$  и  $M = 3946 \pm 104$  МэВ/ $c^2$  для  $J^P = 2^+$ . Таким образом, ожидаемая масса для любых квантовых чисел находилась в согласии экспериментальным значением.

В работе [152] были вычислены ширины распадов  $Z_c(3900)^+$ , а также молекулярного состояния с составом  $D^*\bar{D}^*$ , в конечные состояния  $J/\psi\pi^+$ ,  $\psi(2S)\pi^+$  и  $h_c\pi^+$  с использованием феноменологического лагранжиана. Оказалось, что ширины распадов молекулы состава  $D^*\bar{D}^*$  во все эти конечные состояния должны быть больше, чем ширины распадов для  $Z_c(3900)^+$ . Это означает, что состояние  $Z_c(4025)^+$  не может быть молекулой с составом  $D^*\bar{D}^*$ , поскольку экспериментально распад  $Z_c(4020)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$  не наблюдается. В работе [153] были проведены аналогичные вычисления в модели светового фронта, которые также привели к результату, что молекула состава  $D^*\bar{D}^*$  должна распадаться на  $J/\psi\pi^+$  с большей шириной, чем  $Z_c(3900)^+$ .

Предсказание о необходимости существования распада на  $J/\psi\pi^+$  также получается из спиновой симметрии тяжёлых кварков [1]. То, что такой распад не наблюдается экспериментально, говорит о том, что состояние  $Z_c(4025)^+$ , скорее всего, не является молекулой. В области боттомония существуют молекулярные состояния  $Z_b^+$  как с составом  $B\bar{B}^*$ , так и с составом  $B^*\bar{B}^*$  [135]. Возможным объяснением того, почему молекула с составом  $D^*\bar{D}^*$  не наблюдается, является то, что состояние  $Y(4260)$  является молекулой с составом  $D\bar{D}_1(2420)$ ; при распаде  $\bar{D}_1(2420)$  возникает состояние  $D\bar{D}^*\pi$ , и молекула с составом  $D^*\bar{D}^*$  не может родиться [1].

### Тетракварковая модель

В работе [154] состояние  $Z_c(4025)^+$  было рассмотрено как тетракварк с квантовыми числами  $J^P = 1^-$  или  $J^P = 2^+$ , и его масса была вычислена при помощи правил сумм КХД. Для квантовых чисел  $J^P = 1^-$  было получено значение массы  $M = 4.52 \pm 0.20$  ГэВ/ $c^2$ , а для  $J^P = 2^+$  -  $M = 4.04 \pm 0.19$  ГэВ/ $c^2$ . Таким образом, из двух рассмотренных гипотез предпочтительной является  $J^P = 2^+$ .

В работе [155] состояние  $Z_c(4025)^+$  было рассмотрено как тетракварк с квантовыми числами  $J^P = 1^-$  при помощи правил сумм КХД. Оказалось, что масса такого тетракварка должна быть значительно выше экспериментального значения, и состояние  $Z_c(4025)^+$  не может быть тетракварком с квантовыми числами  $J^P = 1^-$ .

В работе [156] состояние  $Z_c(4025)^+$  было рассмотрено как тетракварк с квантовыми числами  $J^P = 0^+, 1^+$  или  $2^+$ . Масса состояния  $Z_c(4025)^+$  была вычислена при помощи правил сумм КХД; были получены следующие значения:  $M = 3.85_{-0.09}^{+0.15}$  ГэВ/ $c^2$  для  $J^P = 0^+$ ,  $M = 4.02_{-0.08}^{+0.07}$  ГэВ/ $c^2$  для  $J^P = 1^+$  и  $M = 4.02 \pm 0.09$  ГэВ/ $c^2$  для  $J^P = 2^+$ . Полученные значения массы согласуются с экспериментом во всех случаях; для  $J^P = 1^+$  и  $J^P = 2^+$  согласие является особенно хорошим. Результаты различных вычислений [154–156] согласуются между собой.

Таким образом, состояние  $Z_c(4025)^+$  может быть тетракварком.

В заключение отметим неполноту доступных экспериментальных данных по чармониеподобным состояниям. Для их интерпретации требуются дальнейшие измерения масс и ширин с учётом интерференции, квантовых чисел, а также поиск их распадов в другие конечные состояния. Таким измерениям и посвящена эта работа.



## Глава 2

# Экспериментальная установка

Данные, используемые в данной диссертации, были набраны в эксперименте Belle, который работал с 1999 по 2010 год на электронно-позитронном коллайдере KEKB с асимметричной энергией пучков в Организации по исследованию физики высоких энергий на ускорителях (КЕК) (Япония, г. Цукуба). Коллайдер работал в области резонансов  $\Upsilon(nS)$ . Эксперимент Belle был  $B$ -фабрикой, то есть экспериментом, в котором набирался большой образец данных с распадами  $B$ -мезонов; для этого коллайдер работал на энергии резонанса  $\Upsilon(4S)$ . Основной целью эксперимента Belle было изучение  $CP$ -нарушения в распадах  $B$ -мезонов и редких распадов  $B$ -мезонов. В этой главе приводится краткое описание коллайдера и экспериментальной установки.

### 2.1 Коллайдер KEKB

Коллайдер KEKB был построен в существующем туннеле от электронно-позитронного коллайдера TRISTAN с энергией 60 ГэВ. Схема коллайдера KEKB показана на рис. 2.1. При работе в резонансе  $\Upsilon(4S)$  энергия электронного пучка была равна 8.0 ГэВ, а энергия позитронного пучка была равна 3.5 ГэВ. Для достижения высокой светимости коллайдер работал при больших токах пучков: 1.1 А для электронного пучка и 2.6 А для позитронного пучка. Кроме этого, с 2004 года коллайдер работал при непрерывной инжекции, а в 2007 году были установлены крабовые полости, поворачивавшие сгустки частиц таким образом, что происходило их лобовое столкновение при ненулевом угле пересечения пучков.

На коллайдере KEKB была достигнута рекордная светимость в  $2.1 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ . Полная набранная интегральная светимость составила  $1041 \text{ фб}^{-1}$ , из которых  $980 \text{ фб}^{-1}$  используется для анализа данных. Количество данных, используемых для анализа в области каждого из резонансов  $\Upsilon(nS)$ , приведено в табл. 2.1 (в

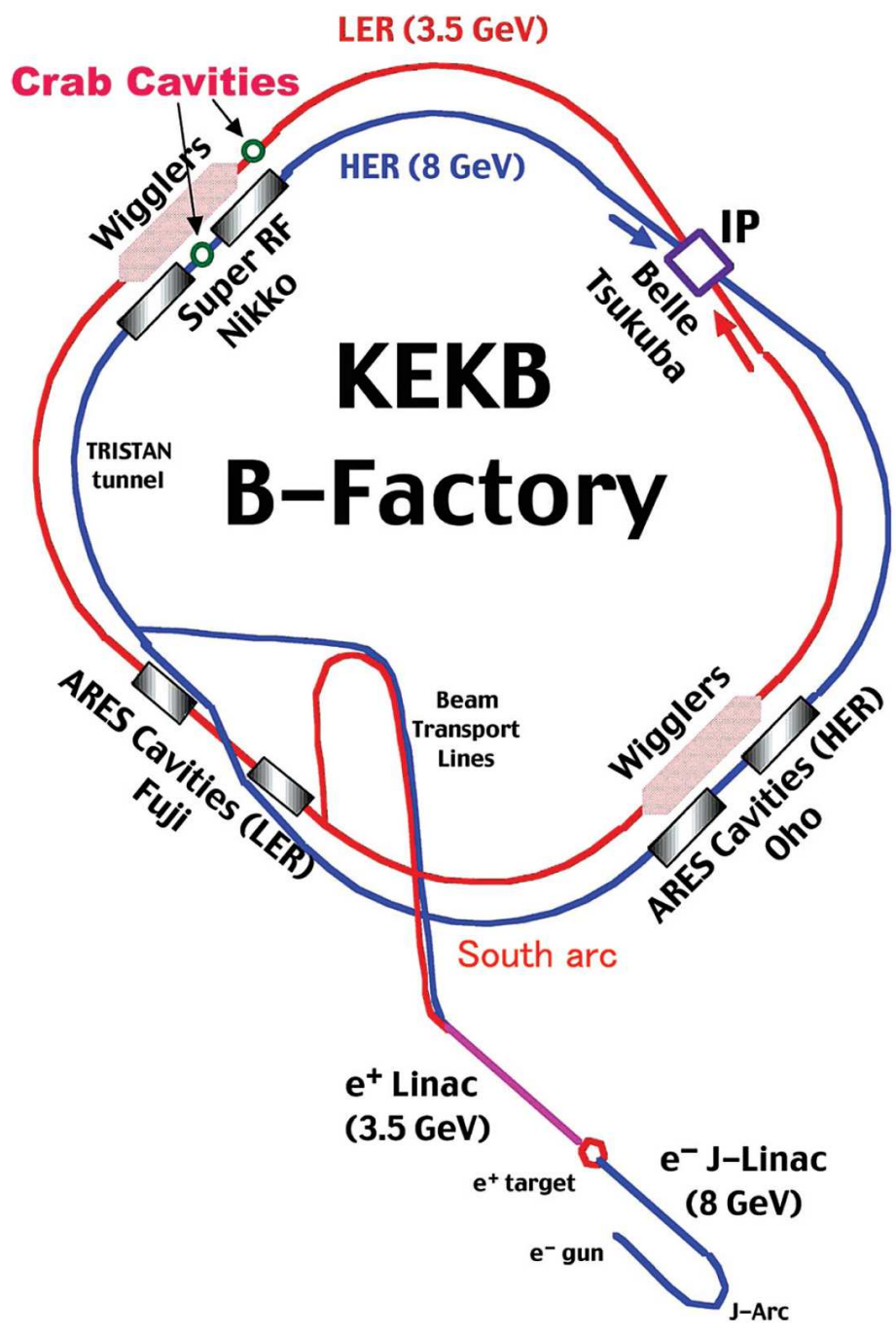


Рис. 2.1: Схема коллайдера KEKB.

Таблица 2.1: Интегральная светимость (в  $\text{fb}^{-1}$ ), набранная в эксперименте Belle в областях различных резонансов  $\Upsilon(nS)$ .

Резонанс	Светимость в пике	Светимость вне пика	Число распадов
$\Upsilon(1S)$	5.7	1.8	$102 \times 10^6$
$\Upsilon(2S)$	24.9	1.7	$158 \times 10^6$
$\Upsilon(3S)$	2.9	0.25	$11 \times 10^6$
$\Upsilon(4S)$ (SVD1)	140.0	15.6	$152 \times 10^6 B^0 \bar{B}^0$
$\Upsilon(4S)$ (SVD2)	571.0	73.8	$620 \times 10^6 B^0 \bar{B}^0$
$\Upsilon(5S)$	121.4	1.7	$7.1 \times 10^6 B_s \bar{B}_s$

таблицу не включено сканирование по энергии). Подробное описание коллайдера KEKB можно найти в работах [157, 158].

## 2.2 Детектор Belle

Детектор Belle представлял собой спектрометр, покрывающий большой телесный угол, и состоял из кремниевого вершинного детектора (SVD), пятидесятислоевой центральной дрейфовой камеры (CDC), массива азрогелевых черенковских счётчиков (ACC), системы измерения времени пролёта (TOF) на сцинтилляционных счётчиках, электромагнитного калориметра (ECL), сделанного из кристаллов иодида цезия (CsI), и переднего калориметра (EFC), расположенных внутри сверхпроводящего магнита, который создавал поле в 1.5 Тл. Кроме этого, в ядре магнита был расположен детектор  $K_L^0$  и мюонов (KLM). Использовались две различные конфигурации внутренней части детектора. Первые  $140 \text{ fb}^{-1}$  (в резонансе  $\Upsilon(4S)$ ) были набраны с трубой для пучка радиусом 2.0 см и трёхслойным кремниевым вершинным детектором, а остальные  $571 \text{ fb}^{-1}$  были набраны с трубой для пучка радиусом 1.5 см и четырёхслойным кремниевым вершинным детектором. Общий вид детектора Belle показан на рис. 2.2.

Используемая для дальнейшего описания отдельных детекторов система координат определена следующим образом. Ось  $z$  является осью симметрии детектора, и начало отсчёта приблизительно соответствует точке взаимодействия. Детектор и ускоритель расположены так, что ось  $z$  совпадает с пучком позитронов и противоположна ему по направлению. Направление оси  $z$  показано на рис. 2.2. Направление осей  $x$  и  $y$  не является существенным, так как в дальнейшем описании будут использоваться только полярные углы.

Детектор Belle подробно описан в работе [159]; также его описание можно найти

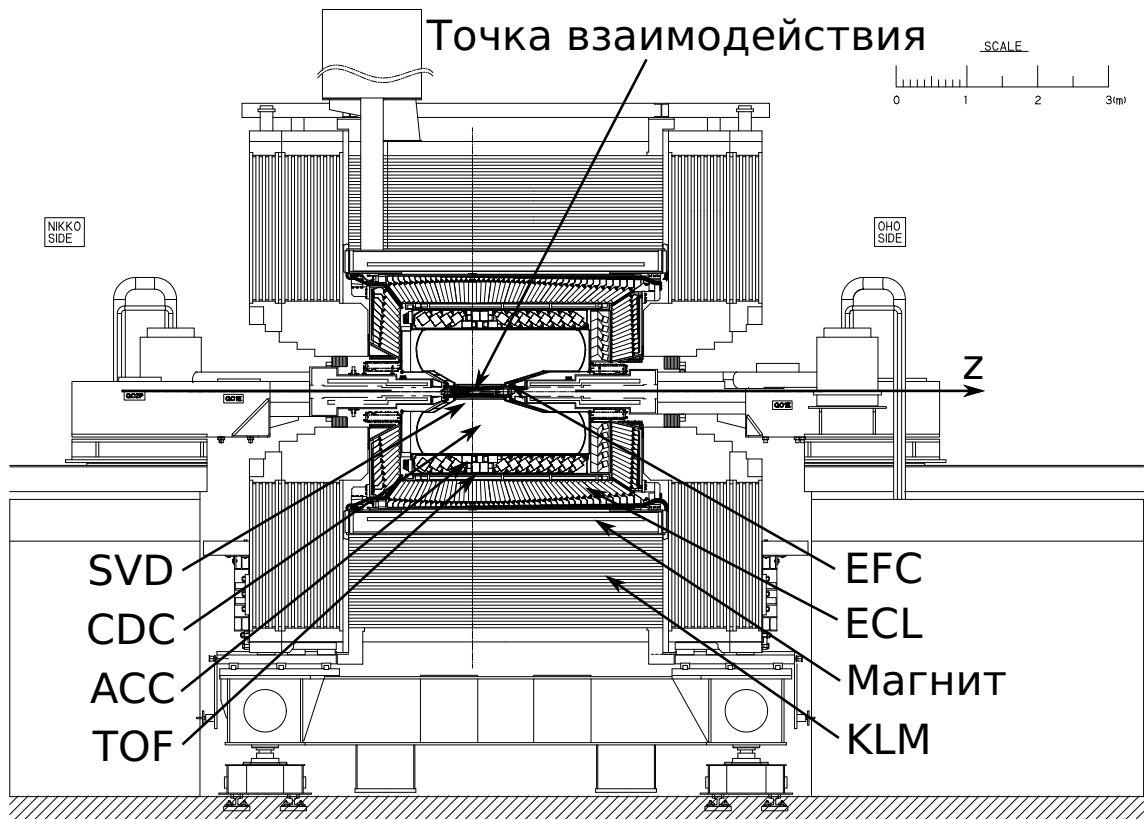


Рис. 2.2: Детектор Belle (вид в разрезе).

в главе о детекторе из работы [160].

### 2.2.1 Кремниевый вершинный детектор

Кремниевый вершинный детектор был предназначен для точного измерения координат треков в районе точки взаимодействия. Эксперимент Belle работал с двумя различными кремниевыми вершинными детекторами. Первый из них, SVD1, работал с 1999 по 2003 год; второй детектор, SVD2, работал с 2003 по 2010 год. Детектор SVD1 подробно описан в работе с полным описанием эксперимента Belle [159], а SVD2 - в отдельной работе [161]. Кремниевый вершинный детектор был сконструирован из двухсторонних кремниевых микрополосковых детекторов (DSSD); чувствительные полоски на одной из сторон ориентированы вдоль оси  $z$  и измеряют азимутальный угол ( $\phi$ -полоски), а на другой - перпендикулярно ей ( $z$ -полоски). В SVD1 было использовано 102 детектора DSSD, имеющих по 1280 полосок каждой ориентации, а в SVD2 - 246 детекторов DSSD, имеющих по 1024  $z$ -полоски и 512  $\phi$ -полосок. В SVD1 происходило считывание 81920 каналов, а в SVD2 - 110592 каналов. Детекторы DSSD собирались в блоки, которые образовывали слои вокруг

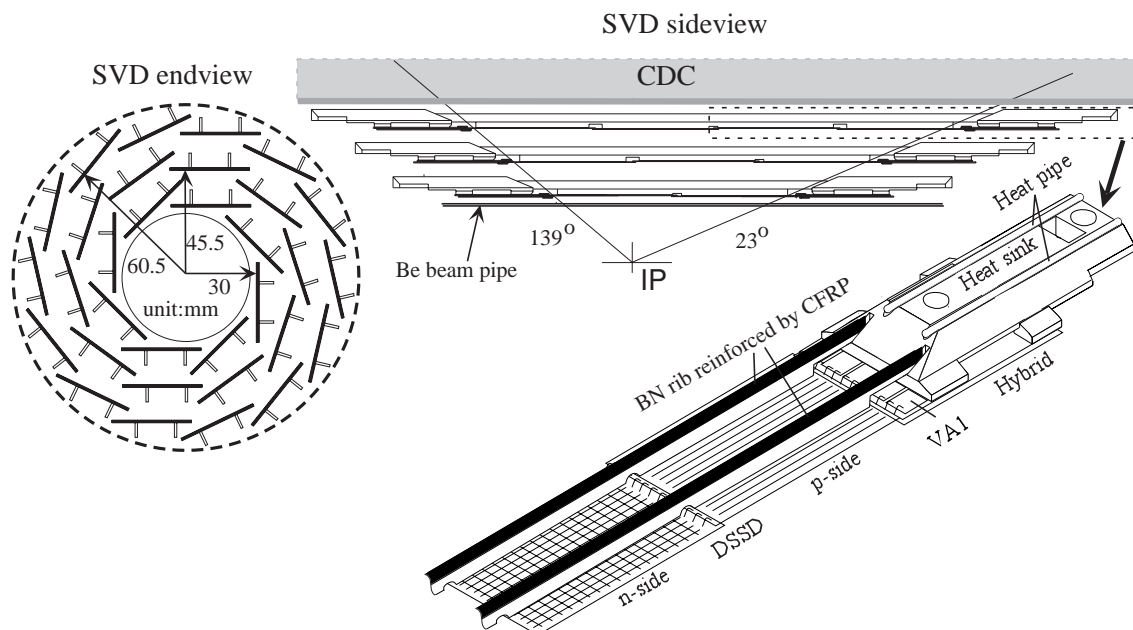


Рис. 2.3: Конструкция кремниевого вершинного детектора SVD1.

оси пучка. В SVD1 было три слоя, а в SVD2 - четыре. Конструкция детектора SVD1 показана на рис. 2.3. Детектор SVD1 покрывал полярные углы от  $23^\circ$  до  $139^\circ$ , что меньше аналогичного диапазона углов для дрейфовой камеры (от  $17^\circ$  до  $150^\circ$ ). Для SVD2 минимальный и максимальный полярные углы те же, что и у дрейфовой камеры.

## 2.2.2 Центральная дрейфовая камера

Центральная дрейфовая камера была основным детектором эксперимента Belle для восстановления заряженных треков, а также давала информацию о потерях энергии ( $dE/dx$ ), использовавшуюся для идентификации частиц. Дрейфовая камера покрывала диапазон полярных углов от  $17^\circ$  до  $150^\circ$ . В камере было 50 слоёв дрейфовых ячеек; полное количество ячеек - 8400. Размеры центральной дрейфовой камеры показаны на рис. 2.4, а структура её ячеек - на рис. 2.5. Кроме этого, в первоначальном варианте камеры было 3 катодно-стриповых слоя, предназначенных для измерения координаты вдоль оси пучка  $z$ ; полное число каналов считывания в этих слоях - 1792. При замене кремниевого вершинного детектора SVD1 на SVD2 эта часть камеры была заменена на дрейфовую камеру с маленьким (5 мм) размером ячеек, чтобы освободить дополнительное место, требуемое для SVD2. В новой части дрейфовой камеры было два слоя со 128 ячейками в каждом из них.

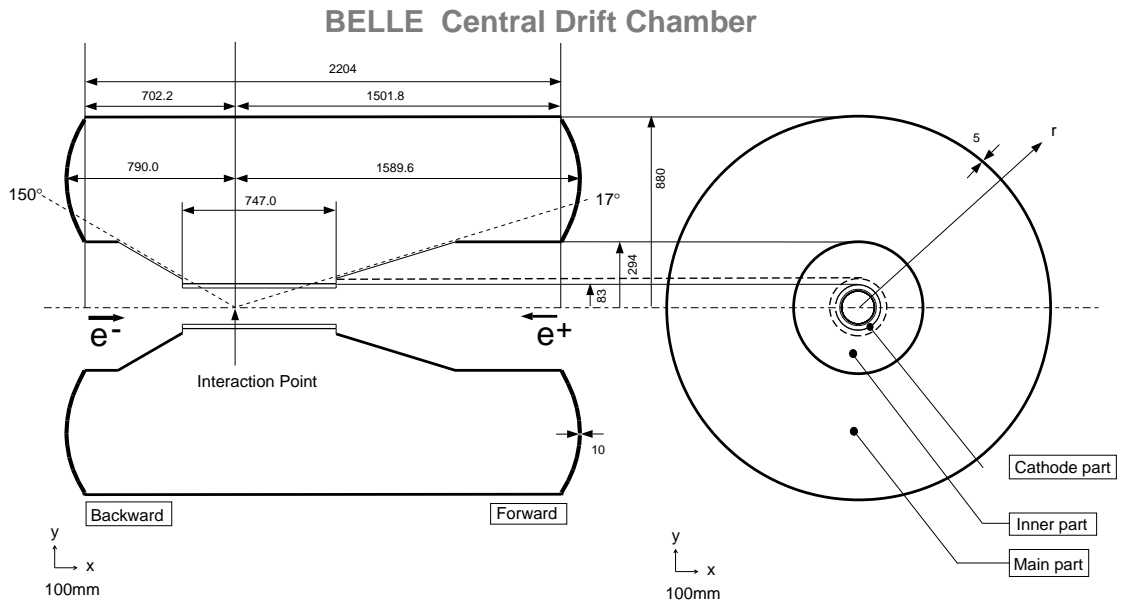


Рис. 2.4: Конструкция центральной дрейфовой камеры.

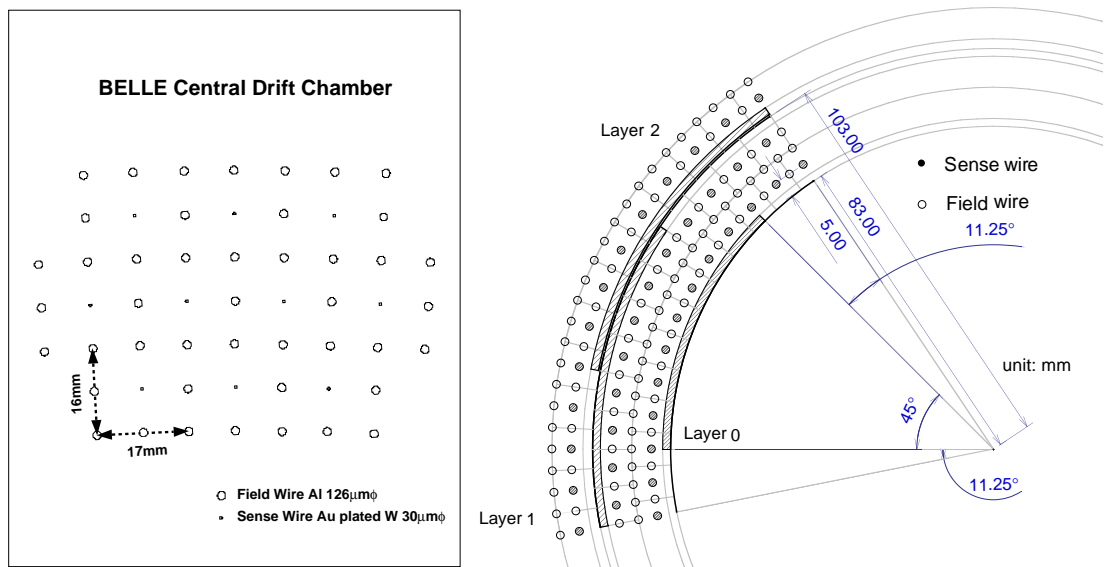


Рис. 2.5: Структура ячеек центральной дрейфовой камеры.

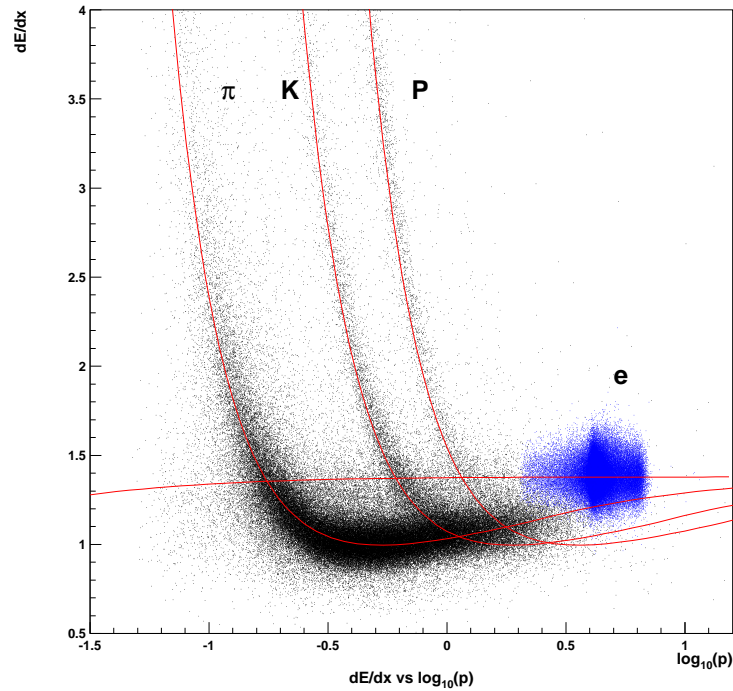


Рис. 2.6: Энергетические потери для различных частиц в дрейфовой камере (из данных).

Поскольку большинство частиц, образующихся в распадах  $B$ -мезонов, имеют небольшие импульсы (до 1 ГэВ/с), то было необходимо использование газа с небольшим зарядом ядер  $Z$  для минимизации многократного рассеяния. Использовалась смесь из 50% гелия и 50% этана. Так как газы с малым  $Z$  имеют меньшее сечение фотоэлектронного взаимодействия по сравнению с аргоном, то использовавшаяся смесь обладала дополнительным преимуществом - меньшим фоном от синхротронного излучения. Радиационная длина в этой смеси газов равна 640 м. Использовавшаяся смесь газов также давала хорошее разрешение по потерям энергии ( $dE/dx$ ). Зависимость энергетических потерь от импульса для различных частиц показана на рис. 2.6.

### 2.2.3 Аэрогелевые черенковские счётчики

Аэрогелевые черенковские счётчики использовались для идентификации частиц по наличию черенковского излучения (использовались пороговые счётчики). В качестве рабочего вещества счётчиков использовался кварцевый ( $\text{SiO}_2$ ) аэрогель с показателем преломления от 1.01 до 1.03. Показатель преломления выбирался в зависимости от полярного угла для достижения наилучшего разделения  $\pi$ -мезонов

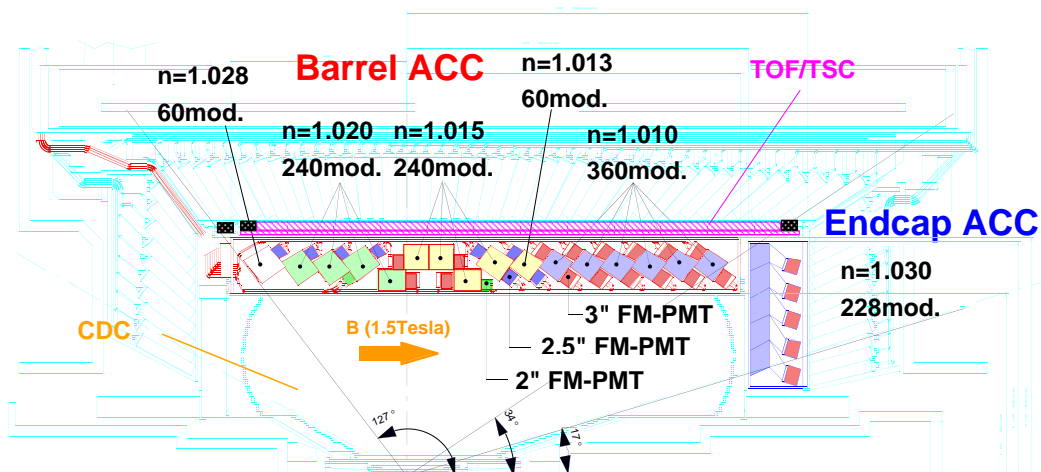


Рис. 2.7: Расположение аэрогелевых черенковских счётчиков.

и  $K$ -мезонов. Изменение показателя преломления необходимо по той причине, что характерные импульсы частиц меняются в зависимости от полярного угла ввиду асимметричной энергии пучков. Для идентификации частиц использовалось число фотоэлектронов в считывающих фотоумножителях. Оно позволяет эффективно разделять типы частиц, если для заданного импульса один из типов частиц должен давать сигнал, а другой - нет. Например, для сравнения  $\pi$ -мезонов и  $K$ -мезонов соответствующий интервал импульсов для минимального показателя преломления (1.01) - от 1.0 до 3.5 ГэВ/с, а для максимального показателя преломления (1.03) - от 0.6 до 2.0 ГэВ/с. Всего было использовано 960 черенковских счётчиков в цилиндрической части детектора и 228 счётчиков в торцевой части. Расположение аэрогелевых черенковских счётчиков показано на рис. 2.7.

#### 2.2.4 Система измерения времени пролёта

Система измерения времени пролёта служила для идентификации частиц с импульсами до 1.2 ГэВ/с; около 90% частиц, рождающихся в распадах  $B$ -мезонов, удовлетворяли данному условию. Измерение времени пролёта вместе с известным импульсом позволяет определить массу частицы; результаты такого измерения показаны на рис. 2.8. Кроме этого, в систему измерения времени пролёта входили триггерные сцинтилляционные счётчики (TSC); сигнал с триггерных и времени-



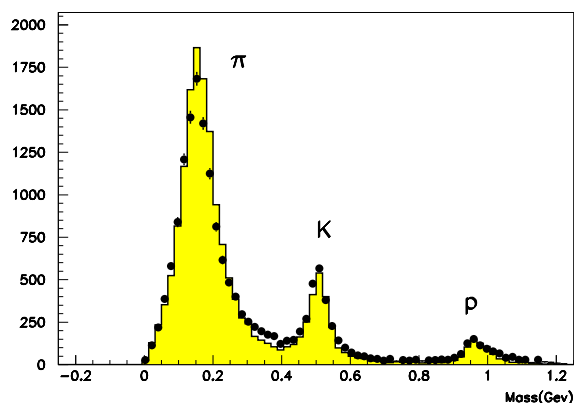


Рис. 2.8: Масса частиц, полученная из измерения времени пролёта (для частиц с импульсом не более 1.2 ГэВ/с).

пролётных счётчиков (TOF) использовался для запуска триггера первого уровня. Всего использовалось 128 временипролётных счётчиков и 64 триггерных счётчика; два временипролётных счётчика и один триггерный счётчик образовывали один модуль. Эти модули были установлены только в цилиндрической части детектора между аэрогелевыми черенковскими счётчиками и электромагнитным калориметром. Толщина временипролётных счётчиков была равна 4 см, а триггерных - 0.5 см; они были разделены щелью в 1.5 см для возможности изоляции временипролётных счётчиков от фона, вызванного конверсией фотонов, при помощи взятия совпадений между двумя типами счётчиков. Использовались быстрые сцинтилляторы Vicron BC408 (для временипролётных счётчиков) и Vicron BC412 (для триггерных счётчиков), обладающие большой длиной поглощения (около 3.9 м).

### 2.2.5 Электромагнитный калориметр

Электромагнитный калориметр был предназначен для детектирования фотонов, измерения их энергии и направления импульса, определяемого по месту попадания фотона в калориметр; кроме этого, информация с электромагнитного калориметра использовалась для идентификации электронов. Калориметр представлял собой массив кристаллов иодида цезия, активированного таллием [CsI(Tl)]. Массив кристаллов был мелко сегментирован; типичный размер поверхности кристалла в цилиндрической части детектора был равен  $55 \times 55$  мм. Использовались 39, 29 и 30 типов кристаллов с различными размерами в передней торцевой, цилиндрической и задней торцевой частях детектора соответственно. Кристаллы были ориентированы на точку взаимодействия и повёрнуты на небольшой угол ( $1.3^\circ$  в цилиндрической части,  $1.5^\circ$  и  $4.0^\circ$  в передней и задней торцевых частях соответственно) для

## BELLE CsI ELECTROMAGNETIC CALORIMETER

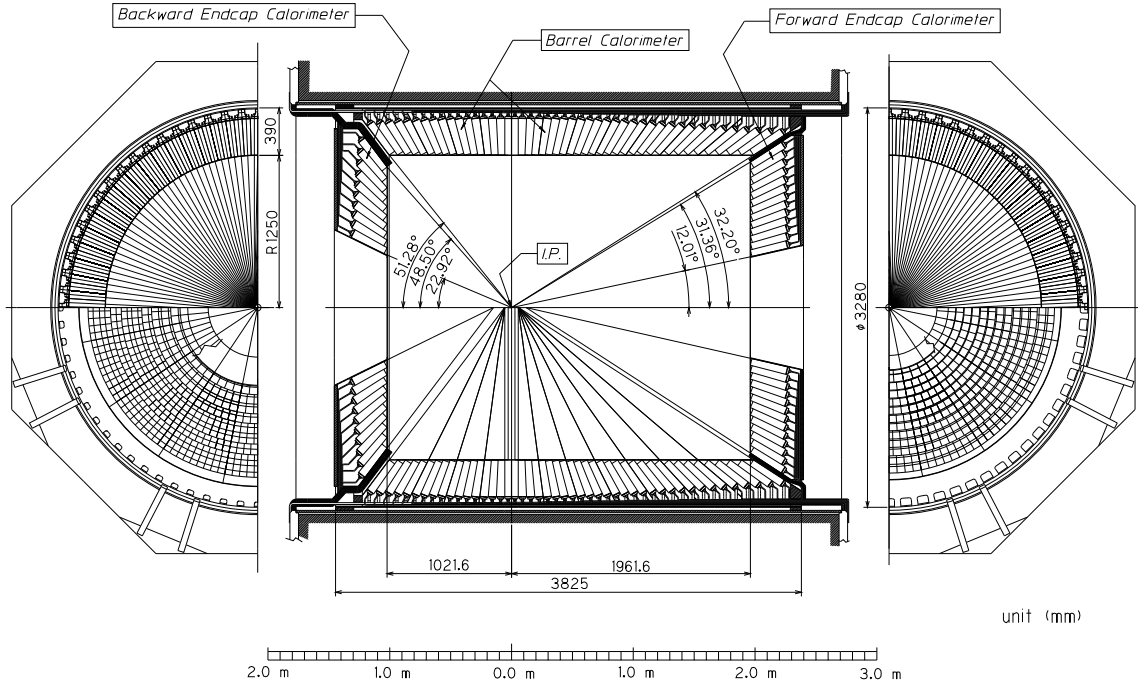


Рис. 2.9: Схема электромагнитного калориметра.

того, чтобы избежать потери фотонов в случае попадания в щель между кристаллами. Длина кристаллов была равна 30 см, что соответствовало 16.2 радиационной длины. Схема электромагнитного калориметра показана на рис. 2.9.

Энергетическое разрешение калориметра измерялось при помощи облучения матриц  $3 \times 3$  кристалла и  $5 \times 5$  кристаллов тестовым пучком фотонов синхротронного излучения на ускорителе ВЭПП-4М в Новосибирске. Полученное разрешение равно

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.0066\%}{E} \oplus \frac{1.53\%}{E^{1/4}} \oplus 1.18\%$$

для матриц  $3 \times 3$  и

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.066\%}{E} \oplus \frac{0.81\%}{E^{1/4}} \oplus 1.34\%$$

для матриц  $5 \times 5$ .

### 2.2.6 Передний калориметр

Передний калориметр покрывал малые углы от  $6.4^\circ$  до  $11.5^\circ$  и от  $163.3^\circ$  до  $171.2^\circ$  (основной калориметр покрывал углы от  $17^\circ$  до  $150^\circ$ ). Он был присоединён к концам криостатов магнитов ускорителя КЕКВ, окружавших трубу пучка. Передний калориметр был изготовлен из радиационно стойких кристаллов германата висмута ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ ); схема расположения кристаллов показана на рис. 2.10. Данный

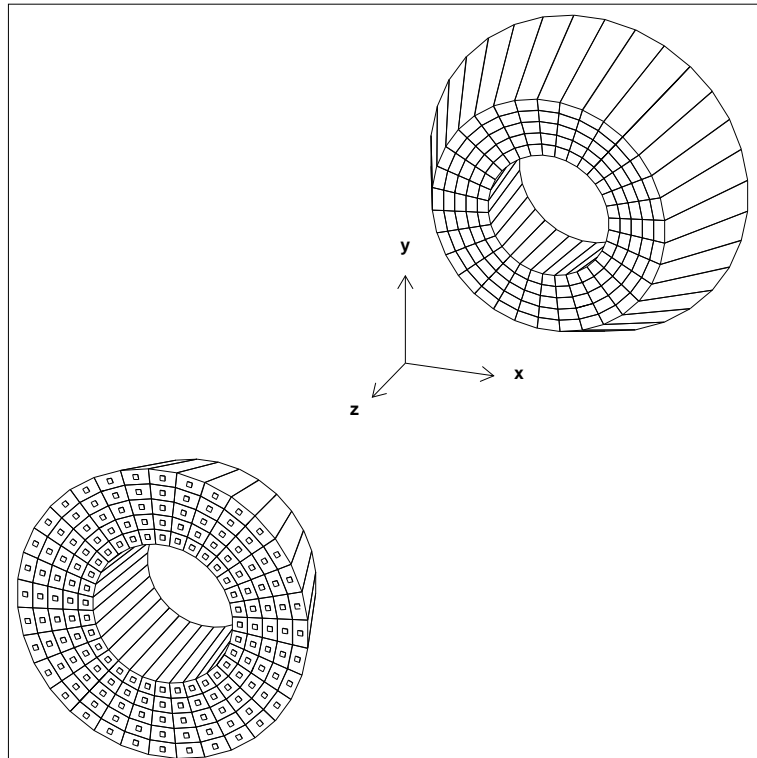


Рис. 2.10: Конструкция переднего калориметра.

детектор использовался для контроля за состоянием пучков ускорителя КЕКВ и расчёта мгновенной светимости, набираемой в эксперименте Belle. Он также мог быть использован для выделения двухфотонных процессов.

### 2.2.7 Детектор $K_L^0$ и мюонов

Детектор  $K_L^0$  и мюонов был расположен в ярме магнита установки Belle. Он состоял из последовательных слоёв железа толщиной 4.7 см, составлявших ярмо магнита, и детекторных слоёв. В цилиндрической части детектора было 15 детекторных слоёв, а в торцевых частях - по 14. В качестве детекторов использовались RPC-камеры. Детектор  $K_L^0$  и мюонов покрывал полярные углы от  $20^\circ$  до  $155^\circ$ . Количество материала в детекторе соответствовало 3.9 длин взаимодействия для  $K_L^0$ , а до попадания в него - ещё 0.8 длин взаимодействия (большой частью за счёт электромагнитного калориметра). Детектирование  $K_L^0$  происходило по ливню, возникающему при его взаимодействии с железом магнита или материалом электромагнитного калориметра. Направление импульса  $K_L^0$  определялось по положению ливня, но из-за флуктуаций размера ливня измерение энергии  $K_L^0$  было невозможным.

Таблица 2.2: Сечения различных процессов и их частоты для светимости  $1.0 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  при наборе данных в области резонанса  $\Upsilon(4S)$ . Угол  $\theta$  - полярный угол в лабораторной системе отсчёта,  $p_t$  - поперечный импульс. Для процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  триггер срабатывает только для 1 из 100 событий; частота указана с учётом такого отбора.

Процесс	Сечение, нб	Частота, Гц
$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$	1.2	12
$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$	2.8	28
$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$	1.6	16
Упругое рассеяние $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ( $\theta > 17^\circ$ )	44	440 / 100 = 4.4
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ( $\theta > 17^\circ$ )	2.4	24 / 100 = 0.24
$\gamma\gamma$ процессы ( $\theta > 17^\circ, p_t > 0.1 \text{ ГэВ}/c$ )	$\sim 15$	$\sim 35$ ( $p_t > 0.3 \text{ ГэВ}/c$ )
Всего	$\sim 67$	$\sim 96$

## 2.2.8 Триггер

Система сбора данных эксперимента Belle могла записывать события с максимальной частотой 500 Гц; отбор записываемых событий обеспечивал триггер первого уровня. Сечения различных физических процессов и их частоты для расчётной светимости коллайдера КЕКВ ( $1.0 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ) приведены в табл. 2.2 (достигнутая светимость больше в 2.1 раза). Запись событий  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  нужна для измерения светимости и калибровки детектора, но, так как сечения этих процессов велики, то отбиралось только 1 из 100 таких событий.

Для формирования триггера первого уровня информация с различных детекторов поступала в общие логические схемы принятия решения (GDL). Для отбора адронных событий использовались следующие триггеры:

- По числу треков в дрейфовой камере (число треков  $\geq 3$ ).
- По наличию изолированных кластеров в калориметре (число кластеров  $\geq 4$ ).
- По полной выделенной в калориметре энергии ( $E > 1 \text{ ГэВ}$ ).

Адронные события отбирались при выполнении любого из этих условий. Эффективность триггеров определялась из данных с использованием их избыточности. Каждый из них обладал эффективностью более 96% для адронных событий, а комбинированная эффективность триггера превышала 99.5%.

После триггера первого уровня события проходили также программные триггеры третьего и четвёртого уровней. Они отбирали следующие события:

- События, отобранные определёнными триггерами (например,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ), записывались без дальнейшего отбора.
- Отбирались события, для которых энергия, выделенная в калориметре, была больше 3 ГэВ для третьего уровня и 4 ГэВ для четвёртого уровня.
- При меньшей выделенной энергии отбирались события с треком, выходящим из точки взаимодействия. При этом ограничивались цилиндрические координаты  $dr$  и  $dz$  точки трека, ближайшей к оси  $z$  системы координат. Условие для третьего уровня -  $|dz| < 5.0$  см; для триггера четвёртого уровня использовалось более жёсткое условие -  $|dr| < 1.0$  см,  $|dz| < 4.0$  см и поперечный импульс  $p_t > 0.3$  ГэВ/ $c$ .
- Для контроля эффективности триггера небольшая доля событий (0.5% для третьего уровня и 1% для четвёртого уровня) записывалась даже при условии, что другие условия не выполнялись.

Программными триггерами отбиралось около 1/4 всех событий, отобранных на первом уровне; при этом эффективность отбора на адронном образце данных составляла 99.8%.

### 2.2.9 Идентификация частиц

Идентификация  $\pi$ -мезонов и  $K$ -мезонов была основана на следующих критериях:

1. Измерение потерь энергии  $dE/dx$  в дрейфовой камере.
2. Измерение времени пролёта.
3. Измерение числа фотоэлектронов в аэрогелевых черенковских счётчиках.

На рис. 2.11 схематически показано то, какие из этих измерений использовались для идентификации в зависимости от импульса частицы. На основании этих измерений вычислялись функции правдоподобия  $\mathcal{L}_\pi$  и  $\mathcal{L}_K$ . Для разделения двух типов частиц использовалось отношение функций правдоподобия:

$$R_{\pi/K} = \frac{\mathcal{L}_\pi}{\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_K}, \quad (2.1)$$

$$R_{K/\pi} = \frac{\mathcal{L}_K}{\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_K}.$$

Отношения функций правдоподобия меняются в пределах от 0 до 1; например, ограничение  $R_{K/\pi} > 0.6$  соответствует отбору  $K$ -мезонов. Эффективность этого

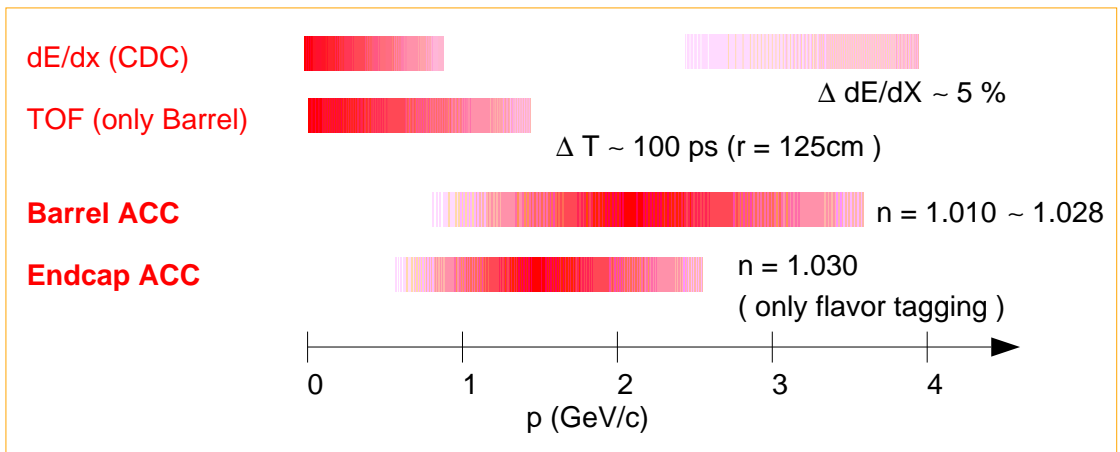


Рис. 2.11: Использование информации с различных детекторов для идентификации частиц в зависимости от импульса трека.

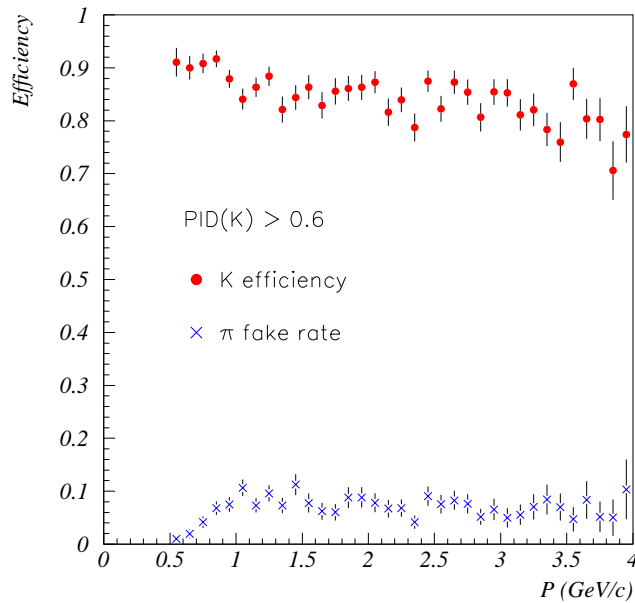


Рис. 2.12: Эффективность идентификации каонов, полученная из реальных данных при помощи анализа распадов  $D^{*+} \rightarrow D^0(\rightarrow K^- \pi^+) \pi^+$ .

ограничения и доля проходящих его  $\pi$ -мезонов показаны на рис. 2.12. Различие  $\pi$ -мезонов или  $K$ -мезонов и протонов происходило аналогичным образом.

Для идентификации электронов использовались те же измерения, и, кроме того:

1. Соответствие между кластером в калориметре и экстраполированного до калориметра трека заряженной частицы.
2. Отношение энергии, выделенной в калориметре, к импульсу трека.
3. Поперечная форма ливня в калориметре.

Использовались функции правдоподобия для электронов и всех остальных частиц; отношение функций правдоподобия было определено как

$$R_e = \frac{\mathcal{L}_e}{\mathcal{L}_e + \mathcal{L}_{(\text{не } e)}}. \quad (2.2)$$

Для идентификации мюонов использовались пролёт и поперечное рассеяние частиц в детекторе  $K_L^0$  и мюонов. Отношение функций правдоподобия для мюонов было определено следующим образом:

$$R_\mu = \frac{\mathcal{L}_\mu}{\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_\mu}. \quad (2.3)$$

Эффективность идентификации мюонов и вероятность неправильной идентификации  $\pi$ -мезонов с ограничением  $R_\mu > 0.66$  показана на рис. 2.13.

### 2.2.10 Моделирование детектора

Для моделирования отклика детектора, поиска возможных фонов и определения эффективности восстановления использовалось моделирование детектора методом Монте-Карло. На первом этапе происходила генерация исследуемого процесса на кинематическом уровне. Для моделирования сигнальных распадов использовался генератор EvtGen [162]. На втором этапе происходило моделирование отклика детектора; программа, выполняющая это моделирование, была написана с использованием библиотеки GEANT 3 [163]. При этом учитывался ускорительный фон и его зависимость от светимости. Получаемые на втором этапе результаты моделирования имели тот же формат, что и реальные данные, и были пригодны для дальнейшей обработки при помощи программ восстановления событий, использовавшихся для реальных данных.

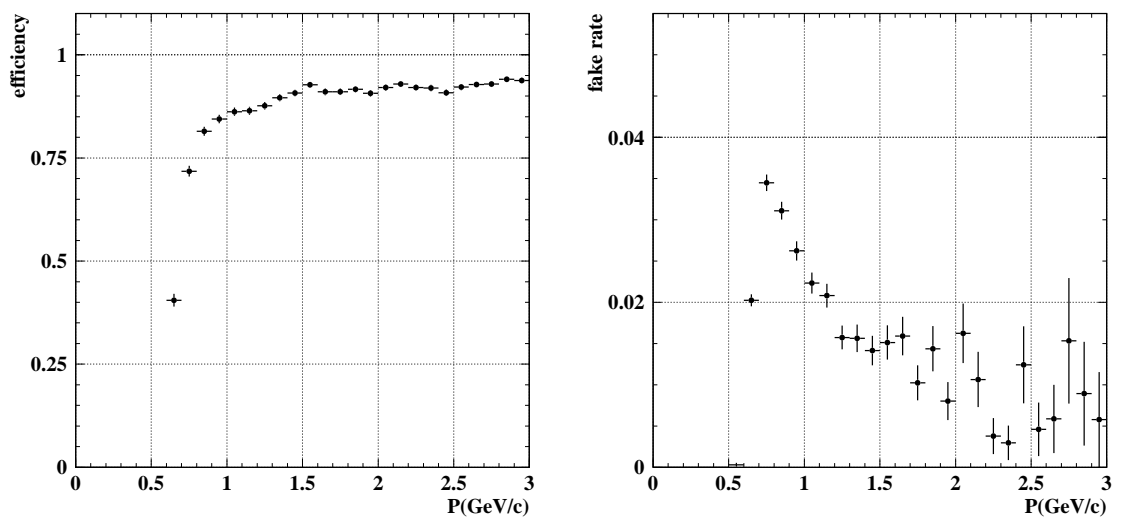


Рис. 2.13: Эффективность идентификации мюонов и вероятность неправильной идентификации  $\pi$ -мезонов (с условием  $R_\mu > 0.66$ ).



# Глава 3

## Измерение квантовых чисел

### $Z_c(4430)^+$

В 2007 году в эксперименте Belle в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  было обнаружено заряженное чармониеподобное состояние  $Z_c(4430)^+$ , распадающееся на  $\psi(2S)\pi^+$  [4]. Коллаборация BABAR выполнила поиск состояния  $Z_c(4430)^+$  в распадах  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  и  $\bar{B} \rightarrow J/\psi\pi^+K$ , но не подтвердила его существования [5]. Оба этих анализа не учитывали интерференцию распадов через резонансы  $Z_c(4430)^+$  и  $K^*$ . Поэтому в 2009 году коллаборацией Belle был выполнен Далиц-анализ распадов  $\bar{B} \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$  с использованием тех же данных, который подтвердил, что состояние  $Z_c(4430)^+$  наблюдается в данных Belle [6]. Однако, из-за интегрирования по угловым переменным в Далиц-анализе теряется чувствительность к квантовым числам состояния  $Z_c(4430)^+$ , измерение которых важно для установления его природы. Поэтому был выполнен полный амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ , представленный ниже. Для анализа использовался образец данных размером 711 фб, содержащий  $772 \times 10^6$  пар  $B$ -мезонов, набранный в эксперименте Belle на энергии резонанса  $\Upsilon(4S)$ . Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работе [7].

### 3.1 Отбор событий

Были отобраны распады  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$  (включение зарядово-сопряжённых распадов подразумевается), при этом  $\psi(2S)$ -мезон восстанавливался по распадам в  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$ .

Для всех треков накладывалось требование вылета из района точки взаимодействия:  $dr < 0.2$  см и  $|dz| < 2$  см, где  $dr$  и  $dz$  - цилиндрические координаты (ось  $z$  системы координат параллельна позитронному пучку и направлена противоположно

ему, начало координат - усреднённая точка взаимодействия) точки трека, ближайшей к оси  $z$  (в области взаимодействия). Заряженные  $\pi$ - и  $K$ -мезоны идентифицировались с использованием отношений правдоподобия  $R_{\pi/K} = \mathcal{L}_{\pi}/(\mathcal{L}_{\pi} + \mathcal{L}_K)$  и  $R_{K/\pi} = \mathcal{L}_K/(\mathcal{L}_{\pi} + \mathcal{L}_K)$ , где  $\mathcal{L}_{\pi}$  и  $\mathcal{L}_K$  - функции правдоподобия для  $\pi$  и  $K$  соответственно, которые вычислялись с использованием информации о времени пролёта из TOF, числа фотоэлектронов в АСС и измерения  $dE/dx$  в CDC. Накладывались требования  $R_{\pi/K} > 0.6$  для кандидатов в  $\pi$  и  $R_{K/\pi} > 0.6$  для кандидатов в  $K$ . Эффективность идентификации  $K$  составляла около 90%, а вероятность неправильной идентификации  $\pi$  - около 10%. Мюоны идентифицировались по их длине пролёта и поперечному рассеянию в KLM. Электроны идентифицировались по наличию электромагнитного ливня в ECL, соответствующего треку. Кандидаты в  $\pi$  и  $K$ , для которых вероятность того, что частица - электрон, составляла более 90%, отбрасывались.

Для кандидатов в  $\psi(2S)$ , восстановленных в распаде на  $e^+e^-$ , в вычисление инвариантной массы включались фотоны с энергией более 30 МэВ, для которых угол между импульсами фотона и одного из лептонов составлял менее 50 мрад. Накладывалось требование  $|M(\ell^+\ell^-) - m_{\psi(2S)}| < 60 \text{ МэВ}/c^2$ , где  $\ell$  -  $\mu$  или  $e$ . Для кандидатов в  $\psi(2S)$  выполнялась подгонка в массу.

Масса  $\bar{B}^0$ -мезона, вычисленная из энергии пучка, определяется как

$$M_{bc} = \sqrt{E_{\text{beam}}^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2}, \quad (3.1)$$

где  $E_{\text{beam}}$  - энергия пучка в системе центра масс и  $\vec{p}_i$  - импульсы продуктов распада в той же системе отсчёта. Накладывалось требование  $|M_{bc} - m_B| < 7 \text{ МэВ}/c^2$ , где  $m_B$  - масса  $\bar{B}^0$  [164]. Для кандидатов в  $\bar{B}^0$  выполнялась подгонка в массу.

## 3.2 Распределения событий и выход сигнала

Разница между восстановленной энергией и энергией пучка  $\Delta E = \sum_i E_i - E_{\text{beam}}$ , где  $E_i$  - энергии продуктов распада  $\bar{B}^0$ -мезона, использовалась для выделения сигнала. Сигнальная область была определена как  $|\Delta E| < 15 \text{ МэВ}$ , а контрольные области были определены как  $30 \text{ МэВ} < |\Delta E| < 45 \text{ МэВ}$ . Распределение по  $\Delta E$  показано на рис. 3.1.

Для определения выходов сигнала и фона была выполнена бинированная подгонка распределения по  $\Delta E$  методом максимума правдоподобия. Распределение подгонялось суммой двух функций Гаусса, которые описывали сигнал, и многочлена второго порядка, который описывал фон. Все параметры при подгонке были

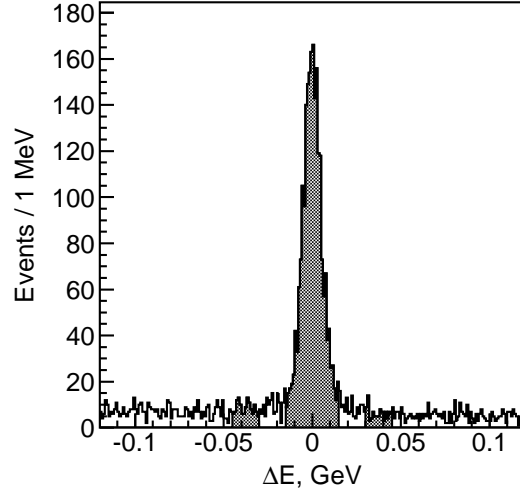


Рис. 3.1: Распределение по  $\Delta E$ ; сигнальная и контрольные области заштрихованы.

свободными. Полное число событий в сигнальной области - 2181; число сигнальных событий, определённое из подгонки, равно  $2010 \pm 50 \pm 40$  (здесь и далее, первая ошибка - статистическая, а вторая - систематическая). Систематическая ошибка была оценена при помощи изменения интервала подгонки по  $\Delta E$  и порядка многочлена, описывающего фон. В 1.4% событий обнаружены множественные восстановленные кандидаты в  $B^0$ -мезоны; отбор лучшего кандидата не производился.

График Далица в координатах  $(M_{K^-\pi^+}^2, M_{\psi(2S)\pi^+}^2)$  для сигнальной области показан на рис. 3.2(a). На графике чётко видна вертикальная полоса, вызванная рождением промежуточного резонанса  $K^*(892)$ . График Далица для контрольных областей показан на рис. 3.2(b); распределение фона близко к равномерному.

Для вычисления эффективности восстановления были сгенерированы методом Монте-Карло события  $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^+\pi^-$  с однородным распределением по фазовому пространству. Эффективность была скорректирована на разницу эффективности идентификации частиц в данных и Монте-Карло, которая была получена из контрольных данных:  $D^{*+} \rightarrow D^0(\rightarrow K^-\pi^+)\pi^+$  для  $K$  и  $\pi$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$  для  $\mu$  и  $e$ .

Эффективность как функция переменных графика Далица показана на рис. 3.2(c). Эффективность падает в левом нижнем углу из-за малого импульса  $\pi$ -мезонов и в верхнем углу из-за малого импульса  $K$ -мезонов; в остальных частях графика Далица эффективность меняется слабо. Эффективность как функция угловых переменных показана на рис. 3.3;  $\theta_{\psi(2S)}$  - хелисити-угол  $\psi(2S)$  [угол меж-

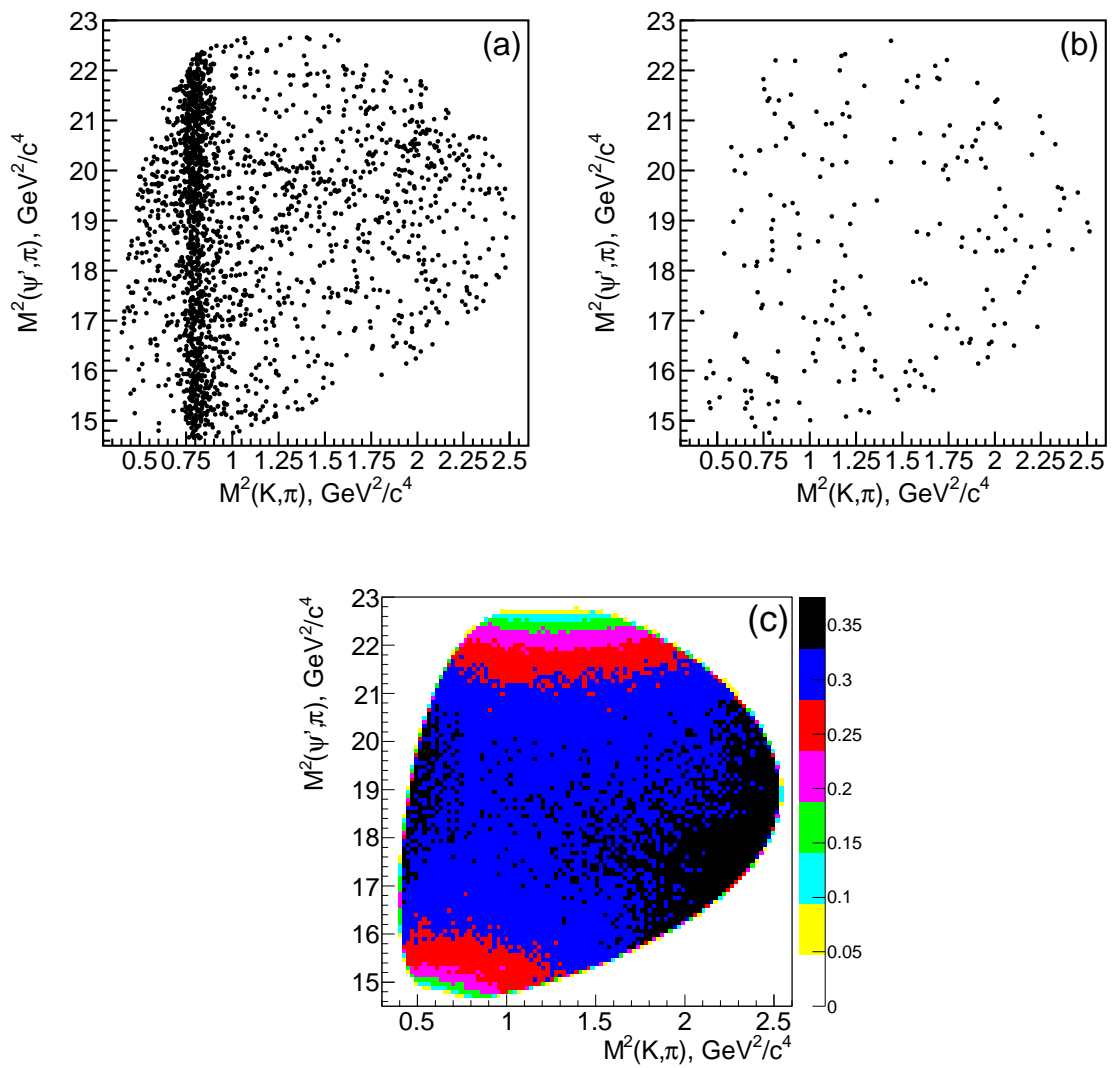


Рис. 3.2: Графики Далица для сигнальной области (а), контрольных областей (б) и эффективности (с).

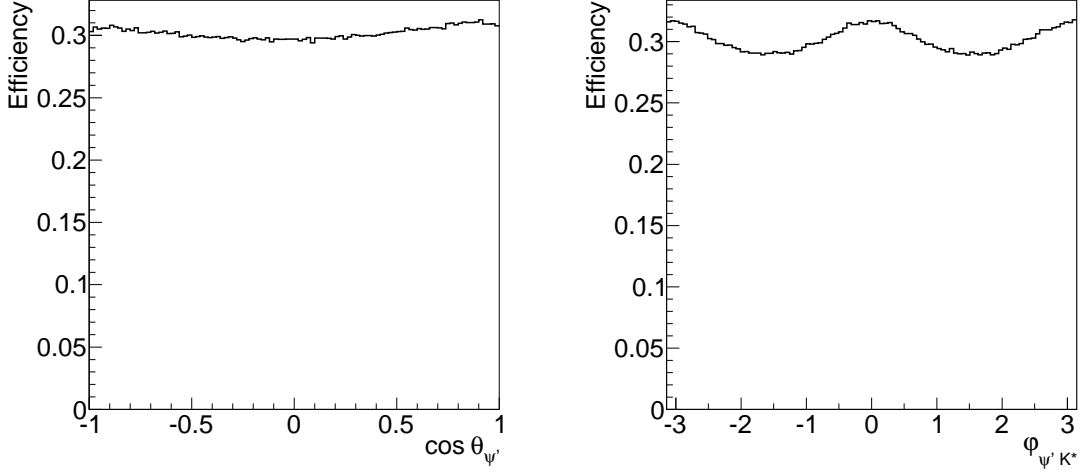


Рис. 3.3: Зависимость эффективности от угловых переменных.

ду импульсами системы  $(K^-, \pi^+)$  и  $\ell^-$  в системе покоя  $\psi(2S)$ ] а  $\varphi$  - угол между плоскостями, определяемыми импульсами  $(\ell^+, \ell^-)$  и  $(K^-, \pi^+)$  в системе покоя  $\bar{B}^0$ . Изменения эффективности в этих распределениях находятся на уровне 10%.

### 3.3 Формализм амплитудного анализа

#### 3.3.1 Модель амплитуды

Амплитуда распада  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$  была представлена суммой вкладов отдельных промежуточных двухчастичных состояний. Основная модель включала вклады от всех известных резонансов в системе  $K^+\pi^-$  с массой ниже кинематической границы ( $1593 \text{ МэВ}/c^2$ ) [ $K_0^*(800)$ ,  $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_0^*(1430)$ ,  $K_2^*(1430)$ ], первый резонанс выше границы [ $K^*(1680)$ ] и экзотический резонанс в системе  $\psi(2S)\pi^+$ .

Амплитуда определена в четырёхмерном фазовом пространстве

$$\Phi = (M_{K^-\pi^+}^2, M_{\psi'\pi^+}^2, \theta_{\psi(2S)}, \varphi). \quad (3.2)$$

Независящая от углов часть амплитуды распада  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$  через двухчастичный промежуточный резонанс  $R$ , где  $R$  может обозначать резонанс как в системе  $K^-\pi^+$ , так и  $\psi(2S)\pi^+$ , равна

$$A^R(M_R^2) = \frac{F_B^{(L_B)} F_R^{(L_R)} \left(\frac{p_B}{m_B}\right)^{L_B} \left(\frac{p_R}{M_R}\right)^{L_R}}{m_R^2 - M_R^2 - im_R \Gamma(M_R)}, \quad (3.3)$$

где  $M_R$  - инвариантная масса двух дочерних частиц резонанса  $R$ ;  $F_B^{(L_B)}$  и  $F_R^{(L_R)}$  - формфакторы распадов  $\bar{B}^0$  и резонанса  $R$  (верхний индекс обозначает угловой момент распада); множитель  $(p_B/m_B)^{L_B} \cdot (p_R/M_R)^{L_R}$  связан с импульсной зависимостью волновой функции [ $p_B$  ( $p_R$ ) - импульс дочерних частиц  $\bar{B}^0$ -мезона (резонанса  $R$ ) в системе покоя  $B$  ( $R$ )];  $m_B$  - масса  $\bar{B}^0$ -мезона;  $m_R$  - масса и  $\Gamma(M_R)$  - энергозависимая ширина резонанса  $R$ . Формула (3.3) применялась в предшествующих амплитудных анализах коллаборации Belle [6, 127]. Независящая от углов часть нерезонансной амплитуды, которая вводилась при изучении систематической ошибки, даётся формулой (3.3) без знаменателя.

Использовались формфакторы Блатта-Вайскопфа [165]:

$$\begin{aligned}
F^{(0)} &= 1, \\
F^{(1)} &= \sqrt{\frac{1+z_0}{1+z}}, \\
F^{(2)} &= \sqrt{\frac{z_0^2+3z_0+9}{z^2+3z+9}}, \\
F^{(3)} &= \sqrt{\frac{z_0^3+6z_0^2+45z_0+225}{z^3+6z^2+45z+225}},
\end{aligned} \tag{3.4}$$

где  $z = r^2 p_R^2$  ( $r$  - характерный размер адрона) и  $z_0 = r^2 p_{R0}^2$ , где  $p_{R0}$  - импульс дочерних частиц резонанса  $R$ , вычисленный для полюсной массы резонанса  $R$ . Для резонансов  $K^*$  с ненулевым спином  $J$ , угловой момент распада  $B$ -мезона  $L_B$  может принимать значения  $J-1$ ,  $J$  и  $J+1$ . В основной модели использовалось наименьшее возможное значение  $L_B$ , а другие возможности включены в систематическую ошибку. Энергозависимая ширина была параметризована как

$$\Gamma(M_R) = \Gamma_0 \cdot (p_R/p_{R0})^{2L_R+1} \cdot (m_R/M_R) \cdot F_R^2. \tag{3.5}$$

### 3.3.2 Вывод функции плотности сигнала

Зависящая от углов часть амплитуды была получена с использованием формализма спиральности. Вывод функции плотности сигнала (то есть функции, которая пропорциональна плотности вероятности, но необязательно нормирована на 1) представлен ниже.

При выводе существенным является различие частиц и античастиц; вначале вычисляется амплитуда распада  $B^0$ -мезона ( $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^+\pi^-$ ), а затем из неё получается амплитуда для  $\bar{B}^0$ -мезона ( $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ ). Поэтому при вычислении амплитуды речь идёт о распаде через  $Z_c(4430)^-$ , а не  $Z_c(4430)^+$ .

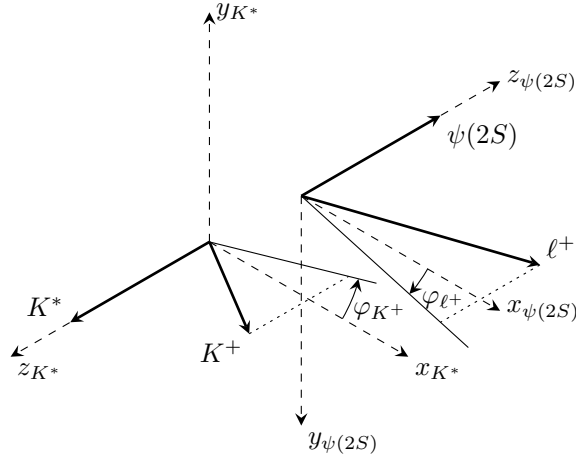


Рис. 3.4: Определение угла между плоскостями распада в распаде  $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^*(\rightarrow K^+\pi^-)$  (в системе покоя  $B^0$ ).

### Распад через резонанс $K^*$

Определение угла между плоскостями распада  $\psi(2S)$  и  $K^*$  показано на рис. 3.4. Системы координат  $(x_{K^*}, y_{K^*}, z_{K^*})$  и  $(x_{\psi(2S)}, y_{\psi(2S)}, z_{\psi(2S)})$  определены в системе покоя  $B^0$ ; оси  $x_{K^*}$  и  $x_{\psi(2S)}$  выбраны так, что они совпадают. Угол  $\phi$  определён как

$$\phi = \phi_{K^+} + \phi_{\ell^+}, \quad (3.6)$$

где  $\phi_{K^+}$  и  $\phi_{\ell^+}$  - азимутальные углы  $K^+$  и  $\ell^+$  соответственно. Тригонометрические функции этого угла равны

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{(\vec{a}_{K^+} \cdot \vec{a}_{\ell^+})}{|\vec{a}_{K^+}| |\vec{a}_{\ell^+}|}, \\ \sin \varphi &= \frac{([\vec{p}_{\psi(2S)} \times \vec{a}_{K^+}] \cdot \vec{a}_{\ell^+})}{|\vec{p}_{\psi(2S)}| |\vec{a}_{K^+}| |\vec{a}_{\ell^+}|}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{a}_{K^+} &= \vec{p}_{K^+} - \frac{(\vec{p}_{K^+} \cdot \vec{p}_{K^*})}{|\vec{p}_{K^*}|^2} \vec{p}_{K^*}, \\ \vec{a}_{\ell^+} &= \vec{p}_{\ell^+} - \frac{(\vec{p}_{\ell^+} \cdot \vec{p}_{\psi(2S)})}{|\vec{p}_{\psi(2S)}|^2} \vec{p}_{\psi(2S)}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где  $\vec{p}_{K^+}$ ,  $\vec{p}_{K^*}$ ,  $\vec{p}_{\ell^+}$  и  $\vec{p}_{\psi(2S)}$  - импульсы  $K^+$ ,  $K^*$ ,  $\ell^+$  и  $\psi(2S)$  в системе покоя  $B^0$  соответственно.

Определения хелисити-углов показаны на рис. 3.5. Системы координат  $(x'_{K^*}, y'_{K^*}, z'_{K^*})$  и  $(x'_{\psi(2S)}, y'_{\psi(2S)}, z'_{\psi(2S)})$  получаются из систем  $(x_{K^*}, y_{K^*}, z_{K^*})$  и  $(x_{\psi(2S)}, y_{\psi(2S)}, z_{\psi(2S)})$  при преобразовании Лоренца с переходом в системы покоя  $K^*$  и  $\psi(2S)$ , соответственно. Косинус хелисити-угла  $K^*$  равен

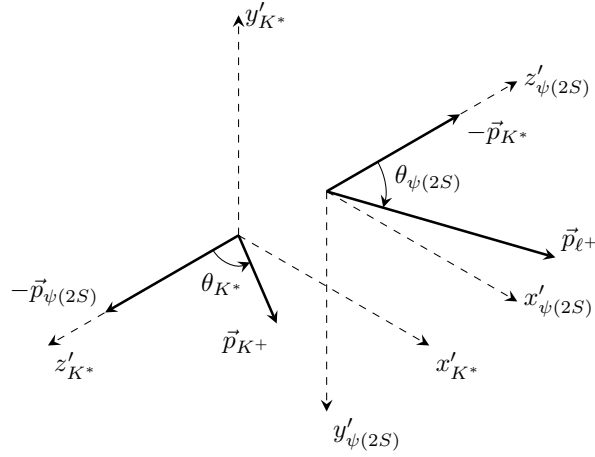


Рис. 3.5: Определение хелисити-углов для распада  $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+ \ell^-)K^*(\rightarrow K^+ \pi^-)$  (в системах покоя  $K^*$  и  $\psi(2S)$ ).

$$\cos \theta_{K^*} = \frac{-(\vec{p}_{\psi(2S)} \cdot \vec{p}_{K^+})}{|\vec{p}_{\psi(2S)}| |\vec{p}_{K^+}|}, \quad (3.9)$$

где  $\vec{p}_{\psi(2S)}$  и  $\vec{p}_{K^+}$  - импульсы  $\psi(2S)$  и  $K^+$  в системе покоя  $K^*$  соответственно; хелисити-угол  $\psi(2S)$  вычисляется аналогично.

Амплитуда распада  $B^0 \rightarrow \psi(2S)(\rightarrow \ell^+ \ell^-)K^*(\rightarrow K^+ \pi^-)$  равна

$$\begin{aligned} A_{\lambda\xi}^{K^*}(\Phi) &= H_{\lambda}^{K^*} A^{K^*}(M_{K^-\pi^+}^2) D_{\lambda 0}^{J(K^*)}(\varphi_{K^+}, \theta_{K^*}, 0) D_{\lambda\xi}^{1*}(\varphi_{\ell^+}, \theta_{\psi(2S)}, 0) \\ &= H_{\lambda}^{K^*} A^{K^*}(M_{K^-\pi^+}^2) e^{i\lambda\varphi_{K^+}} d_{\lambda 0}^{J(K^*)}(\theta_{K^*}) e^{i\lambda\varphi_{\ell^+}} d_{\lambda\xi}^1(\theta_{\psi(2S)}) \\ &= H_{\lambda}^{K^*} A^{K^*}(M_{K^-\pi^+}^2) e^{i\lambda\varphi} d_{\lambda 0}^{J(K^*)}(\theta_{K^*}) d_{\lambda\xi}^1(\theta_{\psi(2S)}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

где  $H_{\lambda}^{K^*}$  - спиральные амплитуды,  $\lambda$  - спиральность  $\psi(2S)$ ,  $\xi$  - спиральность пары лептонов,  $d_{\lambda 0}^{J(K^*)}(\theta_{K^*})$  и  $d_{\lambda\xi}^1(\theta_{\psi(2S)})$  -  $d$ -функции Вигнера и  $J(K^*)$  - спин резонанса  $K^*$ . Для резонансов  $K^*$  со спином 0 разрешено только значение  $\lambda = 0$ . Зависящая от углов часть нерезонансной амплитуды даётся уравнением (3.10) с относительным угловым моментом  $K^+$  и  $\pi^-$  вместо  $J(K^*)$ .

Заметим, что ориентация системы координат  $(x''_{\psi(2S)}, y''_{\psi(2S)}, z''_{\psi(2S)})$ , которая получается из системы координат  $(x'_{\psi(2S)}, y'_{\psi(2S)}, z'_{\psi(2S)})$  после вращения на угол  $\varphi_{\ell^+}$  вокруг оси  $z$  и на угол  $\theta_{\psi(2S)}$  вокруг оси  $y$ , зафиксирована тем условием, что импульс  $K^*$  лежит в плоскости  $(x''_{\psi(2S)}, z''_{\psi(2S)})$ .

### Распад через $Z_c(4430)^-$

Определение хелисити-угла  $Z_c^-$  показано на рис. 3.6. Система координат  $(x_{Z_c^-}, y_{Z_c^-}, z_{Z_c^-})$  определена в системе покоя  $Z_c(4430)^-$  и её ориентация выбрана так, что импульс  $\psi(2S)$  лежит в плоскости  $(x_{Z_c^-}, y_{Z_c^-})$ .



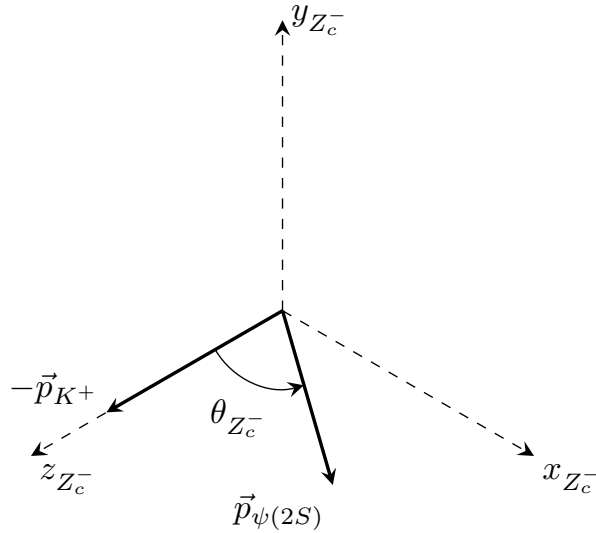


Рис. 3.6: Определение хелисити-угла  $Z_c(4430)^-$  [в системе покоя  $Z_c(4430)^-$ ].

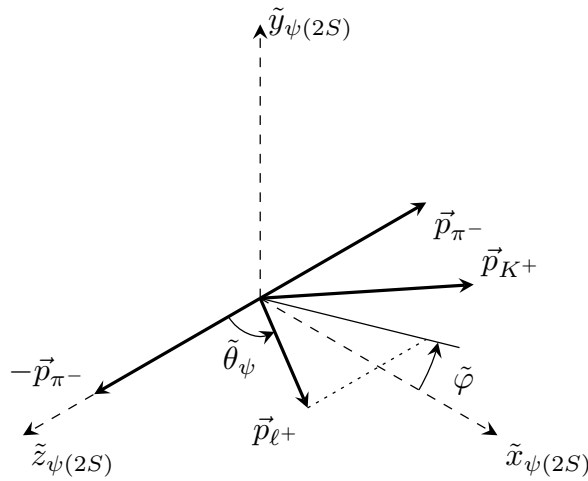


Рис. 3.7: Определения хелисити-угла  $\psi(2S)$  и угла  $\tilde{\varphi}$  (в системе покоя  $\psi(2S)$ ).

Определения хелисити-угла  $\psi(2S)$  и угла  $\tilde{\varphi}$  показаны на рис. 3.7. Система координат  $(\tilde{x}_{\psi(2S)}, \tilde{y}_{\psi(2S)}, \tilde{z}_{\psi(2S)})$  определена в системе покоя  $\psi(2S)$ ; импульс  $K^+$  лежит в плоскости  $(\tilde{x}_{\psi(2S)}, \tilde{z}_{\psi(2S)})$  (азимутальный угол  $K^+$  равен 0). Тригонометрические функции азимутального угла  $\tilde{\varphi}$  равны

$$\begin{aligned} \cos \tilde{\varphi} &= \frac{(\vec{a}_{K^+} \cdot \vec{a}_{\ell^+})}{|\vec{a}_{K^+}| |\vec{a}_{\ell^+}|}, \\ \sin \tilde{\varphi} &= \frac{-([\vec{p}_{\pi^-} \times \vec{a}_{K^+}] \cdot \vec{a}_{\ell^+})}{|\vec{p}_{\pi^-}| |\vec{a}_{K^+}| |\vec{a}_{\ell^+}|}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

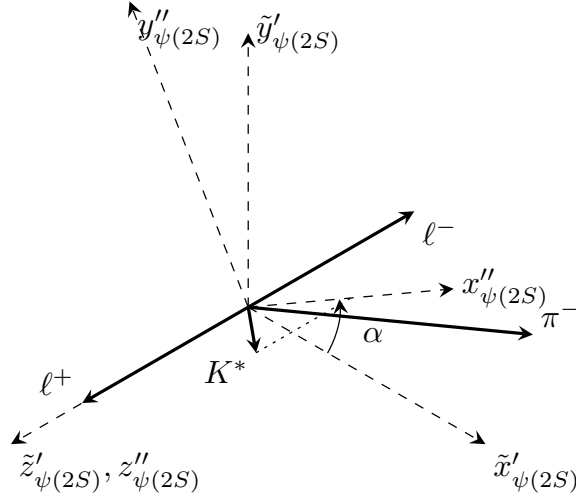


Рис. 3.8: Определение угла  $\alpha$  (в системе покоя  $\psi(2S)$ ).

где

$$\begin{aligned}\vec{a}_{K^+} &= \vec{p}_{K^+} - \frac{(\vec{p}_{K^+} \cdot \vec{p}_{\pi^-})}{|\vec{p}_{\pi^-}|^2} \vec{p}_{\pi^-}, \\ \vec{a}_{\ell^+} &= \vec{p}_{\ell^+} - \frac{(\vec{p}_{\ell^+} \cdot \vec{p}_{\pi^-})}{|\vec{p}_{\pi^-}|^2} \vec{p}_{\pi^-},\end{aligned}\tag{3.12}$$

где  $\vec{p}_{K^+}$ ,  $\vec{p}_{\pi^-}$  и  $\vec{p}_{\ell^+}$  - импульсы  $K^+$ ,  $\pi^-$  и  $\ell^+$  в системе покоя  $\psi(2S)$  соответственно.

Ориентация системы координат  $(\tilde{x}'_{\psi(2S)}, \tilde{y}'_{\psi(2S)}, \tilde{z}'_{\psi(2S)})$ , которая получается из системы координат  $(\tilde{x}_{\psi(2S)}, \tilde{y}_{\psi(2S)}, \tilde{z}_{\psi(2S)})$  после вращения на угол  $\tilde{\varphi}$  вокруг оси  $z$  и на угол  $\tilde{\theta}_{\psi(2S)}$  вокруг оси  $y$ , удовлетворяет тому условию, что импульс  $\pi^-$  лежит в плоскости  $(\tilde{x}'_{\psi(2S)}, \tilde{z}'_{\psi(2S)})$ ; таким образом, эта система координат не совпадает с системой  $(x''_{\psi(2S)}, y''_{\psi(2S)}, z''_{\psi(2S)})$ . Рассматриваемые системы координат показаны на рис. 3.8. Тригонометрические функции азимутального угла  $\alpha$  равны

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{(\vec{a}_{\pi^-} \cdot \vec{a}_{K^*})}{|\vec{a}_{\pi^-}| |\vec{a}_{K^*}|}, \\ \sin \alpha &= \frac{([\vec{p}_{\ell^+} \times \vec{a}_{\pi^-}] \cdot \vec{a}_{K^*})}{|\vec{p}_{\ell^+}| |\vec{a}_{\pi^-}| |\vec{a}_{K^*}|},\end{aligned}\tag{3.13}$$

где

$$\begin{aligned}\vec{a}_{K^*} &= \vec{p}_{K^*} - \frac{(\vec{p}_{K^*} \cdot \vec{p}_{\ell^+})}{|\vec{p}_{\ell^+}|^2} \vec{p}_{\ell^+}, \\ \vec{a}_{\pi^-} &= \vec{p}_{\pi^-} - \frac{(\vec{p}_{\pi^-} \cdot \vec{p}_{\ell^+})}{|\vec{p}_{\ell^+}|^2} \vec{p}_{\ell^+},\end{aligned}\tag{3.14}$$

где  $\vec{p}_{K^*}$ ,  $\vec{p}_{\pi^-}$  и  $\vec{p}_{\ell^+}$  - импульсы  $K^*$ ,  $\pi^-$  и  $\ell^+$  в системе покоя  $\psi(2S)$  соответственно. После дополнительного вращения на угол  $\alpha$  вокруг оси  $z$  система координат  $(\tilde{x}'_{\psi(2S)}, \tilde{y}'_{\psi(2S)}, \tilde{z}'_{\psi(2S)})$  будет совпадать с системой  $(x''_{\psi(2S)}, y''_{\psi(2S)}, z''_{\psi(2S)})$ ; таким

образом, конечные состояния будут совпадать для распадов через  $K^*$  и через  $Z_c(4430)^-$ .

Амплитуда распада  $B^0 \rightarrow K^+ Z_c^- (\rightarrow \psi(2S) (\rightarrow \ell^+ \ell^-) \pi^-)$  равна

$$\begin{aligned} A_{\lambda' \xi}^{Z_c^-}(\Phi) &= H_{\lambda'}^{Z_c^-} A^{Z_c^-} (M_{\psi' \pi^+}^2) D_{0 \lambda'}^{J(Z_c^-)*}(0, \theta_{Z_c^-}, 0) D_{\lambda' \xi}^{1*}(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta}_{\psi(2S)}, \alpha) \\ &= H_{\lambda'}^{Z_c^-} A^{Z_c^-} (M_{\psi' \pi^+}^2) d_{0 \lambda'}^{J(Z_c^-)}(\theta_{Z_c^-}) e^{i \lambda' \tilde{\varphi}} d_{\lambda' \xi}^1(\tilde{\theta}_{\psi(2S)}) e^{i \xi \alpha}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где  $H_{\lambda'}^{Z_c^-}$  - спиральные амплитуды и  $\lambda'$  - спиральность  $\psi(2S)$ . Если спин  $Z_c^-$  равен 0, то разрешено только значение  $\lambda' = 0$ . Амплитуды в (3.15) связаны из-за сохранения чётности в распаде  $Z_c^- \rightarrow \psi(2S) \pi^-$ :

$$H_{\lambda'}^{Z_c^-} = -P(Z_c^-) (-1)^{J(Z_c^-)} H_{-\lambda'}^{Z_c^-}. \quad (3.16)$$

Заметим, что амплитуды для  $\lambda$  и  $-\lambda$  в формуле (3.10) не связаны, так как  $\psi(2S)$  рождается в слабом распаде  $B^0 \rightarrow \psi(2S) K^*$ .

### Общая формула

Объединяя амплитуды (3.10) и (3.15), можно получить функцию плотности сигнала для распада  $B^0 \rightarrow \psi(2S) K^+ \pi^-$ :

$$S(\Phi) = \sum_{\xi=1,-1} \left| \sum_{K^*} \sum_{\lambda=-1,0,1} A_{\lambda \xi}^{K^*}(\Phi) + \sum_{\lambda'=-1,0,1} A_{\lambda' \xi}^{Z_c^-}(\Phi) \right|^2. \quad (3.17)$$

Пара лептонов рождается в электромагнитном распаде  $\psi(2S) \rightarrow \ell^+ \ell^-$  через виртуальный фотон, поэтому её спиральность  $\xi$  может быть равна 1 или  $-1$ .

Для зарядово сопряжённого распада  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S) K^- \pi^+$  частицы в определении угловых переменных заменяются на соответствующие античастицы ( $K^+ \rightarrow K^-$ ,  $\pi^- \rightarrow \pi^+$ ,  $\ell^+ \rightarrow \ell^-$  и  $\ell^- \rightarrow \ell^+$ ). При применении преобразования  $P$ -чётности хелисити-углы не меняются, а азимутальные углы меняют знак (так как  $\cos \tilde{\varphi} \rightarrow \cos \tilde{\varphi}$  и  $\sin \tilde{\varphi} \rightarrow -\sin \tilde{\varphi}$ ). В отсутствие  $CP$ -нарушения, функции плотности сигнала до и после применения преобразований  $C$  и  $P$  должны совпадать. Поэтому функция плотности сигнала для распада  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S) K^- \pi^+$  даётся формулой (3.17) с изменением знака всех азимутальных углов ( $\varphi \rightarrow -\varphi$ ,  $\tilde{\varphi} \rightarrow -\tilde{\varphi}$  и  $\alpha \rightarrow -\alpha$ ).

### 3.3.3 Метод подгонки

Выполнялась небинированная подгонка методом максимума правдоподобия в четырёхмерном пространстве  $\Phi$ . Построение функции правдоподобия выполнялось так же, как в работе [166]. Функция, которая должна быть минимизирована, равна

$$F = -2 \sum_i \ln \left( (1-b) \frac{S(\Phi_i)}{\sum_j S(\Phi_j)} + b \frac{B(\Phi_i)}{\sum_j B(\Phi_j)} \right), \quad (3.18)$$

где  $b$  - доля фоновых событий и  $B(\Phi)$  - функция плотности фона в сигнальной области. Суммирование  $\sum_i$  выполняется по событиям в данных; суммирование  $\sum_j$  выполняется по событиям Монте-Карло, сгенерированным с равномерным распределением по фазовому пространству и восстановленным с использованием тех же критериев отбора, что используются в данных. Эта процедура автоматически принимает в расчёт неравномерность эффективности, и её параметризация не требуется; необходима только параметризация формы фона.

Поскольку ко всем фазам можно прибавить одинаковую постоянную фазу без изменения функции плотности сигнала, фаза  $H_0^{K^*(892)}$  при подгонке была зафиксирована и равна 0. Разрешение детектора по  $M_{K\pi}$  и  $M_{\psi(2S)\pi}$  ( $\sigma \sim 3$  МэВ/ $c^2$ ) мало по сравнению с шириной всех рассматриваемых резонансов и игнорировалось. Массы и ширины резонансов  $K^*$ , кроме  $K_0^*(800)$ , были зафиксированы на их значениях [164]. Масса и ширина  $K_0^*(800)$  были зафиксированы на результате в основной модели без  $Z_c^+$  ( $M = 946 \pm 50$  МэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma = 736 \pm 126$  МэВ); случай с отпущенными массой и шириной был включён в систематическую ошибку. Масса и ширина  $Z_c(4430)^+$  не фиксировались на ранее измеренных значениях [6]. Параметры  $r$  в формфакторах Блатта-Вайскопфа были зафиксированы на значении  $1.6$  ГэВ $^{-1}$ .

## 3.4 Результаты

### 3.4.1 Подгонка распределения фона

Форма фона определялась с использованием контрольных областей по  $\Delta E$ . Использовалась функция плотности фона

$$B(\Phi) = P_2(M_{K^-\pi^+}, M_{\psi'\pi^+}), \quad (3.19)$$

где  $P_2$  - двумерный многочлен второго порядка. Выполнялась небинированная подгонка методом максимума правдоподобия, при этом функция, которая должна быть минимизирована, даётся уравнением (3.18) с  $b = 1$ . Таким образом, полученная в результате подгонки функция плотности  $B(\Phi)$  была поправлена на эффективность. Проекция результатов подгонки на переменные графика Далица показаны на рис. 3.9. Если также рассматривались и угловые переменные [при этом функция  $B(\Phi)$  домножалась на дополнительные многочлены второго порядка  $P_2^{(\varphi)}(\varphi)$  и  $P_2^{(\theta)}(\theta_{\psi(2S)})$ ], то оказалось, что коэффициенты их непостоянных членов после подгонки согласуются с 0; таким образом, фон не зависит от угловых переменных.

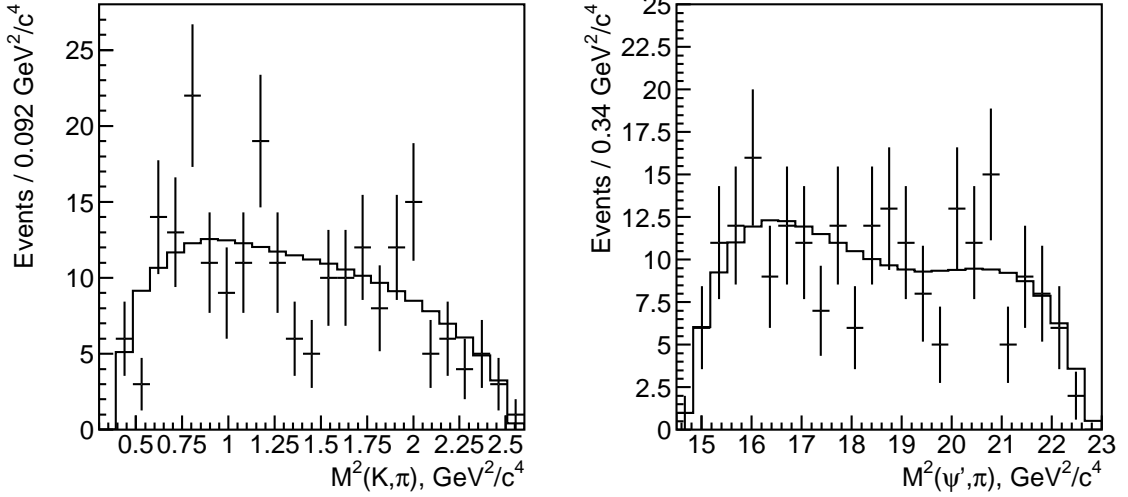


Рис. 3.9: Проекция результатов подгонки фоновых событий на  $M_{K\pi}^2$  и  $M_{\psi(2S)\pi}^2$ . Точки с ошибками - данные; гистограммы - результаты подгонки.

### 3.4.2 Подгонка данных

Результаты подгонки для массы, ширины и значимости  $Z_c(4430)^+$  в основной модели показаны в табл. 3.1 для всех гипотез о квантовых числах  $Z_c(4430)^+$  с  $J \leq 2$ . Заметим, что квантовые числа  $0^+$  запрещены из-за сохранения чётности в распаде  $Z_c(4430)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+$ . Значимость  $Z_c(4430)^+$  вычислялась из разницы  $-2 \ln L$  между моделями с сигналом  $Z_c(4430)^+$  и без него с учётом числа дополнительных степеней свободы (6 для квантовых чисел  $1^+$  и  $2^-$  или 4 в остальных случаях). Предпочтительной гипотезой о квантовых числах  $Z_c(4430)^+$  оказалась  $J^P = 1^+$ . Для проверки качества подгонки производилось бинирование графика Далица таким образом, что число событий в каждом бине  $n_i > 16$ . Затем вычислялось значение  $\chi^2$  как  $\sum_i (n_i - s_i)^2 / s_i$ , где  $s_i$  - интеграл функции, используемой для подгонки, по  $i$ -му бину. Генерировались псевдоэксперименты в соответствии с результатом подгонки в данных, производилась их подгонка, и доверительный уровень определялся как доля псевдоэкспериментов, в которых значение  $\chi^2$  было большим, чем значение  $\chi^2$  в данных. Доверительный уровень гипотезы  $1^+$  оказался равным 15%. Модули и фазы амплитуд для гипотезы  $1^+$  приведены в табл. 3.2. Значимости резонансов  $K^*$  показаны в табл. 3.3.

Для представления результатов график Далица был разделён на области, которые показаны на рис. 3.10. Вторая и четвёртая вертикальные области соответствуют областям резонансов  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ ; вторая горизонтальная область соответствует области  $Z_c(4430)^+$ . Проекция результатов подгонки на оси  $M_{K\pi}^2$  и

Таблица 3.1: Результаты подгонки в основной модели. Приведены только статистические ошибки.

$J^P$	$0^-$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$
Масса, МэВ/ $c^2$	$4479 \pm 16$	$4477 \pm 4$	$4485 \pm 20$	$4478 \pm 22$	$4384 \pm 19$
Ширина, МэВ	$110 \pm 50$	$22 \pm 14$	$200 \pm 40$	$83 \pm 25$	$52 \pm 28$
Значимость	$4.5\sigma$	$3.6\sigma$	$6.4\sigma$	$2.2\sigma$	$1.8\sigma$

Таблица 3.2: Абсолютные значения и фазы амплитуд в основной модели для квантовых чисел  $Z_c(4430)^+$   $J^P = 1^+$ . Приведены только статистические ошибки.

Резонанс	$a_0$	$\phi_0$	$a_1$	$\phi_1$	$a_{-1}$	$\phi_{-1}$
$K_0^*(800)$	$2.03 \pm 0.44$	$1.87 \pm 0.22$	...	...	...	...
$K^*(892)$	1 (фикс.)	0 (фикс.)	$0.81 \pm 0.07$	$-2.79 \pm 0.12$	$0.43 \pm 0.08$	$-1.64 \pm 0.15$
$K^*(1410)$	$0.52 \pm 0.22$	$0.12 \pm 0.66$	$0.47 \pm 0.44$	$-1.38 \pm 0.55$	$0.57 \pm 0.31$	$1.38 \pm 0.66$
$K_0^*(1430)$	$1.08 \pm 0.50$	$-2.57 \pm 0.63$	...	...	...	...
$K_2^*(1430)$	$8.48 \pm 2.45$	$-0.41 \pm 0.33$	$12.6 \pm 4.2$	$2.56 \pm 0.69$	$6.44 \pm 4.21$	$-2.44 \pm 1.12$
$K^*(1680)$	$0.31 \pm 0.51$	$2.08 \pm 0.17$	$1.91 \pm 0.77$	$3.08 \pm 0.26$	$0.48 \pm 0.59$	$-1.94 \pm 2.03$
$Z_c(4430)^+$	$8.85 \pm 2.57$	$-2.97 \pm 0.77$	$8.83 \pm 2.75$	$-2.80 \pm 0.27$	$(a_{-1}e^{i\phi_{-1}}) = (a_1e^{i\phi_1})$	

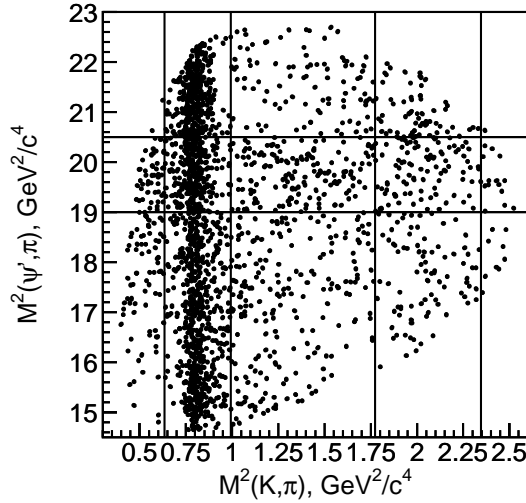


Рис. 3.10: Области графика Далица, используемые для представления результатов. Вертикальные деления расположены на  $(0.796)^2$  ГэВ $^2/c^4$ ,  $(0.996)^2$  ГэВ $^2/c^4$ ,  $(1.332)^2$  ГэВ $^2/c^4$  и  $(1.532)^2$  ГэВ $^2/c^4$ . Горизонтальные деления расположены на  $19.0$  ГэВ $^2/c^4$  и  $20.5$  ГэВ $^2/c^4$ .

Таблица 3.3: Относительные вклады и значимости всех резонансов в основной модели ( $J^P = 1^+$ ).

Резонанс	Относительный вклад	Значимость
$K_0^*(800)$	$(5.8 \pm 2.1)\%$	$3.6\sigma$
$K^*(892)$	$(63.8 \pm 2.6)\%$	$43.1\sigma$
$K^*(1410)$	$(4.3 \pm 2.3)\%$	$0.6\sigma$
$K_0^*(1430)$	$(1.1 \pm 1.4)\%$	$1.6\sigma$
$K_2^*(1430)$	$(4.5 \pm 1.0)\%$	$3.3\sigma$
$K^*(1680)$	$(4.4 \pm 1.9)\%$	$1.0\sigma$
$Z_c(4430)^+$	$(10.3_{-3.5}^{+3.0})\%$	$6.4\sigma$

$M_{\psi(2S)\pi}^2$  для гипотезы  $1^+$  и модели без  $Z_c(4430)^+$  показаны на рис. 3.11. Сумма результатов подгонки для первой, третьей и пятой вертикальных областей [проекция на ось  $M_{\psi(2S)\pi}^2$  с вырезанными резонансами  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ ] показана на рис. 3.12. Их проекции на угловые переменные показаны на рис. 3.13.

Также рассматривались другие модели амплитуды: модели без одного из незначимых резонансов  $K^*$  [ $K^*(1410)$ ,  $K_0^*(1430)$ ,  $K^*(1680)$ ]; с добавлением нерезонансной  $S$ -,  $P$ - и  $D$ -волновой амплитуды в системе  $K^+\pi^-$ ; с отпущенными параметрами  $r$  в формфакторах Блатта-Вайскопфа; с отпущенными массами и ширинами резонансов  $K^*$  (в пределах их ошибок [164]) и с амплитудой LASS [167] вместо амплитуды Брейта-Вигнера для  $K_0^*(800)$ .

В работе [6] значение углового момента  $L$  распада  $B$  варьировалось для изучения систематической ошибки. В этом анализе, вместо этого, используемые по умолчанию спиральные амплитуды с минимальным  $L$  были заменены на парциально-волновые амплитуды с известным  $L$  (что не приводило к значимому улучшению правдоподобия); эта модель также была включена в систематическую ошибку.

Значимость  $Z_c(4430)^+$  для всех моделей, кроме основной, приведена в табл. 3.4. Значимость гипотезы  $1^+$  больше или равна  $5.2\sigma$  для всех моделей.

Значимости исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4430)^+$  ( $J^P = j^p$ ), отличных от  $1^+$ , вычислялись методом Монте-Карло. Для каждой модели амплитуды генерировались псевдоэксперименты в соответствии с результатом подгонки с сигналом  $Z_c(4430)^+$  с квантовыми числами  $j^p$  в данных. Затем производилась подгонка этих псевдоэкспериментов с двумя различными квантовыми числами  $Z_c(4430)^+$  -  $j^p$  и  $1^+$ . Полученное распределение величины  $\Delta(-2 \ln L) = (-2 \ln L)_{J^P=j^p} - (-2 \ln L)_{J^P=1^+}$  подгонялось асимметричной функцией Гаусса, и  $p$ -значение вычислялось как интеграл от функции, полученной в результате под-

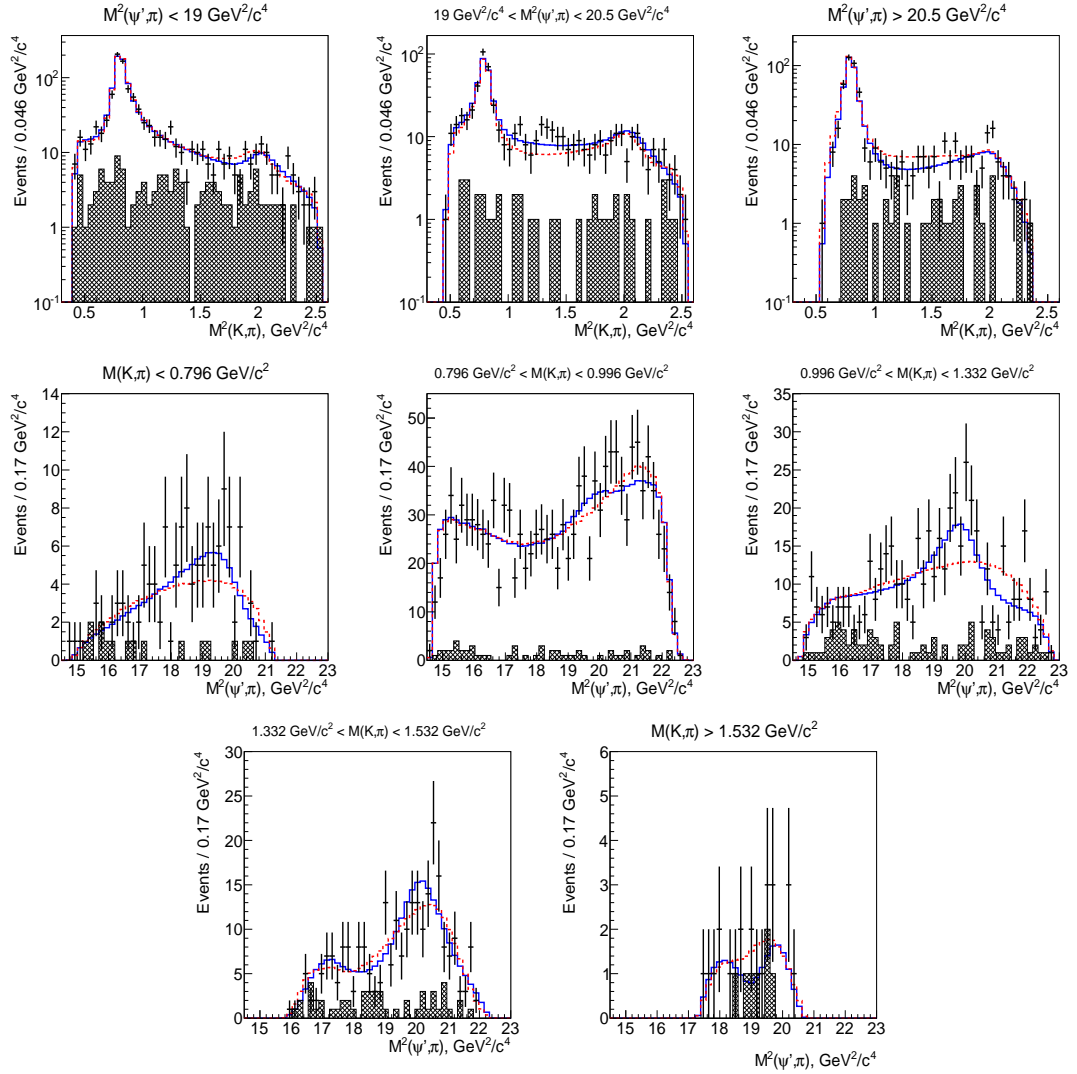


Рис. 3.11: Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c^+$  ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели. Точки с ошибками - данные; заштрихованные гистограммы - контрольные области. Используемые области графика Далица определены на рис. 3.10.



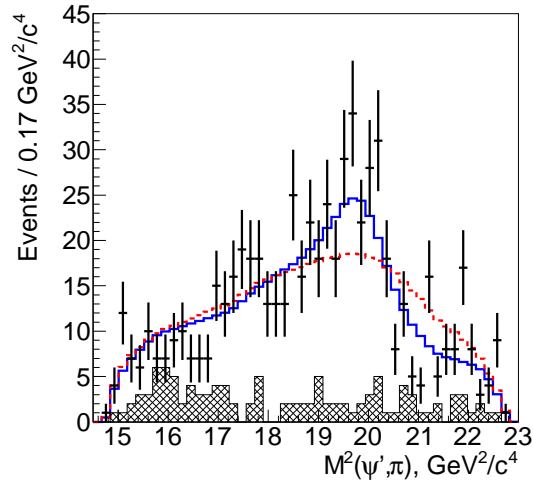


Рис. 3.12: Проекция результатов подгонки с исключением  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ . Обозначения те же, что и на рис. 3.11.

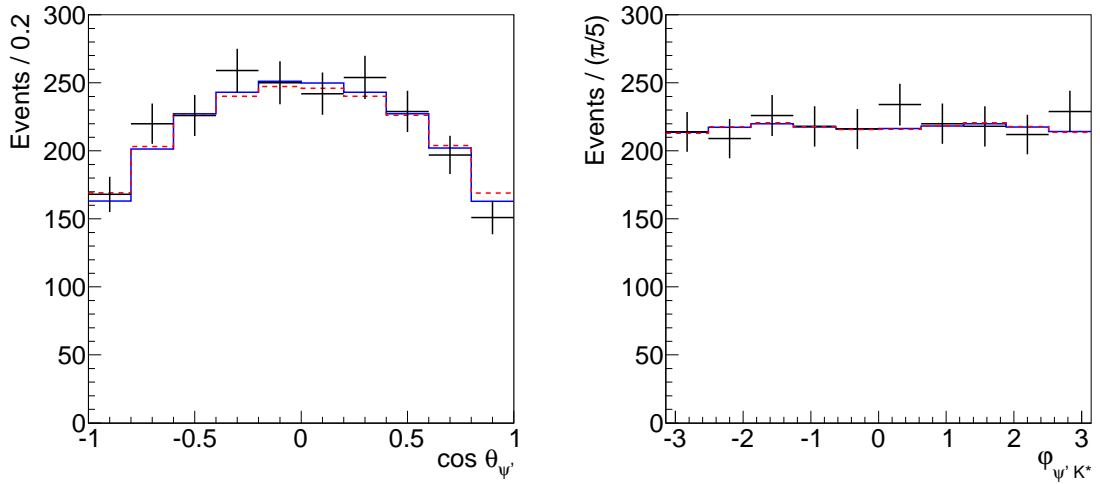


Рис. 3.13: Проекция результатов подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c^+$  ( $J^P = 1^+$ ) на угловые переменные в основной модели. Точки с ошибками - данные.

Таблица 3.4: Модельная зависимость значимости  $Z_c(4430)^+$ .

Модель	$0^-$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$
Без $K^*(1410)$	$3.8\sigma$	$3.4\sigma$	$6.9\sigma$	$2.1\sigma$	$1.0\sigma$
Без $K_0^*(1430)$	$4.9\sigma$	$3.5\sigma$	$7.4\sigma$	$1.4\sigma$	$1.0\sigma$
Без $K^*(1680)$	$4.2\sigma$	$3.3\sigma$	$7.2\sigma$	$2.6\sigma$	$1.4\sigma$
С $K_3^*(1780)$	$2.9\sigma$	$3.1\sigma$	$5.2\sigma$	$2.2\sigma$	$1.6\sigma$
LASS	$4.3\sigma$	$3.5\sigma$	$6.2\sigma$	$2.9\sigma$	$1.6\sigma$
Парциально-волновые амплитуды	$4.6\sigma$	$3.5\sigma$	$6.8\sigma$	$2.4\sigma$	$1.8\sigma$
Свободные массы и ширины	$4.8\sigma$	$3.5\sigma$	$6.4\sigma$	$2.7\sigma$	$2.0\sigma$
Свободные $r$	$4.1\sigma$	$3.7\sigma$	$6.4\sigma$	$2.4\sigma$	$1.9\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S)	$5.1\sigma$	$3.6\sigma$	$6.8\sigma$	$2.7\sigma$	$1.7\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P)	$5.4\sigma$	$3.6\sigma$	$6.9\sigma$	$3.0\sigma$	$2.2\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	$3.6\sigma$	$2.7\sigma$	$5.6\sigma$	$2.2\sigma$	$1.4\sigma$

гонки (нормированной на 1) от значения  $\Delta(-2 \ln L)$  в данных до  $+\infty$ . Результаты показаны в табл. 3.5. Гипотезы  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$  и  $2^+$  исключены по сравнению с гипотезой  $1^+$  на уровне  $3.4\sigma$ ,  $3.7\sigma$ ,  $4.7\sigma$  и  $5.1\sigma$  соответственно (с учётом систематической ошибки).

Кроме этого, генерировались псевдоэксперименты в соответствии с результатом подгонки для гипотезы  $1^+$ . Полученное распределение  $\Delta(-2 \ln L)$  также подгонялось асимметричной функцией Гаусса. Доверительный уровень гипотезы  $1^+$  вычислялся как интеграл от функции, полученной в результате подгонки (нормированной на 1) от  $-\infty$  до значения  $\Delta(-2 \ln L)$  в данных. Полученные доверительные уровни представлены в табл. 3.6. Распределения  $\Delta(-2 \ln L)$  для случая  $j^p = 0^-$  (гипотеза с самым слабым исключением) показаны на рис. 3.14.

Результаты исследования модельной зависимости массы и ширины  $Z_c(4430)^+$  представлены в табл. 3.7. Максимальные отклонения массы и ширины  $Z_c(4430)^+$  от их значений в основной модели рассматривались как полная систематическая ошибка, связанная с модельной зависимостью амплитуды. Ошибка, связанная с неопределённостью параметризации фона, оценивалась при помощи варьирования параметров фона на  $\pm 1\sigma$  (при этом остальные параметры варьировались в соответствии с коэффициентами корреляции) и выполнения подгонки данных с изменёнными параметрами фона. Полученные при этом максимальные отклонения массы и ширины считались систематической ошибкой.

Таблица 3.5: Уровни исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4430)^+$ .

Модель	$0^-$	$1^-$	$2^-$	$2^+$
Основная	$4.7\sigma$	$6.3\sigma$	$6.5\sigma$	$8.2\sigma$
Без $K^*(1410)$	$6.4\sigma$	$7.2\sigma$	$7.7\sigma$	$9.2\sigma$
Без $K_0^*(1430)$	$5.0\sigma$	$4.1\sigma$	$8.9\sigma$	$8.9\sigma$
Без $K^*(1680)$	$7.1\sigma$	$8.2\sigma$	$10.0\sigma$	$11.1\sigma$
С $K_3^*(1780)$	$3.4\sigma$	$3.7\sigma$	$4.7\sigma$	$5.1\sigma$
LASS	$4.8\sigma$	$6.3\sigma$	$5.5\sigma$	$8.2\sigma$
Парциально-волновые амплитуды	$5.1\sigma$	$6.6\sigma$	$7.6\sigma$	$9.7\sigma$
Свободные массы и ширины	$4.8\sigma$	$6.0\sigma$	$6.3\sigma$	$7.4\sigma$
Свободные $r$	$5.5\sigma$	$5.7\sigma$	$6.5\sigma$	$7.3\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S)	$3.9\sigma$	$5.0\sigma$	$6.1\sigma$	$8.4\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P)	$3.4\sigma$	$5.0\sigma$	$6.2\sigma$	$6.2\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	$3.8\sigma$	$4.8\sigma$	$5.2\sigma$	$5.2\sigma$

Таблица 3.6: Доверительные уровни гипотезы  $1^+$ .

Модель	$0^-$	$1^-$	$2^-$	$2^+$
Основная	17%	16%	50%	38%
Без $K^*(1410)$	40%	25%	43%	50%
Без $K_0^*(1430)$	22%	19%	69%	33%
Без $K^*(1680)$	54%	58%	79%	75%
С $K_3^*(1780)$	53%	9.8%	27%	29%
LASS	9.7%	12%	28%	30%
Парциально-волновые амплитуды	30%	28%	52%	46%
Свободные массы и ширины	15%	14%	37%	35%
Свободные $r$	19%	26%	37%	43%
Нерезонансная амплитуда (S)	18%	9.3%	38%	25%
Нерезонансная амплитуда (S,P)	20%	18%	46%	34%
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	20%	14%	41%	26%

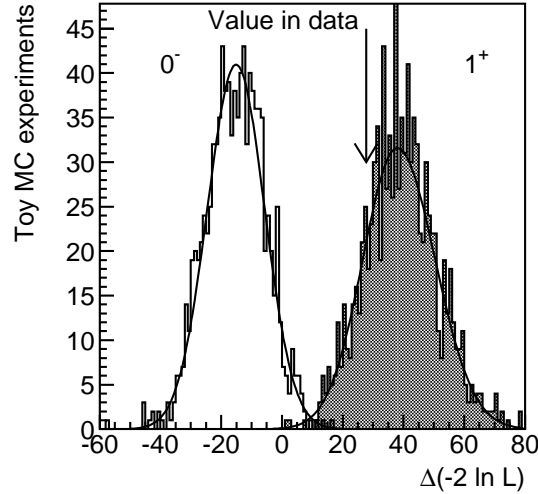


Рис. 3.14: Сравнение гипотез  $0^-$  и  $1^+$  в основной модели. Гистограммы - распределения  $\Delta(-2 \ln L)$  в численных экспериментах, в которых данные генерируются в соответствии с результатами подгонки с квантовыми числами  $0^-$  (незаштрихованная гистограмма) и  $1^+$  (заштрихованная гистограмма). Значение  $\Delta(-2 \ln L)$ , наблюдаемое в данных, показано стрелкой.

Таблица 3.7: Систематические ошибки массы (в МэВ/ $c^2$ ) и ширины (в МэВ)  $Z_c(4430)^+$ .

Модель или источник ошибки	Масса	Ширина
Без $K^*(1410)$	+4 -0	+0 -9
Без $K_0^*(1430)$	+18 -0	+24 -0
Без $K^*(1680)$	+27 -0	+0 -32
С $K_3^*(1780)$	+5 -0	+23 -0
LASS	+0 -3	+13 -0
Парциально-волновые амплитуды	+12 -0	+0 -26
Свободные массы и ширины	+0 -1	+0 -4
Свободные $r$	+13 -0	+9 -0
Нерезонансная амплитуда (S)	+0 -9	+13 -0
Нерезонансная амплитуда (S,P)	+0 -11	+8 -0
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	+2 -0	+9 -0
Модель амплитуды, полная ошибка	+27 -11	+24 -32
Ошибка из параметризации фона	+2 -1	+3 -9
Полная ошибка	+27 -11	+24 -33

### 3.4.3 Эффективность и вероятности распадов

Функция плотности сигнала, полученная из подгонки, использовалась для определения эффективности

$$\epsilon_0 = \frac{\int S(\Phi)\epsilon(\Phi)d\Phi}{\int S(\Phi)d\Phi}, \quad (3.20)$$

где  $\epsilon(\Phi)$  - эффективность, зависящая от точки фазового пространства. Эффективность восстановления равна  $(28.3 \pm 1.2)\%$ . Центральное значение приведено для основной модели с  $Z_c^+$  ( $J^P = 1^+$ ). Ошибка включает неопределённость эффективности восстановления треков (1.4%), ошибку, вызванную различием эффективности идентификационных ограничений в Монте-Карло и данных (3.8%), и ошибку, связанную с зависимостью от модели амплитуды (0.5%). Ошибка, вызванная ограниченностью статистики событий Монте-Карло, пренебрежимо мала. Приведённое значение эффективности было скорректировано на разницу эффективности идентификационных ограничений в Монте-Карло и данных, которая равна  $(94.2 \pm 3.5)\%$ .

С использованием полученной эффективности и вероятностей распада  $\psi(2S)$  по каналам  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$  [164] были получены вероятности распада по каналам

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+) \times \mathcal{B}(\psi(2S) \rightarrow \ell^+\ell^-) = (9.12 \pm 0.30 \pm 0.51) \times 10^{-6}$$

и

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+) = (5.90 \pm 0.20 \pm 0.36) \times 10^{-4}.$$

При вычислении этой вероятности предполагалось, что  $\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0) = 0.5$ . Систематическая ошибка включает ошибку эффективности, числа  $B$ -мезонов (1.4%), выхода сигнала (3.7%) и вероятности распада по каналу  $\psi(2S) \rightarrow \ell^+\ell^-$  (2.2% в предположении лептонной универсальности). Этот результат был объединён со значением той же вероятности распада, измеренной в канале  $\psi(2S) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$  в работе [6], с учётом корреляций между источниками ошибок. Окончательный результат после объединения

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+) = (5.80 \pm 0.39) \times 10^{-4},$$

где ошибка включает как статистические, так и систематические неопределённости. Так как в данной работе был выполнен полный амплитудный анализ, вклады отдельных резонансов описывались более точно, чем в работе [6], поэтому объединение результатов для измерений, которые описаны ниже, не производилось.

Относительный вклад резонанса  $R [Z_c(4430)]^+$  или одного из резонансов  $K^*$  определяется как

$$f = \frac{\int S_R(\Phi)d\Phi}{\int S(\Phi)d\Phi}, \quad (3.21)$$

где  $S_R(\Phi)$  - функция плотности сигнала, в которой все амплитуды, кроме амплитуды резонанса  $R$ , установлены в 0. Статистические ошибки относительных вкладов определялись из псевдоэкспериментов, сгенерированных в соответствии с результатом подгонки в данных. Производилась подгонка каждого из псевдоэкспериментов, после которой вычислялись относительные вклады. Полученное распределение относительных вкладов подгонялось функцией Гаусса, и полученное стандартное отклонение считалось статистической ошибкой соответствующего относительного вклада. Результаты представлены в табл. 3.3.

С использованием относительного вклада  $K^*(892)$  и объединённой вероятности распада  $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+)$  была вычислена вероятность распада по каналу  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)\bar{K}^*(892)$ :

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)\bar{K}^*(892)) = (5.55_{-0.23-0.84}^{+0.22+0.41}) \times 10^{-4}.$$

Центральное значение дано для основной модели с квантовыми числами  $Z_c(4430)^+ J^P = 1^+$ . Систематическая ошибка включает те же вклады, что и систематическая ошибка вероятности распада по каналу  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ , а также зависимость относительного вклада  $K^*(892)$  от модели амплитуды  $[(+4.8)_{-13.0}\%]$  и параметризации фона  $[(+0.8)_{-5.5}\%]$ . Также была вычислена доля  $K^*(892)$ -мезонов с продольной поляризацией:  $f_L = (45.5_{-2.9-4.9}^{+3.1+1.4})\%$ .

Произведение вероятностей распада для  $Z_c(4430)^+$  равно

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+) = (6.0_{-2.0-1.4}^{+1.7+2.5}) \times 10^{-5},$$

где систематическая ошибка, связанная с зависимостью от модели амплитуды, равна  $(+41.2)_{-22.4}\%$  и систематическая ошибка, связанная с неопределённостью параметризации фона, равна  $(+3.1)_{-3.5}\%$ .

### 3.5 Обсуждение полученных результатов

Был проведён четырёхмерный амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ . Были определены предпочтительные квантовые числа  $Z_c(4430)^+$ :  $J^P = 1^+$ . Гипотезы  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$  и  $2^+$  исключены на уровне  $3.4\sigma$ ,  $3.7\sigma$ ,  $4.7\sigma$  и  $5.1\sigma$  соответственно. Полученные масса и ширина  $Z_c(4430)^+$  равны

$$M = 4485_{-22-11}^{+22+28} \text{ МэВ}/c^2,$$

$$\Gamma = 200_{-46-35}^{+41+26} \text{ МэВ}.$$

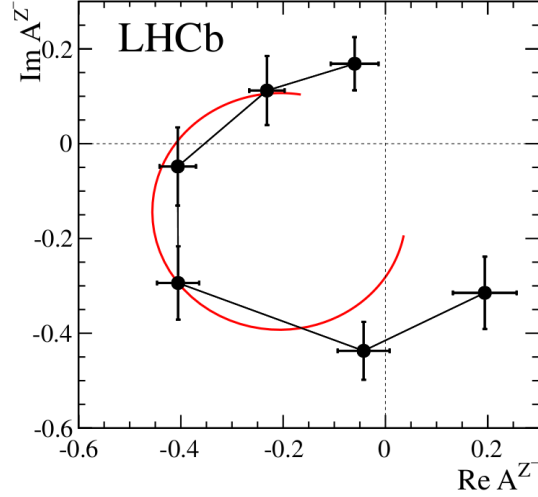


Рис. 3.15: График Аргана для амплитуды  $Z_c(4430)^+$  (из работы [168] коллаборации ЛHCб).

Значения вероятностей распада по каналам равны

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+) = (5.80 \pm 0.39) \times 10^{-4},$$

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)\bar{K}^*(892)) = (5.55^{+0.22+0.41}_{-0.23-0.84}) \times 10^{-4},$$

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+) = (6.0^{+1.7+2.5}_{-2.0-1.4}) \times 10^{-5},$$

и доля продольно поляризованных  $K^*(892)$  равна  $f_L = (45.5^{+3.1+1.4}_{-2.9-4.9})\%$ . Данные результаты заменили предыдущие измерения коллаборации Belle, полученные при помощи Далиц-анализа того же канала распада [6].

Анализ, аналогичный представленному в диссертации, был выполнен позднее коллаборацией LHCb [168]. Результаты, полученные коллаборацией LHCb, подтвердили результаты, приведённые в главе 3. Было подтверждено, что квантовые числа состояния  $Z_c(4430)^+$  -  $J^P = 1^+$ , при этом другие гипотезы были исключены на уровне не менее чем  $9.7\sigma$ . Значения массы и ширины  $Z_c(4430)^+$ , полученные коллаборацией LHCb, согласуются со значениями, полученными в главе 3. Также в работе LHCb был подтверждён резонансный характер амплитуды  $Z_c(4430)^+$ ; график Аргана для амплитуды показан на рис. 3.15.

Измерение квантовых чисел состояния  $Z_c(4430)^+$  закрыло модель, в которой оно рассматривается как  $S$ -волновая молекула с составом  $D^*\bar{D}_1(2420)$  или  $D^*\bar{D}_1(2430)$  [114–124]. В этой модели квантовые числа могут быть равны  $J^P = 0^-$ ,  $1^-$  или  $2^-$ , в то время как экспериментальное значение -  $J^P = 1^+$ . Однако, молекулярная модель в целом закрыта не была. Могут быть рассмотрены другие варианты молекул, как например  $D^*\bar{D}_1(2420)$  в  $P$ -волне или  $D\bar{D}(2600)$  в  $S$ -волне [169,170].

## Глава 4

# Обнаружение состояния $Z_c(4200)^+$ и измерение его квантовых чисел

Успешное применение полного амплитудного анализа к распаду  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$  мотивировало применение разработанного метода к похожему каналу распада  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$ . Основными задачами являлись поиск новых заряженных чармониеподобных состояний, распадающихся на  $J/\psi\pi^+$ , и поиск нового канала распада  $Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$ . Ранее коллаборация BABAR искала состояние  $Z_c(4430)^+$  в распадах  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$  с использованием меньшего образца данных и одномерного метода; значимого сигнала найдено не было [5]. Для анализа использовался образец данных размером 711 фб, содержащий  $772 \times 10^6$  пар  $B$ -мезонов, набранный в эксперименте Belle на энергии резонанса  $\Upsilon(4S)$ . Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работе [8].

### 4.1 Отбор событий

Отбирались распады  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^-\pi^+$  (включение зарядово-сопряжённых распадов подразумевается), где  $J/\psi$ -мезон восстанавливался по распадам в  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$ . Процедура отбора событий идентична описанной в главе 3 с заменой  $\psi(2S)$  на  $J/\psi$ . Эта процедура повторена ниже.

Для всех треков накладывалось требование вылета из района точки взаимодействия:  $dr < 0.2$  см и  $|dz| < 2$  см, где  $dr$  и  $dz$  - цилиндрические координаты (ось  $z$  системы координат параллельна позитронному пучку и направлена противоположно ему, начало координат - усреднённая точка взаимодействия) точки трека, ближайшей к оси  $z$  (в области взаимодействия). Заряженные  $\pi$ - и  $K$ -мезоны идентифицировались с использованием отношений правдоподобия  $R_{\pi/K} = \mathcal{L}_\pi / (\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_K)$  и  $R_{K/\pi} = \mathcal{L}_K / (\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_K)$ , где  $\mathcal{L}_\pi$  и  $\mathcal{L}_K$  - функции правдоподобия для  $\pi$  и  $K$  соответ-



ственно, которые вычислялись с использованием информации о времени пролёта из TOF, числа фотоэлектронов в АСС и измерения  $dE/dx$  в CDC. Накладывались требования  $R_{\pi/K} > 0.6$  для кандидатов в  $\pi$  и  $R_{K/\pi} > 0.6$  для кандидатов в  $K$ . Эффективность идентификации  $K$  составляла около 90%, а вероятность неправильной идентификации  $\pi$  - около 10%. Мюоны идентифицировались по их длине пролёта и поперечному рассеянию в KLM. Электроны идентифицировались по наличию электромагнитного ливня в ECL, соответствующего треку. Кандидаты в  $\pi$  и  $K$ , для которых вероятность того, что частица - электрон, составляла более 90%, отбрасывались.

Для кандидатов в  $J/\psi$ , восстановленных в распаде на  $e^+e^-$ , в вычисление инвариантной массы включались фотоны с энергией более 30 МэВ, для которых угол между импульсами фотона и одного из лептонов составлял менее 50 мрад. Накладывалось требование  $|M(\ell^+\ell^-) - m_{J/\psi}| < 60 \text{ МэВ}/c^2$ , где  $\ell$  -  $\mu$  или  $e$ . Для кандидатов в  $J/\psi$  выполнялась подгонка в массу. Данные из каналов  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$  комбинировались, так как угловое распределение в них одинаково.

Масса  $\bar{B}^0$ -мезона, вычисленная из энергии пучка, определяется как

$$M_{bc} = \sqrt{E_{\text{beam}}^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2}, \quad (4.1)$$

где  $E_{\text{beam}}$  - энергия пучка в системе центра масс и  $\vec{p}_i$  - импульсы продуктов распада в той же системе отсчёта. Накладывалось требование  $|M_{bc} - m_B| < 7 \text{ МэВ}/c^2$ , где  $m_B$  - масса  $\bar{B}^0$  [164]. Для кандидатов в  $\bar{B}^0$  выполнялась подгонка в массу.

## 4.2 Распределения событий и выход сигнала

Разница между восстановленной энергией и энергией пучка  $\Delta E = \sum_i E_i - E_{\text{beam}}$ , где  $E_i$  - энергии продуктов распада  $\bar{B}^0$  в системе центра масс, использовалась для выделения сигнала. Сигнальная область была определена как  $|\Delta E| < 20 \text{ МэВ}$ , а контрольные области были определены как  $40 \text{ МэВ} < |\Delta E| < 80 \text{ МэВ}$ . Распределение по  $\Delta E$  с отмеченными сигнальной и контрольными областями показано на рис. 4.1.

Для определения выходов сигнала и фона была выполнена бинированная подгонка распределения по  $\Delta E$  методом максимума правдоподобия. Распределение подгонялось суммой двух функций Гаусса, которые описывали сигнал, и многочлена второго порядка, который описывал фон. Полное число событий в сигнальной области - 31774, а число сигнальных событий, определённое из подгонки, равно  $29990 \pm 190 \pm 50$ . Систематическая ошибка была оценена при помощи изменения интервала подгонки по  $\Delta E$  и порядка многочлена, описывающего фон.

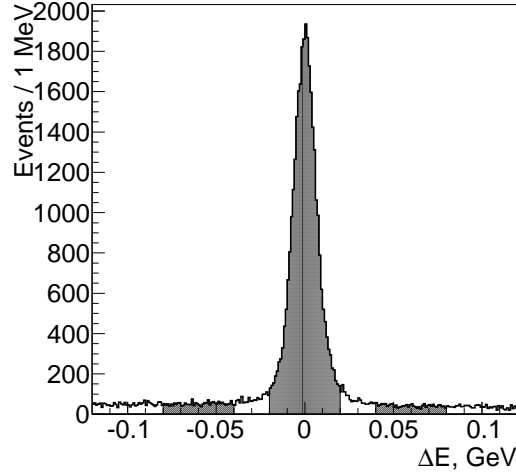


Рис. 4.1: Распределение по  $\Delta E$ ; сигнальная и контрольные области заштрихованы.

График Далица для сигнальной области показан на рис. 4.2(a). На нём хорошо видны вертикальные полосы, связанные с рождением промежуточных резонансов  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ . График Далица для контрольных областей показан на рис. 4.2(b). События сосредоточены в левом нижнем углу, где импульс  $\pi$ -мезонов мал.

Для вычисления эффективности восстановления были сгенерированы методом Монте-Карло события  $B^0 \rightarrow J/\psi(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^-\pi^+$  с однородным распределением по фазовому пространству. Эффективность была скорректирована на разницу эффективности идентификации частиц в данных и Монте-Карло, которая была получена из контрольных данных:  $D^{*+} \rightarrow D^0(\rightarrow K^-\pi^+)\pi^+$  для  $K$  и  $\pi$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$  для  $\mu$  и  $e$ .

Эффективность как функция переменных графика Далица показана на рис. 4.2(c). Эффективность падает в левом нижнем углу из-за малого импульса  $\pi$ -мезонов и в верхнем углу из-за малого импульса  $K$ -мезонов; в остальных частях графика Далица эффективность меняется слабо. Эффективность как функция угловых переменных показана на рис. 4.3;  $\theta_{J/\psi}$  - хелисити-угол  $J/\psi$  [угол между импульсами системы  $(K^-, \pi^+)$  и  $\ell^-$  в системе покоя  $\psi(2S)$ ] а  $\varphi$  - угол между плоскостями, определяемыми импульсами  $(\ell^+, \ell^-)$  и  $(K^-, \pi^+)$  в системе покоя  $B^0$ . Эффективность почти не зависит от  $\cos \theta_{J/\psi}$ ; её зависимость от  $\varphi$  сильнее, с вариацией на уровне 10%.

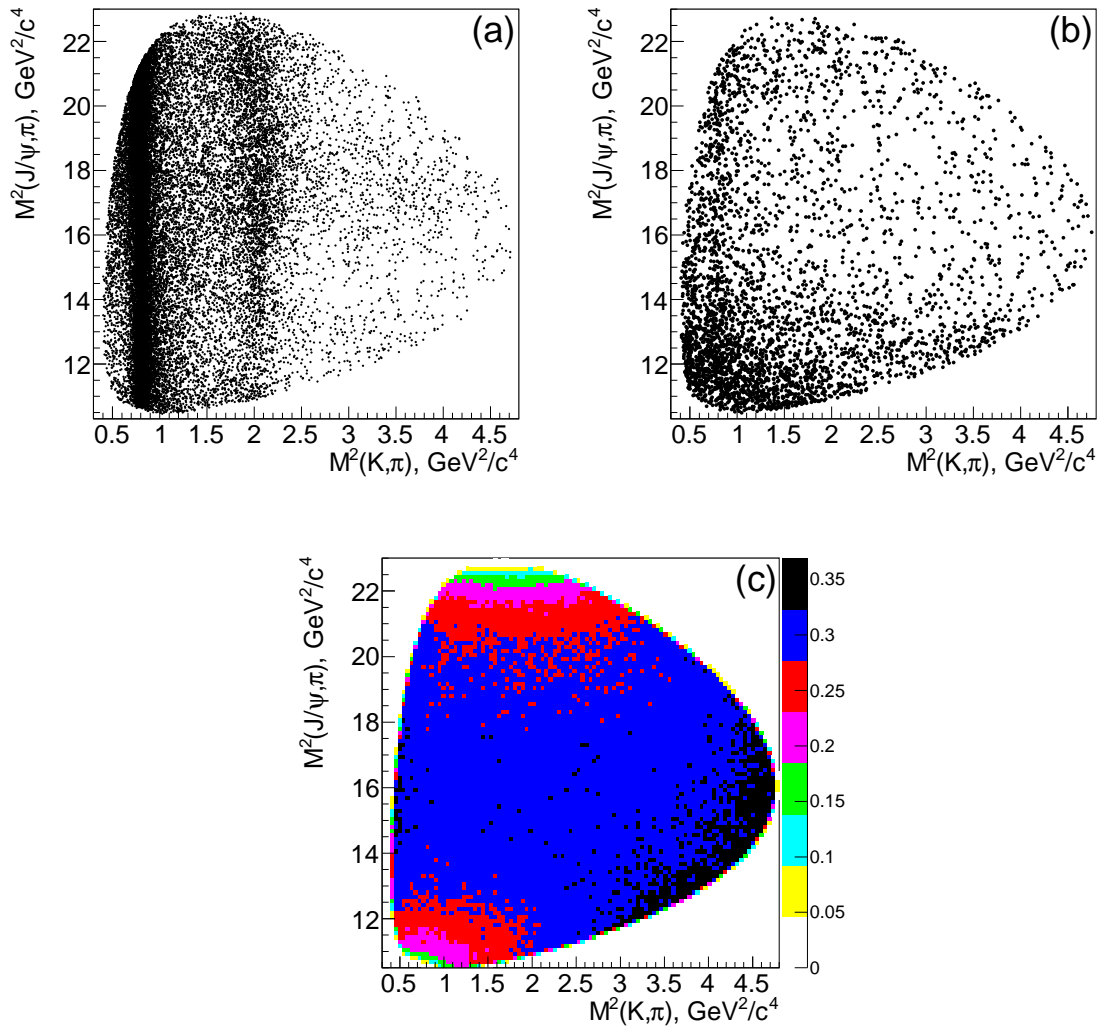


Рис. 4.2: Графики Далица для сигнальной области (a), контрольных областей (b) и эффективности (c).

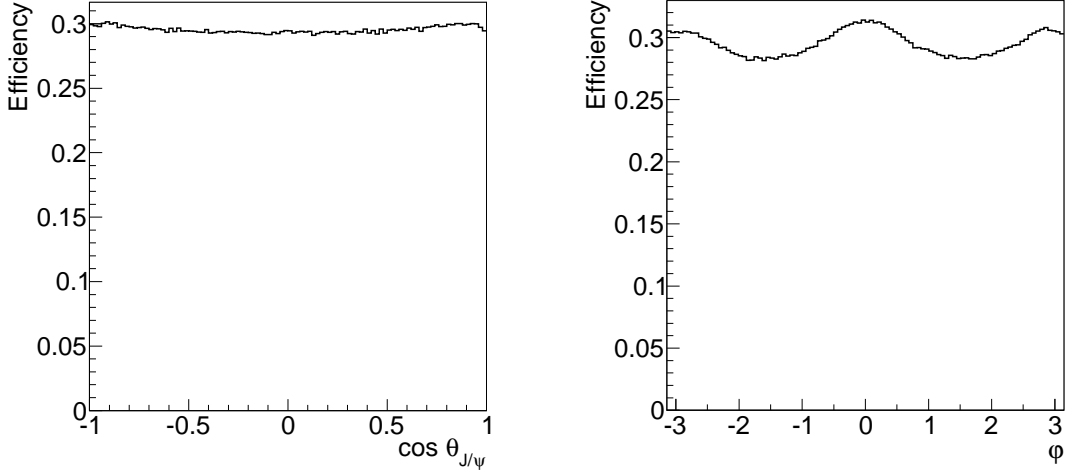


Рис. 4.3: Зависимость эффективности от угловых переменных.

### 4.3 Формализм амплитудного анализа

Амплитуда распада  $B^0 \rightarrow J/\psi(\rightarrow \ell^+\ell^-)K^-\pi^+$  была представлена суммой вкладов отдельных промежуточных двухчастичных состояний. Амплитуда была вычислена при помощи формализма спиральности в четырёхмерном фазовом пространстве

$$\Phi = (M_{J/\psi\pi^+}^2, M_{K^-\pi^+}^2, \theta_{J/\psi}, \varphi). \quad (4.2)$$

Вклады каждого отдельного резонанса  $K^*$  и  $Z_c^+$  в функцию плотности сигнала  $S(\Phi)$  и определение спиральных амплитуд  $H_\lambda$  те же, что и в главе 3. Отличие состоит в том, что основная модель включала большее количество резонансов  $K^*$  из-за большей доступной кинематической области (до  $M_{K\pi} = 2183 \text{ МэВ}/c^2$ ). Основная модель включала вклады от резонансов  $K_0^*(800)$ ,  $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_0^*(1430)$ ,  $K_2^*(1430)$ ,  $K^*(1680)$ ,  $K_3^*(1780)$ ,  $K_0^*(1950)$ ,  $K_2^*(1980)$ ,  $K_4^*(2045)$  и  $Z_c(4430)^+$ , а также выполнялся поиск дополнительных экзотических резонансов  $Z_c^+$ .

Использовалась функция плотности фона

$$B(\Phi) = (B_{\text{sm}}(\Phi) + B_{K^*}(\Phi) + B_{K_S^0}(\Phi))P_{\theta_{J/\psi}}(\cos\theta_{J/\psi})P_\varphi(\varphi), \quad (4.3)$$

где  $B_{\text{sm}}$  - гладкая часть фона,  $B_{K^*}$  - фон от  $K^*(892)$ ,  $B_{K_S^0}$  - фон от распадов  $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  (где один из  $\pi$  мезонов неправильно идентифицирован как  $K$ ) и  $P_{\theta_{J/\psi}}$  и  $P_\varphi$  - многочлены второго порядка.

Гладкая часть фона описывалась функцией

$$B_{\text{sm}}(\Phi) = (\alpha_1 e^{-\beta_1 M_{K^-\pi^+}^2} + \alpha_2 e^{-\beta_2 M_{J/\psi K^-}^2})P_{\text{sm}}(M_{J/\psi\pi^+}^2, M_{K^-\pi^+}^2), \quad (4.4)$$

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  - действительные параметры и  $P_{\text{sm}}$  - двумерный многочлен пятого порядка. Фон, происходящий от  $K^*(892)$ -мезонов, описывался функцией

$$B_{K^*}(\Phi) = |A^{K^*(892)}(M_{J/\psi\pi^+}^2)|^2 P_{K^*}(M_{K^-\pi^+}^2), \quad (4.5)$$

где  $A^{K^*(892)}$  - амплитуда Брейта-Вигнера для  $K^*(892)$  и  $P_{K^*}$  - многочлен четвёртого порядка.

Фоновые события от распадов  $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  имеют определённую зависимость  $M_{J/\psi\pi^+}^2$  от  $M_{K^-\pi^+}^2$ :

$$M_{J/\psi\pi^+}^2(K_S^0) = M_{K_S^0}^2 + M_{K^+}^2 - M_{\pi^+}^2 + \frac{M_{K_S^0}^2 + M_{\pi^+}^2 - M_{J/\psi}^2 + M_{K^-\pi^+}^2}{M_{B^0}} \left( \sqrt{E_\pi^2 + M_{K^+}^2 - M_{\pi^+}^2} - E_\pi \right), \quad (4.6)$$

где

$$E_\pi = \frac{M_{B^0}^2 + M_{\pi^+}^2 - M_{K^-\pi^+}^2}{2M_{B^0}} \quad (4.7)$$

- энергия неправильно идентифицированного  $\pi$  мезона. Фон от  $K_S^0$  описывался функцией

$$B_{K_S^0}(\Phi) = \exp \left[ - \frac{(M_{J/\psi\pi^+}^2 - M_{J/\psi\pi^+}^2(K_S^0))^2}{2\sigma^2} \right] P_{K_S^0}(M_{K^-\pi^+}^2), \quad (4.8)$$

где  $P_{K_S^0}$  - многочлен четвёртого порядка и  $\sigma$  - разрешение.

Все параметры в функции (4.3) были свободны при подгонке, кроме  $\alpha_1$  и постоянных слагаемых в многочленах  $P_{\text{sm}}$ ,  $P_\varphi$  и  $P_{\theta_{J/\psi}}$ , которые были зафиксированы на значении 1. Фон от распадов  $B \rightarrow J/\psi K_S^0$  присутствует только в левой контрольной области по  $\Delta E$ . Этот вклад был включён в подгонку данных из контрольных областей, которая выполнялась для определения формы фона, но исключён для сигнальной области.

Выполнялась небинированная подгонка методом максимума правдоподобия в четырёхмерном фазовом пространстве  $\Phi$ . Использовалась та же функция правдоподобия, что и в главе 3. Массы и ширины всех резонансов  $K^*$ , кроме  $K_0^*(800)$ , были зафиксированы на их среднемировых значениях [164]. Масса и ширина  $K_0^*(800)$  были зафиксированы на результате подгонки в модели без  $Z_c(4200)^+$  ( $M = 931 \pm 21$  МэВ/ $c^2$ ,  $\Gamma = 578 \pm 49$  МэВ); случай свободной массы и ширины был включён в систематическую ошибку. Масса  $M$  и ширина  $\Gamma$  состояния  $Z_c(4430)^+$  были свободными параметрами, однако, известные масса  $M_0$  и ширина  $\Gamma_0$  использовались для ограничения отпущенных массы и ширины при помощи изменения  $-2 \ln L$ :

$$-2 \ln L \rightarrow -2 \ln L + \frac{(M - M_0)^2}{\sigma_{M_0}^2} + \frac{(\Gamma - \Gamma_0)^2}{\sigma_{\Gamma_0}^2}, \quad (4.9)$$

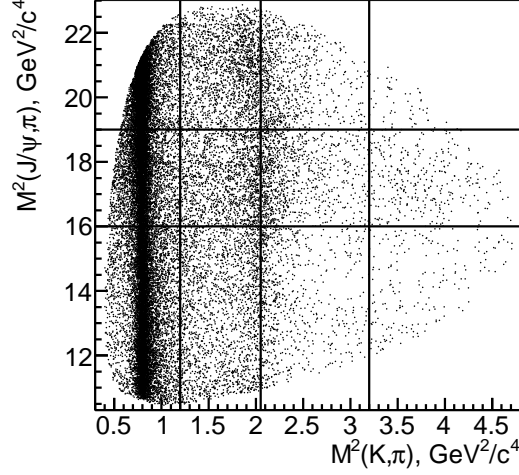


Рис. 4.4: Области графика Далица, используемые для представления результатов. Вертикальные деления расположены на  $1.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ ,  $(1.432 \text{ ГэВ}/c^2)^2 \approx 2.05 \text{ ГэВ}^2/c^4$  и  $3.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . (второе деление выбрано на массе  $K_2^*(1430)$ , так как интерференция резонансов  $K^*$  и  $Z_c(4200)^+$  меняется на этой массе). Горизонтальные деления расположены на  $16 \text{ ГэВ}^2/c^4$  и  $19 \text{ ГэВ}^2/c^4$ .

где  $\sigma_{M_0}$  и  $\sigma_{\Gamma_0}$  - ошибки  $M_0$  и  $\Gamma_0$  соответственно. Использовались значения массы и ширины  $Z_c(4430)^+$ , которые были получены в главе 3:

$$M_0 = 4485_{-25}^{+36} \text{ МэВ}/c^2, \quad \Gamma_0 = 200_{-58}^{+49} \text{ МэВ}.$$

Прочие детали процедуры подгонки те же, что и в главе 3.

## 4.4 Вычисление локальной, Вилкс- и глобальной значимости

Для вычисления значимости требуется знать распределение разницы между значениями  $-2 \ln L$  в моделях с вкладом  $Z_c^+$  и без него при условии, что в данных нет сигнала  $Z_c^+$ . Вилкс-значимостью будем называть значимость, которая вычисляется при помощи теоремы Вилкса [171]:

$$p(\delta) = \int_{\delta}^{+\infty} \chi_{\kappa}^2(x) dx = \frac{\Gamma(\frac{\kappa}{2}, \delta/2)}{\Gamma(\frac{\kappa}{2})}, \quad (4.10)$$

где  $p(\delta)$  - вероятность того, что  $\Delta(-2 \ln L) > \delta$ ;  $\kappa$  - число степеней свободы распределения  $\chi^2$ , которое равно числу дополнительных свободных параметров, ко-

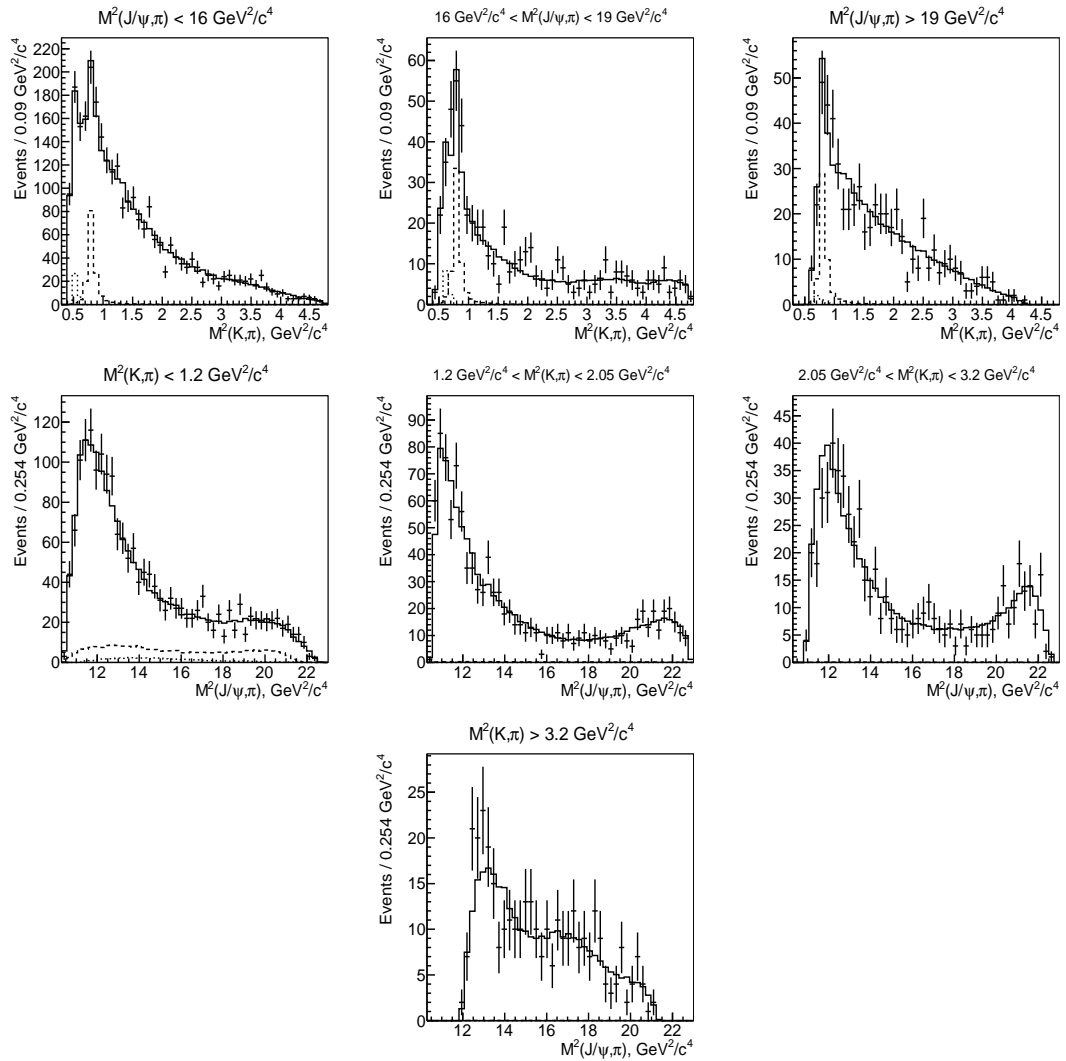


Рис. 4.5: Результаты подгонки фоновых событий. Сплошная линия - результат подгонки, штриховая линия - вклад  $K^*(892)$ , пунктирная линия - вклад распадов  $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4.

торые требуются для описания сигнала  $Z_c^+$ ,  $\Gamma(\kappa/2, \delta/2)$  - верхняя неполная гамма-функция [ $\Gamma(a, x) = \int_x^{+\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$ ] и  $\Gamma(\kappa/2)$  - гамма-функция. В этом анализе число дополнительных свободных параметров было равно четырём для  $J^P = 0^-, 1^-$  и  $2^+$  или шести для  $J^P = 1^+$  и  $2^-$ . В число этих параметров входят масса и ширина  $Z_c^+$  и одна или две комплексных амплитуды. Локальная значимость - это значимость с фиксированными массой и шириной; она даётся формулой (4.10) с заменой  $\kappa$  на  $\kappa - 2$ .

Масса и ширина резонанса являются параметрами, определенными при выполнении дополнительного условия (плотность вероятности для  $Z_c^+$  не зависит от них при условии, что комплексные амплитуды равны 0). При наличии таких параметров теорема Вилкса не выполняется, и истинное распределение  $\Delta(-2 \ln L)$  может отличаться от её предсказания. Значимость, вычисленная с учётом этого изменения, возникающего при поиске  $Z_c^+$  с произвольными массой и шириной, называется глобальной. Само изменение значимости по сравнению с Вилкс-значимостью или локальной значимостью называется эффектом поиска<sup>1</sup>. Для вычисления глобальной значимости в случае одномерного поиска существует метод пересечений [172], однако, в данном случае поиск выполняется по двум переменным, и этот метод неприменим.

Для больших значений  $\delta$   $p$ -значение совпадает с математическим ожиданием характеристики Эйлера для множеств превышения<sup>2</sup> [173]. Данное математическое ожидание  $E(\delta)$  вычислено в работе [174] [формула (15.10.1) и теорема 15.10.1] и имеет вид

$$E(\delta) = \sum_{j=0}^{n-k} \sum_{l=0}^{\lfloor \frac{j-1}{2} \rfloor} \sum_{m=0}^{j-1-2l} C_{jml} \delta^{(k-j)/2+m+l} e^{-\delta/2}, \quad (4.11)$$

где  $n - k$  - размерность пространства,  $k$  - число степеней свободы (для рассматриваемого применения,  $n$  - полное число дополнительных свободных параметров и  $n - k$  равно числу параметров, определённых при выполнении дополнительного условия),  $\lfloor \cdot \rfloor$  - целая часть и  $C_{jml}$  - константы. Вклад с максимальной степенью  $\delta$  соответствует  $m = j - 1, l = 0, j = n - k$ :

$$E(\delta) \propto \delta^{\frac{n}{2}-1} e^{-\delta/2}. \quad (4.12)$$

В работе [168] глобальная значимость вычислялась при помощи подгонки распределения  $\Delta(-2 \ln L)$  распределением  $\chi_\kappa^2$  с переменным числом степеней свободы  $\kappa$ . При этом,  $p$ -значение даётся формулой (4.10); для больших  $\delta$  оно примерно

---

<sup>1</sup>англ. look-elsewhere effect

<sup>2</sup>англ. excursion set



равно

$$p(\delta) \approx \frac{(\delta/2)^{\frac{\kappa}{2}-1} e^{-\delta/2}}{\Gamma(\frac{\kappa}{2})}, \quad (4.13)$$

что совпадает с ожидаемым распределением  $p(\delta)$ , которое даётся формулой (4.12), только при  $\kappa = n$ , то есть при отсутствии эффекта поиска. При вычислении глобальной значимости используется общая идея работы [168] о вычислении значимости из результатов подгонки распределения  $\Delta(-2 \ln L)$ , но применяется другая функция распределения, которая согласуется с формулой (4.12).

Используемая функция распределения является обобщением частного случая поиска пика в одном бине гистограммы с  $N$  бинами, распределение и нормировка для которой известны. Тогда  $p$ -значение для определённого бина даётся формулой (4.10) с  $\kappa = 1$ , а  $p$ -значение для всей гистограммы равно

$$p(\delta) = 1 - \left(1 - \int_{\delta}^{+\infty} \chi_{\kappa}^2(x) dx\right)^N, \quad (4.14)$$

и соответствующее распределение  $\Delta(-2 \ln L)$ , которое получается дифференцированием формулы (4.14), равно

$$f(\Delta) = N \left(1 - \int_{\Delta}^{+\infty} \chi_{\kappa}^2(x) dx\right)^{N-1} \chi_{\kappa}^2(\Delta). \quad (4.15)$$

Для больших значений  $\Delta$ , это примерно равно

$$f(\Delta) \approx N \frac{\Delta^{\frac{\kappa}{2}-1} e^{-\Delta/2}}{2^{\frac{\kappa}{2}} \Gamma(\frac{\kappa}{2})}, \quad (4.16)$$

таким образом,

$$p(\delta) \propto \delta^{\frac{\kappa}{2}-1} e^{-\delta/2}. \quad (4.17)$$

Если  $\kappa$  равно числу дополнительных свободных параметров  $n$ , то уравнение (4.12) выполняется для  $p(\delta)$ . Распределение  $\Delta(-2 \ln L)$  подгонялось функцией

$$g(\Delta) = CN \left(1 - \int_{\Delta}^{+\infty} \chi_n^2(x) dx\right)^{N-1} \chi_n^2(\Delta). \quad (4.18)$$

где  $C$  и  $N$  - параметры подгонки. Результат для поиска  $Z_c^+$  с  $J^P = 1^+$  показан на рис. 4.6; значение параметра  $N$  равно  $12.1 \pm 0.4$ .

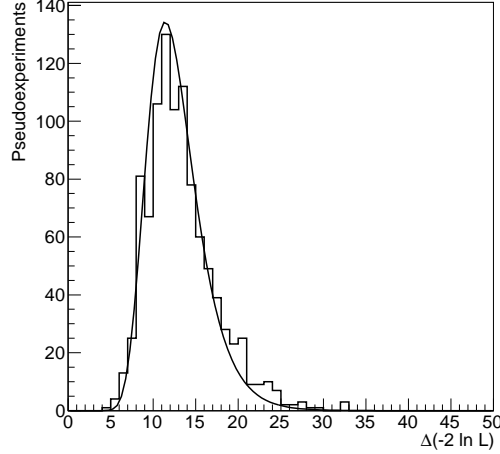


Рис. 4.6: Результат подгонки распределения  $\Delta(-2 \ln L)$ , выполненной при вычислении глобальной значимости  $Z_c(4200)^+$  для гипотезы  $J^P = 1^+$ .

## 4.5 Результаты

### 4.5.1 Результаты подгонки

Форма фона определялась при помощи небинированной подгонки данных из контрольных областей по  $\Delta E$  методом максимума правдоподобия. Для представления результатов график Далица был разделён на области, которые показаны на рис. 4.4. Результаты подгонки фоновых событий показаны на рис. 4.5.

Выполнялся поиск нового резонанса  $Z_c^+$  с произвольными массой и шириной и квантовыми числами  $J^P = 0^-, 1^-, 1^+, 2^-$  или  $2^+$ . Квантовые числа  $0^+$  запрещены из-за сохранения чётности в распадах  $Z_c^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$ . Результаты подгонки для массы, ширины и значимости  $Z_c^+$  в основной модели показаны в табл. 4.1. Вилкс-значимость  $Z_c^+$  с квантовыми числами  $J^P = 1^+$  равна  $8.2\sigma$ , а глобальная значимость равна  $7.9\sigma$ . Глобальная значимость с учётом систематических ошибок равна  $6.2\sigma$  (учёт ошибок описан ниже в данной главе). Таким образом, было обнаружено новое состояние, которое в дальнейшем будет называться  $Z_c(4200)^+$ . Предпочтительной гипотезой о квантовых числах  $Z_c(4200)^+$  является  $J^P = 1^+$ . Также был обнаружен сигнал от  $Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$  с Вилкс-значимостью  $5.1\sigma$  в основной модели; глобальная значимость  $Z_c(4430)^+$  совпадала с Вилкс-значимостью. Значимость состояния  $Z_c(4430)^+$  с учётом систематических ошибок была равна  $4.0\sigma$ . Таким образом, было найдено указание на существование нового канала распада  $Z_c(4430)^+$ .

Таблица 4.1: Результаты подгонки в основной модели. Приведены только статистические ошибки.

$J^P$	$0^-$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$
Масса, МэВ/ $c^2$	$4318 \pm 48$	$4315 \pm 40$	$4196_{-29}^{+31}$	$4209 \pm 14$	$4203 \pm 24$
Ширина, МэВ	$720 \pm 254$	$220 \pm 80$	$370 \pm 70$	$64 \pm 18$	$121 \pm 53$
Значимость (Вилкс)	$3.9\sigma$	$2.3\sigma$	$8.2\sigma$	$3.9\sigma$	$1.9\sigma$

Для проверки качества подгонки производилось бинирование графика Далица таким образом, что число событий в каждом бине  $n_i > 25$ . Затем вычислялось значение  $\chi^2 = \sum_i (n_i - s_i)^2 / s_i$ , где  $s_i$  - интеграл функции, используемой для подгонки (результата небинированной подгонки), по  $i$ -му бину. Так как подгонка проводилась методом максимума правдоподобия, эффективное число степеней свободы получалось следующим образом: вначале методом Монте-Карло генерировались псевдоэксперименты и выполнялась их подгонка; затем распределение значения  $\chi^2$  в псевдоэкспериментах подгонялось распределением  $\chi^2$  с переменным числом степеней свободы. Доверительный уровень для подгонки с  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели оказался равным 13%; а доверительный уровень для подгонки без  $Z_c(4200)^+$  - 1.8%. Также были вычислены значения доверительных уровней с использованием четырёхмерного бинирования (три бина по  $|\cos \theta_{J/\psi}|$ , три бина по  $\varphi$  и аналогичное адаптивное бинирование для переменных графика Далица); получающиеся доверительные уровни оказались большими, чем для двумерного бинирования. Модули и фазы амплитуд в основной модели приведены в табл. 4.2. Значимости резонансов  $K^*$  показаны в табл. 4.3.

Поскольку  $Z_c(4430)^+$  - известный резонанс, перед представлением результатов подгонки с и без  $Z_c(4200)^+$  на рис. 4.7 показано сравнение результатов подгонки с и без  $Z_c(4430)^+$ , при этом  $Z_c(4200)^+$  не включён в модель. В области  $Z_c(4430)^+$  нет пика; вместо этого, видна деструктивная интерференция. Проекция результатов подгонки на оси  $M_{K\pi}^2$  и  $M_{J/\psi\pi}^2$  для моделей с  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) и без  $Z_c(4200)^+$  показаны на рис. 4.8. На проекциях на ось  $M_{K\pi}^2$  хорошо видны два пика от резонансов  $K^*(892)$  и  $K_2^*(1430)$ . Новый резонанс  $Z_c(4200)^+$  виден как широкий пик около центра проекций на ось  $M_{J/\psi\pi}^2$ . Проекция суммарного вклада всех резонансов  $K^*$  и вкладов  $Z_c(4200)^+$  и  $Z_c(4430)^+$  на ось  $M_{J/\psi\pi}^2$  показаны на рис. 4.9. Проекция на угловые переменные для области, заданной условиями  $M_{J/\psi\pi}^2 > 1.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ ,  $16 \text{ ГэВ}^2/c^4 < M_{K-\pi}^2 < 19 \text{ ГэВ}^2/c^4$  (пересечение второй горизонтальной и второй, третьей и четвёртой вертикальной областей) показаны на рис. 4.10. Сравнение результатов подгонки с и без  $Z_c(4430)^+$  со включением  $Z_c(4200)^+$  в модель показано

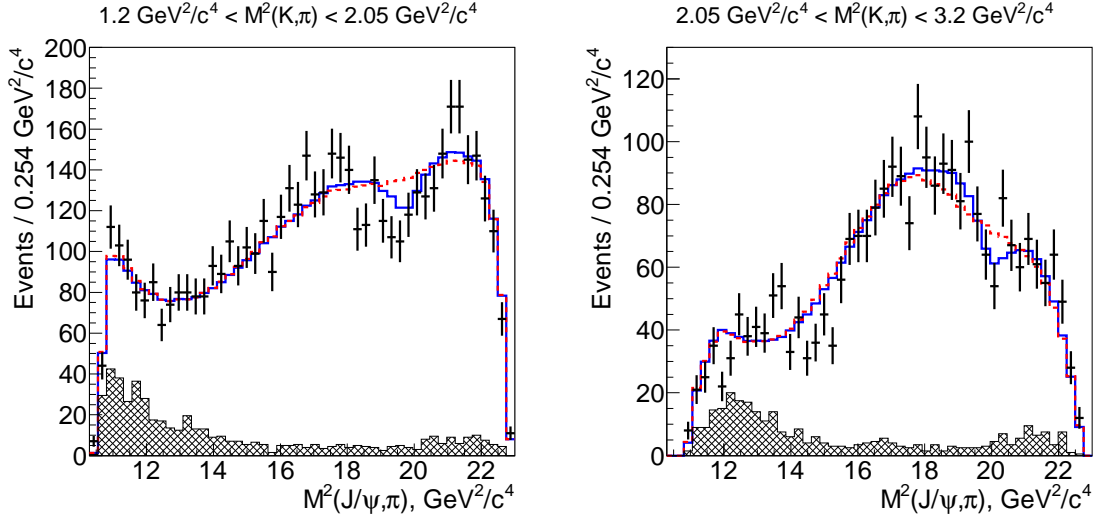


Рис. 4.7: Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c(4430)^+$  ( $Z_c(4200)^+$  не включён в модель) для второй и третьей вертикальных областей, определённых на рис. 4.4.

на рис. 4.11.

Также была выполнена подгонка, при которой амплитуда Брейта-Вигнера для  $Z_c(4200)^+$  заменялась на комбинацию постоянных амплитуд. Использовалось 6 бинов с границами на  $M_0 - 2\Gamma_0$ ,  $M_0 - \Gamma_0$ ,  $M_0 - 0.5\Gamma_0$ ,  $M_0$ ,  $M_0 + 0.5\Gamma_0$ ,  $M_0 + \Gamma_0$  и  $M_0 + 2\Gamma_0$ , где  $M_0$  и  $\Gamma_0$  - результаты подгонки для массы и ширины  $Z_c(4200)^+$  в основной модели. Использовались два независимых набора постоянных амплитуд, которые представляли две спиральные амплитуды  $Z_c(4200)^+$  -  $H_0$  и  $H_1$ . Эти два набора амплитуд измерялись одновременно. Результаты показаны на рис. 4.12. На графике Аргана для  $H_1$  хорошо видно изменение модуля и фазы спиральной амплитуды, которое соответствует ожидаемому изменению для резонанса. На графике Аргана для  $H_0$  относительные ошибки амплитуд гораздо больше, из-за чего из этого графика нельзя сделать каких-либо выводов.

Было проверено, что сигнал  $Z_c(4200)^+$  не может быть объяснён резонансом в системе  $J/\psi K^-$ . Для этого производилась подгонка с добавленным резонансом в системе  $J/\psi K^-$  (вместо  $Z_c(4200)^+$ ), который ниже называется  $Z_{cs}^-$ . Предпочтительной гипотезой о квантовых числах  $Z_{cs}^-$  также оказалась  $J^P = 1^+$ ; масса и ширина в основной модели при этом были равны  $4228 \pm 5$  МэВ/ $c^2$  и  $30 \pm 17$  МэВ соответственно. Вилкс-значимость  $Z_{cs}^-$  составила только  $4.3\sigma$ . Гипотеза о существовании резонанса в системе  $J/\psi\pi^+$  предпочитается по сравнению с гипотезой о существовании резонанса в системе  $J/\psi K^-$  на уровне  $7.4\sigma$ . Резонанс  $Z_{cs}^-$  становится незначимым при добавлении в модель  $Z_c(4200)^+$ .

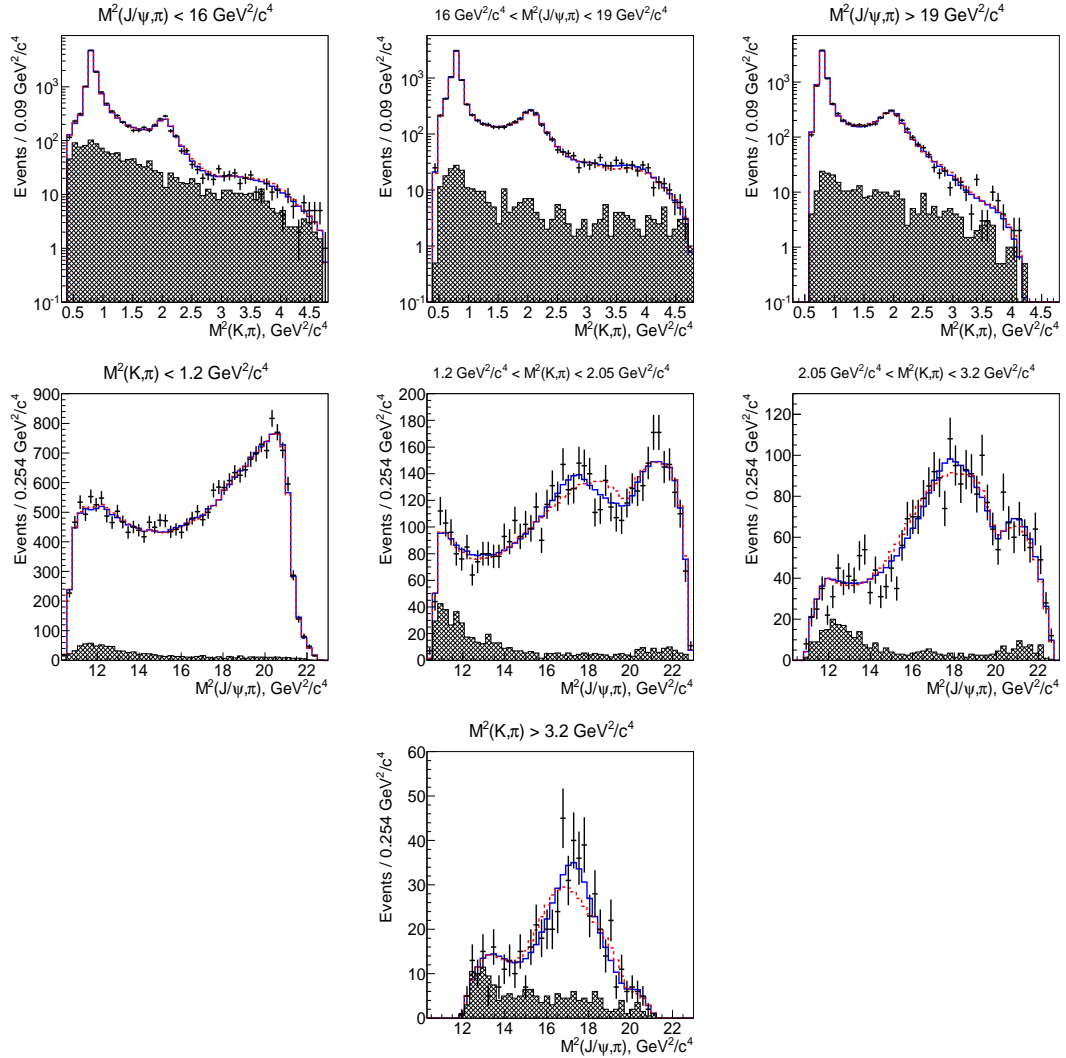


Рис. 4.8: Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели. Точки с ошибками - данные; заштрихованные гистограммы - контрольные области. Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4.

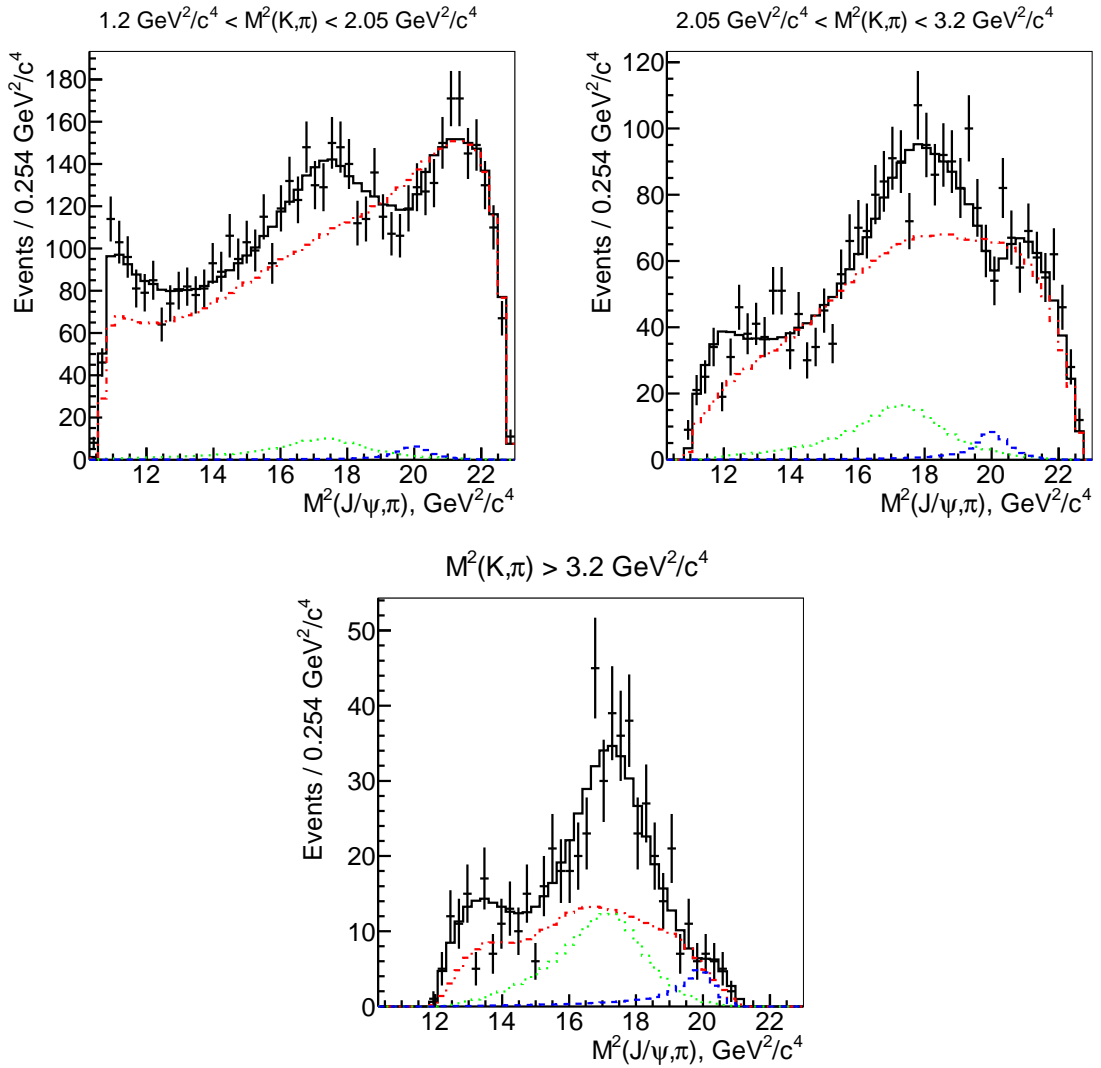


Рис. 4.9: Результаты подгонки с  $Z_c(4200)^+$  в основной модели. Точки с ошибками - данные; сплошная линия - результат подгонки, штриховая линия - вклад  $Z_c(4430)^+$ , пунктирная линия - вклад  $Z_c(4200)^+$  и штрихпунктирная линия - суммарный вклад всех резонансов  $K^*$ . Используемые области графика Далица определены на рис. 4.4.

Таблица 4.2: Абсолютные значения и фазы амплитуд в основной модели для квантовых чисел  $Z_c(4200)^+ J^P = 1^+$ . Приведены только статистические ошибки.

Резонанс	$ H_0 $	$ H_1 $	$ H_{-1} $
$K_0^*(800)$	$1.12 \pm 0.04$	—	—
$K^*(892)$	1.0 (фикс.)	$(8.44 \pm 0.10) \times 10^{-1}$	$(1.96 \pm 0.14) \times 10^{-1}$
$K^*(1410)$	$(1.19 \pm 0.27) \times 10^{-1}$	$(1.23 \pm 0.38) \times 10^{-1}$	$(0.36 \pm 0.39) \times 10^{-1}$
$K_0^*(1430)$	$(8.90 \pm 0.28) \times 10^{-1}$ —	—	—
$K_2^*(1430)$	$4.66 \pm 0.18$	$4.65 \pm 0.18$	$1.26 \pm 0.23$
$K^*(1680)$	$(1.39 \pm 0.43) \times 10^{-1}$	$(0.82 \pm 0.48) \times 10^{-1}$	$(1.61 \pm 0.56) \times 10^{-1}$
$K_3^*(1780)$	$16.8 \pm 3.6$	$19.1 \pm 4.5$	$10.2 \pm 5.2$
$K_0^*(1950)$	$(2.41 \pm 0.60) \times 10^{-1}$	—	—
$K_2^*(1980)$	$4.53 \pm 0.74$	$3.78 \pm 0.98$	$3.51 \pm 1.03$
$K_4^*(2045)$	$590 \pm 136$	$676 \pm 164$	$103 \pm 174$
$Z_c(4430)^+$	$1.12 \pm 0.32$	$1.17 \pm 0.46$	$H_{-1} = H_1$
$Z_c(4200)^+$	$0.71 \pm 0.37$	$3.23 \pm 0.79$	$H_{-1} = H_1$
Резонанс	$\arg H_0$	$\arg H_1$	$\arg H_{-1}$
$K_0^*(800)$	$2.30 \pm 0.04$	—	—
$K^*(892)$	0.0 (фикс.)	$3.14 \pm 0.03$	$-1.70 \pm 0.07$
$K^*(1410)$	$0.81 \pm 0.26$	$-1.04 \pm 0.26$	$0.67 \pm 1.06$
$K_0^*(1430)$	$-2.17 \pm 0.05$	—	—
$K_2^*(1430)$	$-0.32 \pm 0.05$	$-3.05 \pm 0.08$	$-1.92 \pm 0.20$
$K^*(1680)$	$-2.46 \pm 0.31$	$-2.85 \pm 0.49$	$1.88 \pm 0.28$
$K_3^*(1780)$	$-1.43 \pm 0.24$	$2.03 \pm 0.31$	$1.55 \pm 0.62$
$K_0^*(1950)$	$-2.39 \pm 0.25$	—	—
$K_2^*(1980)$	$-0.26 \pm 0.16$	$3.08 \pm 0.28$	$2.63 \pm 0.34$
$K_4^*(2045)$	$-2.66 \pm 0.23$	$0.06 \pm 0.25$	$-1.03 \pm 1.62$
$Z_c(4430)^+$	$-0.31 \pm 0.26$	$0.77 \pm 0.25$	$H_{-1} = H_1$
$Z_c(4200)^+$	$2.14 \pm 0.40$	$3.00 \pm 0.15$	$H_{-1} = H_1$

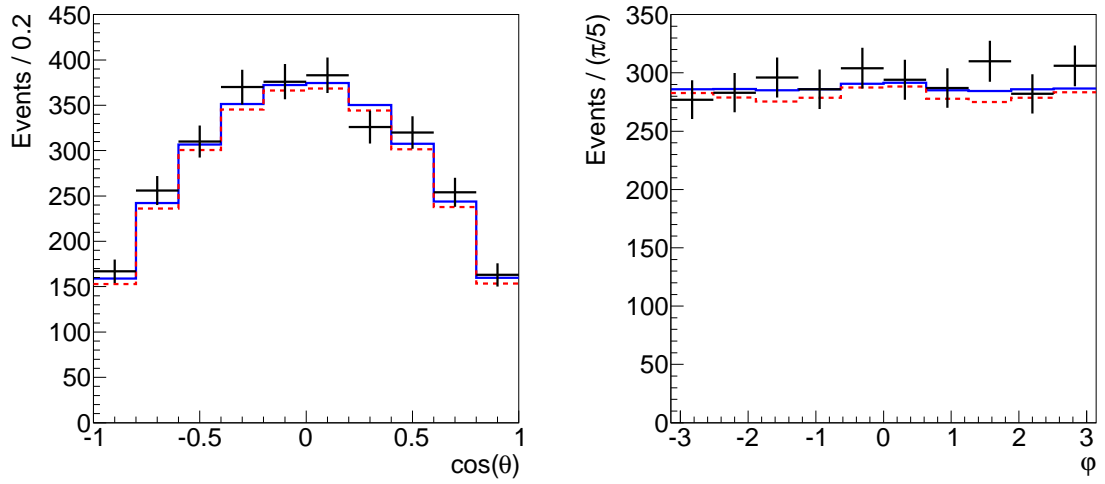


Рис. 4.10: Проекция результатов подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) в основной модели на угловые переменные для области с  $M_{J/\psi\pi^+}^2 > 1.2 \text{ ГэВ}^2/c^4$ ,  $16 \text{ ГэВ}^2/c^4 < M_{K^-\pi^+}^2 < 19 \text{ ГэВ}^2/c^4$ . Точки с ошибками - данные.

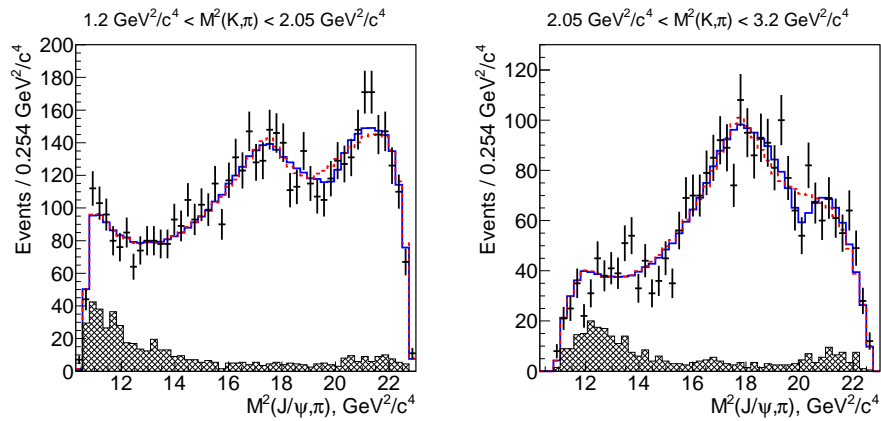


Рис. 4.11: Результаты подгонки с (сплошная линия) и без (штриховая линия)  $Z_c(4430)^+$  ( $Z_c(4200)^+$  включён в модель) для второй и третьей вертикальных областей, определённых на рис. 4.4.



Таблица 4.3: Относительные вклады и значимости всех резонансов в основной модели (квантовые числа  $Z_c(4200)^+ - J^P = 1^+$ ).

Резонанс	Относительный вклад	Значимость (Вилкс)
$K_0^*(800)$	$(7.1^{+0.7}_{-0.5})\%$	$22.5\sigma$
$K^*(892)$	$(69.0^{+0.6}_{-0.5})\%$	$166.4\sigma$
$K^*(1410)$	$(0.3^{+0.2}_{-0.1})\%$	$4.1\sigma$
$K_0^*(1430)$	$(5.9^{+0.6}_{-0.4})\%$	$22.0\sigma$
$K_2^*(1430)$	$(6.3^{+0.3}_{-0.4})\%$	$23.5\sigma$
$K^*(1680)$	$(0.3^{+0.2}_{-0.1})\%$	$2.7\sigma$
$K_3^*(1780)$	$(0.2^{+0.1}_{-0.1})\%$	$3.8\sigma$
$K_0^*(1950)$	$(0.1^{+0.1}_{-0.1})\%$	$1.2\sigma$
$K_2^*(1980)$	$(0.4^{+0.1}_{-0.1})\%$	$5.3\sigma$
$K_4^*(2045)$	$(0.2^{+0.1}_{-0.1})\%$	$3.8\sigma$
$Z_c(4430)^+$	$(0.5^{+0.4}_{-0.1})\%$	$5.1\sigma$
$Z_c(4200)^+$	$(1.9^{+0.7}_{-0.5})\%$	$8.2\sigma$

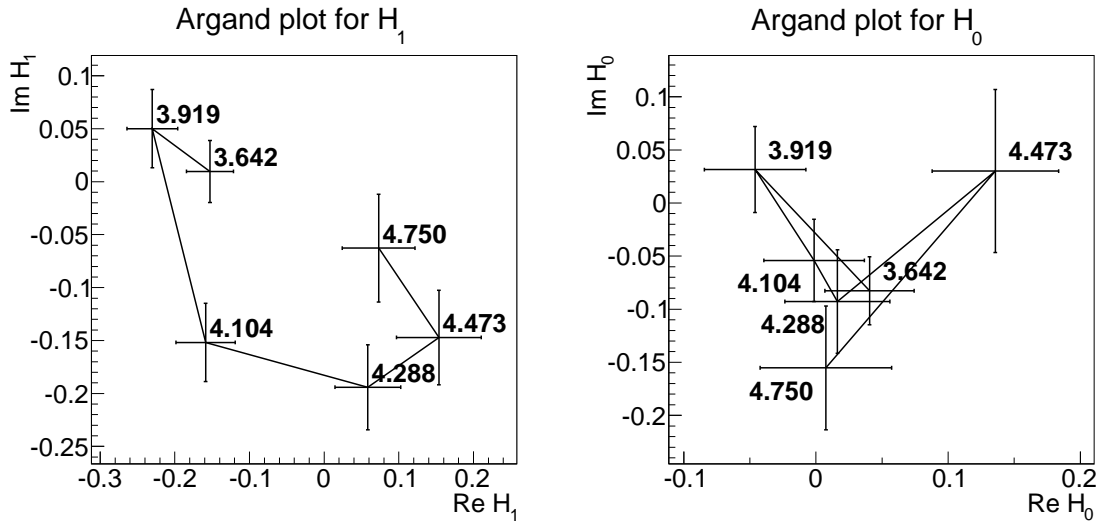


Рис. 4.12: Графики Аргана для спиральных амплитуд  $Z_c(4200)^+$ . Центральные значения массы для бинов (в  $\text{ГэВ}/c^2$ ) указаны около точек.

Таблица 4.4: Сравнение параметров  $Z_c(4200)^+$  в каналах распада  $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ ,  $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$  и комбинированном образце данных ( $J^P = 1^+$ ).

Образец данных	Комбинированный	$J/\psi \rightarrow e^+e^-$	$J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$
Масса, МэВ/ $c^2$	$4196^{+31}_{-29}$	$4198 \pm 41$	$4217 \pm 41$
Ширина, МэВ	$370 \pm 70$	$358 \pm 57$	$443 \pm 94$
Значимость (Вилкс)	$8.2\sigma$	$5.4\sigma$	$5.3\sigma$

Таблица 4.5: Модельная зависимость Вилкс-значимости  $Z_c(4200)^+$ .

Модель	$0^-$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$
Без $K^*(1680)$	$3.2\sigma$	$3.1\sigma$	$8.4\sigma$	$3.7\sigma$	$1.9\sigma$
Без $K_0^*(1950)$	$3.6\sigma$	$2.8\sigma$	$8.6\sigma$	$5.0\sigma$	$2.6\sigma$
LASS	$3.8\sigma$	$1.0\sigma$	$6.6\sigma$	$5.2\sigma$	$2.3\sigma$
Свободные массы и ширины	$2.4\sigma$	$1.6\sigma$	$7.3\sigma$	$4.6\sigma$	$1.9\sigma$
Свободные $r$	$5.0\sigma$	$2.6\sigma$	$8.4\sigma$	$4.5\sigma$	$0.9\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S)	$3.8\sigma$	$2.9\sigma$	$7.9\sigma$	$4.1\sigma$	$2.0\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P)	$3.7\sigma$	$2.4\sigma$	$7.7\sigma$	$3.7\sigma$	$1.4\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	$4.1\sigma$	$2.3\sigma$	$7.7\sigma$	$3.8\sigma$	$1.3\sigma$

Результаты для отдельных образцов данных  $J/\psi \rightarrow e^+e^-$  и  $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$  согласуются между собой и с результатами для комбинированного образца данных. Масса, ширина и значимость  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) для каждого из используемых каналов распада  $J/\psi$  приведены в табл. 4.4.

Также были рассмотрены другие модели амплитуды: без одного из незначимых резонансов  $K^*$  [ $K^*(1680)$ ,  $K_0^*(1950)$ ]; с добавлением нерезонансной  $S$ -,  $P$ - и  $D$ -волновой амплитуды в системе  $K^-\pi^+$ ; с отпущенными параметрами  $r$  в форм-факторах Блатта-Вайскопфа; с отпущенными массами и ширинами резонансов  $K^*$  (массы и ширины были ограничены аналогично формуле (4.9)) и с амплитудой LASS [167] вместо амплитуды Брейта-Вигнера для  $K_0^*(800)$ .

Значимость  $Z_c(4200)^+$  для всех моделей, кроме основной, приведена в табл. 4.5. Минимальная Вилкс-значимость для гипотезы  $1^+$  равна  $6.6\sigma$ ; соответствующая глобальная значимость равна  $6.2\sigma$ .

Значимости исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4430)^+$  ( $J^P = j^p$ ,  $j^p \in \{0^+, 1^-, 2^-, 2^+\}$ ) в основной модели были вычислены методом Монте-Карло. При этом использовалась та же процедура, что и в главе 3. Генерировались псевдоэксперименты в соответствии с результатом подгонки с сигналом  $Z_c(4200)^+$  с кван-

Таблица 4.6: Уровни исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4200)^+$  и доверительные уровни гипотезы  $1^+$  в основной модели.

$j^p$	Значимость $1^+$ по сравнению с $j^p$		Доверительный уровень $1^+$
	МС	$\sqrt{\Delta(-2 \ln L)}$	
$0^-$	$8.6\sigma$	$7.9\sigma$	26%
$1^-$	$9.8\sigma$	$8.7\sigma$	48%
$2^-$	$8.8\sigma$	$7.6\sigma$	40%
$2^+$	$10.6\sigma$	$8.8\sigma$	42%

товыми числами  $j^p$  в данных. Затем производилась подгонка этих псевдоэкспериментов с двумя различными квантовыми числами  $Z_c(4200)^+$  -  $j^p$  и  $1^+$ . Полученное распределение величины  $\Delta(-2 \ln L) = (-2 \ln L)_{j^p=j^p} - (-2 \ln L)_{j^p=1^+}$  подгонялось асимметричной функцией Гаусса, и  $p$ -значение вычислялось как интеграл от функции, полученной в результате подгонки (нормированной на 1) от значения  $\Delta(-2 \ln L)$  в данных до  $+\infty$ . Результаты показаны в табл. 4.6.

Кроме этого, генерировались псевдоэксперименты в соответствии с результатом подгонки для гипотезы  $1^+$ , которые затем подгонялись с сигналом  $Z_c(4200)^+$  с квантовыми числами  $j^p$  и  $1^+$ , после чего получалось второе распределение  $\Delta(-2 \ln L)$ . Оно также подгонялось асимметричной функцией Гаусса, и доверительный уровень гипотезы  $1^+$  вычислялся как интеграл от функции, полученной в результате подгонки (нормированной на 1) от  $-\infty$  до значения  $\Delta(-2 \ln L)$  в данных. Полученные доверительные уровни представлены в табл. 4.6. Распределения  $\Delta(-2 \ln L)$  для случая  $j^p = 2^-$  показаны на рис. 3.14.

Для моделей, отличных от основной, вычисление уровней исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4200)^+$  при помощи псевдоэкспериментов не использовалось. Вместо этого, значимость гипотезы  $1^+$  по сравнению с гипотезой  $j^p$  оценивалась как  $\sqrt{\Delta(-2 \ln L)}$ . Сравнение двух методов для основной модели приведено в табл. 4.6. Вычисление значимости по формуле приводит к меньшим значениям, чем вычисление через псевдоэксперименты, и, таким образом, даёт консервативную оценку значимости. Результаты для всех моделей приведены в табл. 4.7. Гипотезы  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$ ,  $2^+$  исключены на уровне  $6.1\sigma$ ,  $7.4\sigma$ ,  $4.4\sigma$  и  $7.0\sigma$  соответственно.

Результаты изучения модельной зависимости массы и ширины  $Z_c(4200)^+$  приведены в табл. 4.8. Максимальные отклонения от массы и ширины  $Z_c(4200)^+$  в основной модели считались систематическими ошибками, связанными с зависимостью от модели амплитуды.

Также были оценены ошибки, связанные с неопределённостью параметриза-

Таблица 4.7: Уровни исключения гипотез о квантовых числах  $Z_c(4200)^+$ .

Модель	$0^-$	$1^-$	$2^-$	$2^+$
Без $K^*(1680)$	$8.5\sigma$	$8.5\sigma$	$8.0\sigma$	$9.0\sigma$
Без $K_0^*(1950)$	$8.4\sigma$	$8.8\sigma$	$7.3\sigma$	$8.9\sigma$
LASS	$6.1\sigma$	$7.4\sigma$	$4.4\sigma$	$7.0\sigma$
Свободные массы и ширины	$7.6\sigma$	$7.9\sigma$	$5.9\sigma$	$7.8\sigma$
Свободные $r$	$7.4\sigma$	$8.7\sigma$	$7.5\sigma$	$9.2\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S)	$7.6\sigma$	$8.1\sigma$	$7.2\sigma$	$8.5\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P)	$7.4\sigma$	$8.1\sigma$	$7.2\sigma$	$8.4\sigma$
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	$7.2\sigma$	$8.1\sigma$	$7.1\sigma$	$8.4\sigma$

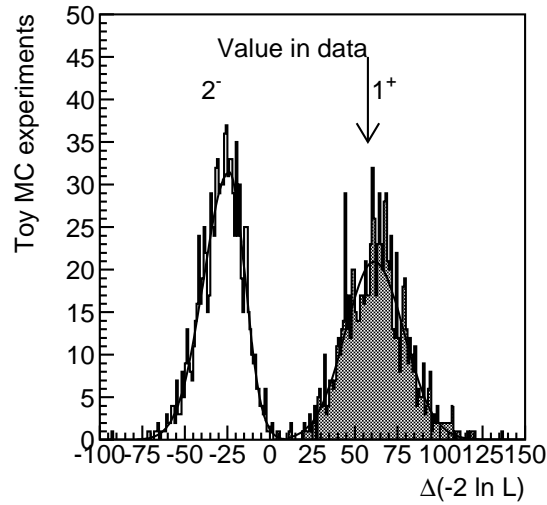


Рис. 4.13: Сравнение гипотез  $2^-$  и  $1^+$  в основной модели. Гистограммы - распределения  $\Delta(-2 \ln L)$  в численных экспериментах, в которых данные генерируются в соответствии с результатами подгонки с квантовыми числами  $2^-$  (незаштрихованная гистограмма) и  $1^+$  (заштрихованная гистограмма). Значение  $\Delta(-2 \ln L)$ , наблюдаемое в данных, показано стрелкой.

Таблица 4.8: Систематические ошибки массы (в МэВ/ $c^2$ ) и ширины (в МэВ)  $Z_c(4200)^+$ .

Модель или источник ошибки	Масса	Ширина
Без $K^*(1680)$	+0 -1	+0 -34
Без $K_0^*(1950)$	+9 -0	+0 -54
LASS	+0 -13	+0 -132
Свободные массы и ширины	+0 -3	+0 -29
Свободные $r$	+16 -0	+58 -0
Нерезонансная амплитуда (S)	+0 -6	+0 -15
Нерезонансная амплитуда (S,P)	+17 -0	+70 -0
Нерезонансная амплитуда (S,P,D)	+0 -0	+6 -0
Модель амплитуды, полная ошибка	+17 -13	+70 -132

ции фона. Они вычислялись при помощи варьирования параметров фона на  $\pm 1\sigma$  (при этом остальные параметры варьировались в соответствии с коэффициентами корреляции) и выполнения подгонки данных с изменёнными параметрами фона. Полученные при этом максимальные отклонения массы и ширины считались систематическими ошибками. Оказалось, что эти ошибки во всех случаях пренебрежимо малы по сравнению с ошибками, связанными с зависимостью от модели амплитуды.

Используя спиральные амплитуды, приведённые в табл. 4.2, можно вычислить амплитуды в поперечном базисе:

$$A_0 = H_0, \quad A_{\parallel} = \frac{H_1 + H_{-1}}{\sqrt{2}}, \quad A_{\perp} = \frac{H_1 - H_{-1}}{\sqrt{2}}, \quad (4.19)$$

где  $A_0$ ,  $A_{\parallel}$  и  $A_{\perp}$  - поперечные амплитуды. Амплитуды из табл. 4.2 перед применением формул (4.19) должны быть отнормированы таким образом, что для резонанса  $K^*$

$$|H_0|^2 + |H_1|^2 + |H_{-1}|^2 = 1. \quad (4.20)$$

Полученные поперечные амплитуды  $K^*(892)$  приведены в табл. 4.9. Систематические ошибки поперечных амплитуд связаны с зависимостью от модели амплитуды. Результаты согласуются с предыдущим измерением коллаборации Belle в работе [175] и замещают его.

Был выполнен поиск состояния  $Z_c(3900)^+$  с использованием модели амплитуды с  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ) в качестве нулевой гипотезы. Рассматривались все возможные квантовые числа с  $J \leq 2$  ( $J^P \in \{0^+, 1^-, 1^+, 2^- \text{ и } 2^+\}$ ). Масса и ширина

Таблица 4.9: Поперечные амплитуды  $K^*(892)$ .

Параметр	Значение
$ A_{\parallel} ^2$	$0.227 \pm 0.007 \pm 0.006$
$ A_{\perp} ^2$	$0.201 \pm 0.007 \pm 0.005$
$\arg A_{\parallel}$	$-2.92 \pm 0.04 \pm 0.04$
$\arg A_{\perp}$	$2.91 \pm 0.03 \pm 0.03$

Таблица 4.10: Результаты подгонки с добавлением состояния  $Z_c(3900)^+$  в основной модели: масса (в МэВ/ $c^2$ ), ширина (в МэВ) и значимость  $Z_c(3900)^+$ . Приведены только статистические ошибки.

$J^P$	$0^-$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$
Масса	$3889.8 \pm 3.3$	$3890.3 \pm 3.1$	$3890.6 \pm 3.3$	$3891.1 \pm 3.2$	$3891.5 \pm 3.3$
Ширина	$43.2 \pm 6.5$	$37.8 \pm 7.9$	$39.2 \pm 8.1$	$39.4 \pm 8.5$	$41.2 \pm 7.7$
Значим.	$2.4\sigma$	$1.1\sigma$	$0.1\sigma$	$< 0.1\sigma$	$0.2\sigma$

$Z_c(3900)^+$  были ограничены с использованием формулы (4.9). Средние значения массы и ширины BESIII [136], Belle [93] и анализа, выполненного с использованием данных CLEO [137],

$$M_0 = 3891.2 \pm 3.3 \text{ МэВ}/c^2, \quad \Gamma_0 = 39.5 \pm 8.1 \text{ МэВ},$$

использовались как номинальные масса и ширина  $Z_c(3900)^+$ . Результаты представлены в табл. 4.10. Значимого сигнала  $Z_c(3900)^+$  не было обнаружено.

#### 4.5.2 Эффективность и вероятности распадов

Функция плотности сигнала, полученная из подгонки, использовалась для определения эффективности

$$\epsilon_0 = \frac{\int S(\Phi)\epsilon(\Phi)d\Phi}{\int S(\Phi)d\Phi}, \quad (4.21)$$

где  $\epsilon(\Phi)$  - эффективность, зависящая от точки фазового пространства. Отношение интегралов вычислялось методом Монте-Карло без параметризации эффективности. Эффективность восстановления оказалась равной  $(28.4 \pm 1.1)\%$ . Центральное значение приведено для основной модели с  $Z_c(4200)^+$  ( $J^P = 1^+$ ). Приведённое значение эффективности было скорректировано на разницу эффективности идентификационных ограничений в Монте-Карло и данных, которая равна  $(93.1 \pm 3.5)\%$ .

Относительная ошибка эффективности включает неопределённость эффективности восстановления треков (1.4%), ошибку, вызванную различием эффективности идентификационных ограничений в Монте-Карло и данных (3.8%), и ошибку, связанную с зависимостью от модели амплитуды (0.3%). Ошибка, вызванная ограниченностью статистики событий Монте-Карло, пренебрежимо мала.

С использованием полученной эффективности и вероятностей распада  $J/\psi$  по каналам  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$  [164] была вычислена вероятность распада по каналу

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+) = (1.15 \pm 0.01 \pm 0.05) \times 10^{-3}.$$

При вычислении этой вероятности предполагалось, что  $\mathcal{B}(\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0) = 0.5$ . Центральное значение соответствует основной модели с  $Z_c(4200)^+$  с квантовыми числами  $J^P = 1^+$ . Систематическая ошибка включает ошибку эффективности, числа  $B$ -мезонов (1.4%), выхода сигнала (0.3%) и вероятности распада  $J/\psi \rightarrow \ell^+ \ell^-$  (1.0%).

Относительный вклад резонанса  $R$  [ $Z_c(4200)^+$ ,  $Z_c(4430)^+$  или одного из резонансов  $K^*$ ] определяется как

$$f = \frac{\int S_R(\Phi) d\Phi}{\int S(\Phi) d\Phi}, \quad (4.22)$$

где  $S_R(\Phi)$  - функция плотности сигнала, в которой все амплитуды, кроме амплитуды резонанса  $R$ , установлены в 0. Статистические ошибки относительных вкладов определялись из псевдоэкспериментов, сгенерированных в соответствии с результатом подгонки в данных. Производилась подгонка каждого из псевдоэкспериментов, после которой вычислялись относительные вклады. Полученное распределение относительных вкладов подгонялось асимметричной функцией Гаусса, и полученные стандартные отклонения считались статистическими ошибками соответствующего относительного вклада. Распределения относительных вкладов в псевдоэкспериментах находились в хорошем согласии с подгоночной функцией для всех резонансов, кроме  $K^*(892)$ . Для  $K^*(892)$  положение пика было отпущено и разница между полученным относительным вкладом и относительным вкладом в данных (абсолютная разница -0.42%, относительная -0.61%) считалась дополнительной систематической ошибкой из-за сдвига в процессе подгонки. Результаты представлены в табл. 4.3.

Вероятность распада по каналу  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^*(892)$  равна

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^*(892)) = 1.5 f_{K^*(892)} \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+), \quad (4.23)$$

где  $f_{K^*(892)}$  - относительный вклад  $K^*(892)$ . Полученное значение равно

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^*(892)) = (1.19 \pm 0.01 \pm 0.08) \times 10^{-3}.$$

Систематическая ошибка включает вклады от тех же источников, что и ошибка вероятности распада по каналу  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+$ , сдвига в процессе подгонки для относительного вклада  $K^*(892)$  (-0.6%) и зависимости относительного вклада  $K^*(892)$  от модели амплитуды  $[(^{+1.5}_{-2.0})\%]$ .

Произведения вероятностей распадов для  $Z_c(4430)^+$  и  $Z_c(4200)^+$  равны

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) &= (5.4^{+4.0+1.1}_{-1.0-0.9}) \times 10^{-6}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4200)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4200)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) &= (2.2^{+0.7+1.1}_{-0.5-0.6}) \times 10^{-5},\end{aligned}$$

где систематическая ошибка, связанная с зависимостью от модели амплитуды, равна  $(^{+19.9}_{-14.9})\%$  и  $(^{+49.0}_{-26.7})\%$  соответственно.

При определении произведения вероятностей распада для  $Z_c(3900)^+$  считалось, что его квантовые числа равны  $J^P = 1^+$  в соответствии с результатом углового анализа, выполненного коллаборацией BESIII в канале распада  $D\bar{D}^*$  [138]. Верхний предел на произведение вероятностей распадов равен

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(3900)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(3900)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) < 9 \times 10^{-7} \text{ (90\% у. д.)},$$

при этом для учёта систематической ошибки приведённое значение соответствует самому слабому пределу для всех моделей амплитуды.

## 4.6 Обсуждение полученных результатов

Был выполнен амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+$  в четырёх измерениях. Было обнаружено новое заряженное чармониеподобное состояние  $Z_c(4200)^+$ , распадающееся на  $J/\psi$  и  $\pi^+$ , со значимостью  $6.2\sigma$ . Минимальный кварковый состав данного состояния является экзотическим:  $|c\bar{c}u\bar{d}\rangle$ . Полученные масса и ширина  $Z_c(4200)^+$  равны

$$\begin{aligned}M &= 4196^{+31+17}_{-29-13} \text{ МэВ}/c^2, \\ \Gamma &= 370^{+70+70}_{-70-132} \text{ МэВ}.\end{aligned}$$

Предпочтительные квантовые числа состояния  $Z_c(4200)^+$  -  $J^P = 1^+$ . Другие гипотезы:  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$  и  $2^+$  исключены на уровне  $6.1\sigma$ ,  $7.4\sigma$ ,  $4.4\sigma$  и  $7.0\sigma$  соответственно. Также было найдено указание на существование нового канала распада  $Z_c(4430)^+$ :  $Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$ .

Коллаборация LHCb включила второе состояние  $Z_c^+$  в амплитудный анализ распадов  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S) K^- \pi^+$  вместе с  $Z_c(4430)^+$ , но не заявила о наблюдении нового состояния [168]. Измеренные значения массы и ширины второго  $Z_c^+$  близки к массе и ширине  $Z_c(4200)^+$  и, хотя предпочтительной гипотезой о квантовых числах



является  $J^P = 0^-, J^P = 1^+$  не исключена. Таким образом, эффект, обнаруженный в работе [168], может быть вызван распадом  $Z_c(4200)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+$ .

Значения вероятностей распада по каналам равны

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+) &= (1.15 \pm 0.01 \pm 0.05) \times 10^{-3}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^*(892)) &= (1.19 \pm 0.01 \pm 0.08) \times 10^{-3}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) &= (5.4_{-1.0-0.9}^{+4.0+1.1}) \times 10^{-6}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4200)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4200)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) &= (2.2_{-0.5-0.6}^{+0.7+1.1}) \times 10^{-5}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(3900)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(3900)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) &< 9 \times 10^{-7} \text{ (90\% у. д.)}.\end{aligned}$$

Теоретически состояние  $Z_c(4200)^+$  может быть проинтерпретировано как тетракварк [176, 177]. В работе [177] были вычислены парциальные ширины распадов  $Z_c(4200)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$ ,  $Z_c(4200)^+ \rightarrow \eta_c \rho^+$ ,  $Z_c(4200)^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0}$  и  $Z_c(4200)^+ \rightarrow \bar{D}^0 D^{*+}$  в тетракварковой модели. При этом основным каналом распада оказался канал  $Z_c(4200)^+ \rightarrow \eta_c \rho^+$ , а вероятность распада по каналу  $Z_c(4200)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$  составила около 25%. Отсутствие близких порогов, для которых у соответствующей комбинации  $D$ -мезонов возможны квантовые числа  $1^+$  в  $S$ -волне, затрудняет интерпретацию  $Z_c(4200)^+$  как молекулярного состояния; для близких порогов (например,  $D\bar{D}_1(2420)$ ) квантовые числа  $1^+$  возможны в  $P$ -волне.

# Заклучение

Данная работа была выполнена с использованием данных, набранных в эксперименте Belle. Были получены следующие результаты:

1. Измерены квантовые числа  $Z_c(4430)^+$ :  $J^P = 1^+$ . Другие гипотезы:  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$  и  $2^+$  исключены на уровне  $3.4\sigma$ ,  $3.7\sigma$ ,  $4.7\sigma$  и  $5.1\sigma$  соответственно.
2. Измерены значения массы и ширины  $Z_c(4430)^+$ :

$$M = 4485_{-22}^{+22+28} \text{ МэВ}/c^2,$$
$$\Gamma = 200_{-46}^{+41+26} \text{ МэВ}.$$

3. Измерены вероятности распада по каналам (в процессе  $\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+$ ):

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)K^-\pi^+) = (5.80 \pm 0.39) \times 10^{-4},$$
$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi(2S)\bar{K}^*(892)) = (5.55_{-0.23}^{+0.22+0.41}) \times 10^{-4},$$
$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow \psi(2S)\pi^+) = (6.0_{-2.0}^{+1.7+2.5}) \times 10^{-5}.$$

4. Обнаружено новое заряженное чармониеподобное состояние  $Z_c(4200)^+$ , распадающееся на  $J/\psi\pi^+$ .
5. Измерены квантовые числа  $Z_c(4200)^+$ :  $J^P = 1^+$ . Другие гипотезы:  $0^-$ ,  $1^-$ ,  $2^-$  и  $2^+$  исключены на уровне  $6.1\sigma$ ,  $7.4\sigma$ ,  $4.4\sigma$  и  $7.0\sigma$  соответственно.
6. Измерены масса и ширина  $Z_c(4200)^+$ :

$$M = 4196_{-29}^{+31+17} \text{ МэВ}/c^2,$$
$$\Gamma = 370_{-70}^{+70+70} \text{ МэВ}.$$

7. Измерены спиральные амплитуды  $Z_c(4200)^+$  (в шести бинах по инвариантной массе  $J/\psi\pi^+$ ), проверено соответствие их изменения в зависимости от массы с ожидаемой зависимостью для резонанса.
8. Найдено указание на существование канала распада  $Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$ .

9. Измерены вероятности распада по каналам (в процессе  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+$ ):

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+) = (1.15 \pm 0.01 \pm 0.05) \times 10^{-3},$$

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^*(892)) = (1.19 \pm 0.01 \pm 0.08) \times 10^{-3},$$

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4430)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4430)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) = (5.4_{-1.0-0.9}^{+4.0+1.1}) \times 10^{-6},$$

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(4200)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(4200)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) = (2.2_{-0.5-0.6}^{+0.7+1.1}) \times 10^{-5}.$$

10. Произведён поиск рождения состояния  $Z_c(3900)^+$  в распаде  $\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(3900)^+ K^-$ , поставлен верхний предел на произведение вероятностей распада

$$\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow Z_c(3900)^+ K^-) \times \mathcal{B}(Z_c(3900)^+ \rightarrow J/\psi \pi^+) < 9 \times 10^{-7} \text{ (90\% у. д.)}.$$

11. Разработана параметризация функции глобальной значимости новых состояний с произвольными массой и шириной.

# Благодарности

Автор благодарен своему научному руководителю Р.В. Мизюку за постановку интересных задач, создание стимулирующей научной атмосферы, помощь в выполнении работы и подготовке диссертации.

Автор благодарен руководителю группы ИТЭФ в эксперименте Belle П.Н. Пахлову, а также всем её членам: Т.А-Х. Аушеву, М.В. Данилову, А.Г. Друцкому, П.В. Катренко, Г.В. Пахловой, Е.И. Соловьёвой, И.Н. Тихомирову, Т.В. Углову, Р.Н. Чистову за многочисленные обсуждения представленных анализов в процессе их подготовки.

Автор благодарен внутренним рецензентам коллаборации Belle по работам, которые вошли в диссертацию: E. Won, S. Olsen, A. C. Кузьмину, руководителям группы физики очарованных частиц: J. Brodzicka, A. Zupanc, C. P. Shen, и другим членам коллаборации Belle: Y. Sakai, T. Browder, С. И. Эйдельману, Leo Piilonen, Y. Watanabe, M. Kambeitz, V. Bansal, O. Schneider, J. Libby, S. Wehle, V. Savinov за их комментарии, вопросы и исправления, которые позволили улучшить вошедшие в диссертацию работы.

# Литература

- [1] N. Brambilla, S. Eidelman, P. Foka, S. Gardner, A. S. Kronfeld, M. G. Alford, R. Alkofer and M. Butenschoen *et al.*, “*QCD and Strongly Coupled Gauge Theories: Challenges and Perspectives*,” Eur. Phys. J. C **74**, no. 10, 2981 (2014) [arXiv:1404.3723 [hep-ph]].
- [2] S. K. Choi *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a narrow charmonium-like state in exclusive  $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$  decays*,” Phys. Rev. Lett. **91**, 262001 (2003) [hep-ex/0309032].
- [3] S. Prelovsek, “*Exotic and conventional mesons from lattice*,” EPJ Web Conf. **81**, 01014 (2014) [arXiv:1409.7898 [hep-lat]].
- [4] S. K. Choi *et al.* [BELLE Collaboration], “*Observation of a resonance-like structure in the  $\pi^\pm \psi'$  mass distribution in exclusive  $B \rightarrow K \pi^\pm \psi'$  decays*,” Phys. Rev. Lett. **100**, 142001 (2008) [arXiv:0708.1790 [hep-ex]].
- [5] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Search for the  $Z(4430)^-$  at BABAR*,” Phys. Rev. D **79**, 112001 (2009) [arXiv:0811.0564 [hep-ex]].
- [6] R. Mizuk *et al.* [BELLE Collaboration], “*Dalitz analysis of  $B \rightarrow K \pi^+ \psi'$  decays and the  $Z(4430)^+$* ,” Phys. Rev. D **80**, 031104 (2009) [arXiv:0905.2869 [hep-ex]].
- [7] K. Chilikin *et al.* [Belle Collaboration], “*Experimental constraints on the spin and parity of the  $Z(4430)^+$* ,” Phys. Rev. D **88**, no. 7, 074026 (2013) [arXiv:1306.4894 [hep-ex]].
- [8] K. Chilikin *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a new charged charmoniumlike state in  $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K^- \pi^+$  decays*,” Phys. Rev. D **90**, no. 11, 112009 (2014) [arXiv:1408.6457 [hep-ex]].
- [9] K. Chilikin [Belle Collaboration], “*Recent results on quarkonium(-like) states at Belle*,” Proceedings, 49th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy

- Interactions : La Thuile, Italy, March 22-29, 2014, p.115-118 [arXiv:1410.1685 [hep-ex]].
- [10] N. Brambilla *et al.* [Quarkonium Working Group Collaboration], “*Heavy quarkonium physics*,” hep-ph/0412158.
  - [11] M. B. Voloshin, “*Charmonium*,” Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 455 (2008) [arXiv:0711.4556 [hep-ph]].
  - [12] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. D. Lane and T. M. Yan, “*Charmonium: The Model*,” Phys. Rev. D **17**, 3090 (1978) [Erratum-ibid. D **21**, 313 (1980)].
  - [13] J. L. Richardson, “*The Heavy Quark Potential and the Upsilon, J/psi Systems*,” Phys. Lett. B **82**, 272 (1979).
  - [14] W. Buchmuller and S. H. H. Tye, “*Quarkonia and Quantum Chromodynamics*,” Phys. Rev. D **24**, 132 (1981).
  - [15] S. Godfrey and N. Isgur, “*Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics*,” Phys. Rev. D **32**, 189 (1985).
  - [16] E. J. Eichten and C. Quigg, “*Mesons with beauty and charm: Spectroscopy*,” Phys. Rev. D **49**, 5845 (1994) [hep-ph/9402210].
  - [17] L. P. Fulcher, “*Perturbative QCD, a universal QCD scale, long range spin orbit potential, and the properties of heavy quarkonia*,” Phys. Rev. D **44**, 2079 (1991).
  - [18] S. N. Gupta and J. M. Johnson, “*B(c) spectroscopy in a quantum chromodynamic potential model*,” Phys. Rev. D **53**, 312 (1996) [hep-ph/9511267].
  - [19] D. Ebert, R. N. Faustov and V. O. Galkin, “*Properties of heavy quarkonia and B<sub>c</sub> mesons in the relativistic quark model*,” Phys. Rev. D **67**, 014027 (2003) [hep-ph/0210381].
  - [20] J. Zeng, J. W. Van Orden and W. Roberts, “*Heavy mesons in a relativistic model*,” Phys. Rev. D **52**, 5229 (1995) [hep-ph/9412269].
  - [21] T. Barnes, S. Godfrey and E. S. Swanson, “*Higher charmonia*,” Phys. Rev. D **72**, 054026 (2005) [hep-ph/0505002].
  - [22] Y. P. Kuang, “*QCD multipole expansion and hadronic transitions in heavy quarkonium systems*,” Front. Phys. China **1**, 19 (2006) [hep-ph/0601044].

- [23] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], “*Review of Particle Physics*,” Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).
- [24] H. W. Ke, J. Tang, X. Q. Hao and X. Q. Li, “*Analysis on heavy quarkonia transitions with pion emission in terms of the QCD multipole expansion and determination of mass spectra of hybrids*,” Phys. Rev. D **76**, 074035 (2007) [arXiv:0706.2074 [hep-ph]].
- [25] J. E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], “*Discovery of a Narrow Resonance in  $e^+ e^-$  Annihilation*,” Phys. Rev. Lett. **33**, 1406 (1974).
- [26] J. J. Aubert *et al.* [E598 Collaboration], “*Experimental Observation of a Heavy Particle  $J$* ,” Phys. Rev. Lett. **33**, 1404 (1974).
- [27] G. S. Abrams, D. Briggs, W. Chinowsky, C. E. Friedberg, G. Goldhaber, R. J. Hollebeek, J. A. Kadyk and A. Litke *et al.*, “*The Discovery of a Second Narrow Resonance in  $e^+ e^-$  Annihilation*,” Phys. Rev. Lett. **33**, 1453 (1974).
- [28] G. J. Feldman, B. Jean-Marie, B. Sadoulet, F. Vannucci, G. S. Abrams, A. Boyarski, M. Breidenbach and F. Bulos *et al.*, “ *$\psi(3684)$  Radiative Decays to High Mass States*,” Phys. Rev. Lett. **35**, 821 (1975) [Erratum-ibid. **35**, 1184 (1975)].
- [29] W. M. Tanenbaum, J. S. Whitaker, G. S. Abrams, A. Boyarski, M. Breidenbach, F. Bulos, W. Chinowsky and G. J. Feldman *et al.*, “*Observation of an Intermediate State in  $\psi(3684)$  Radiative Cascade Decay*,” Phys. Rev. Lett. **35**, 1323 (1975).
- [30] J. S. Whitaker, W. M. Tanenbaum, G. S. Abrams, M. S. Alam, A. Boyarski, M. Breidenbach, W. Chinowsky and R. DeVoe *et al.*, “*Radiative Decays of  $\psi(3095)$  and  $\psi(3684)$* ,” Phys. Rev. Lett. **37**, 1596 (1976).
- [31] P. A. Rapidis, B. Gobbi, D. Luke, A. Barbaro-Galtieri, J. Dorfan, R. Ely, G. J. Feldman and J. M. Feller *et al.*, “*Observation of a Resonance in  $e^+ e^-$  Annihilation Just Above Charm Threshold*,” Phys. Rev. Lett. **39**, 526 (1977) [Erratum-ibid. **39**, 974 (1977)].
- [32] R. Brandelik *et al.* [DASP Collaboration], “*Total Cross-section for Hadron Production by  $e^+e^-$  Annihilation at Center-of-mass Energies Between 3.6-GeV and 5.2-GeV*,” Phys. Lett. B **76**, 361 (1978).

- [33] T. Himel, G. Trilling, G. S. Abrams, M. S. Alam, C. A. Blocker, A. Blondel, A. Boyarski and M. Breidenbach *et al.*, “*Observation of the  $\eta_c(2980)$  Produced in the Radiative Decay of the  $\psi'(3684)$* ,” Phys. Rev. Lett. **45**, 1146 (1980).
- [34] R. Partridge, C. Peck, F. Porter, W. S. Kollmann, M. Richardson, K. Strauch, K. Wacker and D. Aschman *et al.*, “*Observation of an  $\eta_c$  Candidate State with Mass  $2978 \pm 9$  MeV*,” Phys. Rev. Lett. **45**, 1150 (1980).
- [35] T. A. Armstrong, D. Bettoni, V. Bharadwaj, C. Biino, G. Borreani, D. R. Broemmelsiek, A. Buzzo and R. Calabrese *et al.*, “*Observation of the  $p$  wave singlet state of charmonium*,” Phys. Rev. Lett. **69**, 2337 (1992).
- [36] M. Andreotti, S. Bagnasco, W. Baldini, D. Bettoni, G. Borreani, A. Buzzo, R. Calabrese and R. Cester *et al.*, “*Results of a search for the  $h_c$  ( $^1P_1$ ) state of charmonium in the  $\eta_c\gamma$  and  $J/\psi\pi^0$  decay modes*,” Phys. Rev. D **72**, 032001 (2005).
- [37] J. L. Rosner *et al.* [CLEO Collaboration], “*Observation of  $h(c)$  ( $^1P_1$ ) state of charmonium*,” Phys. Rev. Lett. **95**, 102003 (2005) [hep-ex/0505073].
- [38] S. K. Choi *et al.* [BELLE Collaboration], “*Observation of the  $\eta_c(2S)$  in exclusive  $B \rightarrow KK_S K^- \pi^+$  decays*,” Phys. Rev. Lett. **89**, 102001 (2002) [Erratum-ibid. **89**, 129901 (2002)] [hep-ex/0206002].
- [39] S. Uehara *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a  $\chi'_{c2}$  candidate in  $\gamma\gamma \rightarrow D\bar{D}$  production at Belle*,” Phys. Rev. Lett. **96**, 082003 (2006) [hep-ex/0512035].
- [40] V. Bhardwaj *et al.* [Belle Collaboration], “*Evidence of a new narrow resonance decaying to  $\chi_{c1}\gamma$  in  $B \rightarrow \chi_{c1}\gamma K$* ,” Phys. Rev. Lett. **111**, no. 3, 032001 (2013) [arXiv:1304.3975 [hep-ex]].
- [41] D. Acosta *et al.* [CDF Collaboration], “*Observation of the narrow state  $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$  in  $\bar{p}p$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV*,” Phys. Rev. Lett. **93**, 072001 (2004) [hep-ex/0312021].
- [42] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], “*Observation and properties of the  $X(3872)$  decaying to  $J/\psi\pi^+\pi^-$  in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV*,” Phys. Rev. Lett. **93**, 162002 (2004) [hep-ex/0405004].
- [43] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], “*Observation of  $X(3872)$  production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV*,” Eur. Phys. J. C **72**, 1972 (2012) [arXiv:1112.5310 [hep-ex]].



- [44] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Study of the  $B \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$  decay and measurement of the  $B \rightarrow X(3872) K^-$  branching fraction,*” Phys. Rev. D **71**, 071103 (2005) [hep-ex/0406022].
- [45] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of  $e^+ e^- \rightarrow \gamma X(3872)$  at BESIII,*” Phys. Rev. Lett. **112**, no. 9, 092001 (2014) [arXiv:1310.4101 [hep-ex]].
- [46] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “*Evidence for  $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$  and the sub-threshold decay  $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$ ,*” hep-ex/0505037.
- [47] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “*Experimental constraints on the possible  $J^{PC}$  quantum numbers of the  $X(3872)$ ,*” hep-ex/0505038.
- [48] A. Abulencia *et al.* [CDF Collaboration], “*Analysis of the quantum numbers  $J^{PC}$  of the  $X(3872)$ ,*” Phys. Rev. Lett. **98**, 132002 (2007) [hep-ex/0612053].
- [49] S.-K. Choi, S. L. Olsen, K. Trabelsi, I. Adachi, H. Aihara, K. Arinstein, D. M. Asner and T. Aushev *et al.*, “*Bounds on the width, mass difference and other properties of  $X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$  decays,*” Phys. Rev. D **84**, 052004 (2011) [arXiv:1107.0163 [hep-ex]].
- [50] P. del Amo Sanchez *et al.* [BaBar Collaboration], “*Evidence for the decay  $X(3872) \rightarrow J/\psi \omega$ ,*” Phys. Rev. D **82**, 011101 (2010) [arXiv:1005.5190 [hep-ex]].
- [51] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], “*Determination of the  $X(3872)$  meson quantum numbers,*” Phys. Rev. Lett. **110**, 222001 (2013) [arXiv:1302.6269 [hep-ex]].
- [52] G. Gokhroo *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a Near-threshold  $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$  Enhancement in  $B \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0 K$  Decay,*” Phys. Rev. Lett. **97**, 162002 (2006) [hep-ex/0606055].
- [53] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Study of Resonances in Exclusive  $B$  Decays to  $\bar{D}(* ) D(* ) K$ ,*” Phys. Rev. D **77**, 011102 (2008) [arXiv:0708.1565 [hep-ex]].
- [54] T. Aushev *et al.* [Belle Collaboration], “*Study of the  $B \rightarrow X(3872) (\rightarrow D^{*0} \bar{D}^0) K$  decay,*” Phys. Rev. D **81**, 031103 (2010) [arXiv:0810.0358 [hep-ex]].
- [55] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Search for  $B^+ \rightarrow X(3872) K^+$ ,  $X(3872) \rightarrow J/\psi \gamma$ ,*” Phys. Rev. D **74**, 071101 (2006) [hep-ex/0607050].

- [56] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Evidence for  $X(3872) \rightarrow \psi(2S)\gamma$  in  $B^\pm \rightarrow X(3872)K^\pm$  decays, and a study of  $B \rightarrow c\bar{c}\gamma K$ ,*” Phys. Rev. Lett. **102**, 132001 (2009) [arXiv:0809.0042 [hep-ex]].
- [57] V. Bhardwaj *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of  $X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma$  and search for  $X(3872) \rightarrow \psi'\gamma$  in  $B$  decays,*” Phys. Rev. Lett. **107**, 091803 (2011) [arXiv:1105.0177 [hep-ex]].
- [58] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], “*Evidence for the decay  $X(3872) \rightarrow \psi(2S)\gamma$ ,*” Nucl. Phys. B **886**, 665 (2014) [arXiv:1404.0275 [hep-ex]].
- [59] T. Barnes and S. Godfrey, “*Charmonium options for the  $X(3872)$ ,*” Phys. Rev. D **69**, 054008 (2004) [hep-ph/0311162].
- [60] B. Q. Li and K. T. Chao, “*Higher Charmonia and  $X, Y, Z$  states with Screened Potential,*” Phys. Rev. D **79**, 094004 (2009) [arXiv:0903.5506 [hep-ph]].
- [61] T. A. Lahde, “*Exchange current operators and electromagnetic dipole transitions in heavy quarkonia,*” Nucl. Phys. A **714**, 183 (2003) [hep-ph/0208110].
- [62] A. M. Badalian, V. D. Orlovsky, Y. A. Simonov and B. L. G. Bakker, “*The ratio of decay widths of  $X(3872)$  to  $\psi'\gamma$  and  $J/\psi\gamma$  as a test of the  $X(3872)$  dynamical structure,*” Phys. Rev. D **85**, 114002 (2012) [arXiv:1202.4882 [hep-ph]].
- [63] C. Bignamini, B. Grinstein, F. Piccinini, A. D. Polosa and C. Sabelli, “*Is the  $X(3872)$  Production Cross Section at Tevatron Compatible with a Hadron Molecule Interpretation?,*” Phys. Rev. Lett. **103**, 162001 (2009) [arXiv:0906.0882 [hep-ph]].
- [64] Y. S. Kalashnikova and A. V. Nefediev, “*Nature of  $X(3872)$  from data,*” Phys. Rev. D **80**, 074004 (2009) [arXiv:0907.4901 [hep-ph]].
- [65] C. M. Zanetti, M. Nielsen and R. D. Matheus, “*QCD Sum Rules for the production of the  $X(3872)$  as a mixed molecule-charmonium state in  $B$  meson decay,*” Phys. Lett. B **702**, 359 (2011) [arXiv:1105.1343 [hep-ph]].
- [66] M. Takizawa and S. Takeuchi, “ *$X(3872)$  as a hybrid state of charmonium and the hadronic molecule,*” PTEP **2013**, 0903D01 (2013) [arXiv:1206.4877 [hep-ph]].
- [67] S. Coito, G. Rupp and E. van Beveren, “*Is the  $X(3872)$  a molecule?,*” Acta Phys. Polon. Supp. **5**, 1015 (2012) [arXiv:1209.1313 [hep-ph]].

- [68] S. Coito, G. Rupp and E. van Beveren, “*X(3872) is not a true molecule,*” Eur. Phys. J. C **73**, no. 3, 2351 (2013) [arXiv:1212.0648 [hep-ph]].
- [69] M. Takizawa, S. Takeuchi and K. Shimizu, “*The charmonium-molecule hybrid structure of the X(3872),*” Few Body Syst. **54**, 415 (2013).
- [70] M. Takizawa, S. Takeuchi and K. Shimizu, “*Radiative X(3872) Decays in Charmonium-Molecule Hybrid Model,*” Few Body Syst. **55**, 779 (2014).
- [71] S. K. Choi *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a near-threshold omega  $J/\psi$  mass enhancement in exclusive  $B \rightarrow K\omega J/\psi$  decays,*” Phys. Rev. Lett. **94**, 182002 (2005) [hep-ex/0408126].
- [72] S. Uehara *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a charmonium-like enhancement in the  $\gamma\gamma \rightarrow \omega J/\psi$  process,*” Phys. Rev. Lett. **104**, 092001 (2010) [arXiv:0912.4451 [hep-ex]].
- [73] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], “*Study of  $X(3915) \rightarrow J/\psi\omega$  in two-photon collisions,*” Phys. Rev. D **86**, 072002 (2012) [arXiv:1207.2651 [hep-ex]].
- [74] F. K. Guo and U. G. Meissner, “*Where is the  $\chi_{c0}(2P)$ ?,*” Phys. Rev. D **86**, 091501 (2012) [arXiv:1208.1134 [hep-ph]].
- [75] S. L. Olsen, “*Is the X(3915) the  $\chi_{c0}(2P)$ ?,*” Phys. Rev. D **91**, no. 5, 057501 (2015) [arXiv:1410.6534 [hep-ex]].
- [76] X. Li and M. B. Voloshin, “*X(3915) as a  $D_s\bar{D}_s$  bound state,*” arXiv:1503.04431 [hep-ph].
- [77] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], “*Evidence for a Narrow Near-Threshold Structure in the  $J/\psi\phi$  Mass Spectrum in  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  Decays,*” Phys. Rev. Lett. **102**, 242002 (2009) [arXiv:0903.2229 [hep-ex]].
- [78] T. Aaltonen *et al.* [CDF Collaboration], “*Observation of the Y(4140) structure in the  $J/\psi\phi$  Mass Spectrum in  $B^\pm \rightarrow J/\psi\phi K$  decays,*” arXiv:1101.6058 [hep-ex].
- [79] C. P. Shen *et al.* [Belle Collaboration], “*Evidence for a new resonance and search for the Y(4140) in the  $\gamma\gamma \rightarrow \phi J/\psi$  process,*” Phys. Rev. Lett. **104**, 112004 (2010) [arXiv:0912.2383 [hep-ex]].
- [80] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], “*Search for the X(4140) state in  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  decays,*” Phys. Rev. D **85**, 091103 (2012) [arXiv:1202.5087 [hep-ex]].

- [81] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], “Search for the  $X(4140)$  state in  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$  decays with the D0 detector,” Phys. Rev. D **89**, no. 1, 012004 (2014) [arXiv:1309.6580 [hep-ex]].
- [82] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], “Observation of a peaking structure in the  $J/\psi\phi$  mass spectrum from  $B^\pm \rightarrow J/\psi\phi K^\pm$  decays,” Phys. Lett. B **734**, 261 (2014) [arXiv:1309.6920 [hep-ex]].
- [83] J. P. Lees *et al.* [BABAR Collaboration], “Study of  $B^{\pm,0} \rightarrow J/\psi K^+ K^- K^{\pm,0}$  and search for  $B^0 \rightarrow J/\psi\phi$  at BABAR,” Phys. Rev. D **91**, no. 1, 012003 (2015) [arXiv:1407.7244 [hep-ex]].
- [84] X. Liu and S. L. Zhu, “ $Y(4143)$  is probably a molecular partner of  $Y(3930)$ ,” Phys. Rev. D **80**, 017502 (2009) [Erratum-ibid. D **85**, 019902 (2012)] [arXiv:0903.2529 [hep-ph]].
- [85] N. Mahajan, “ $Y(4140)$ : Possible options,” Phys. Lett. B **679**, 228 (2009) [arXiv:0903.3107 [hep-ph]].
- [86] T. Branz, T. Gutsche and V. E. Lyubovitskij, “Hadronic molecule structure of the  $Y(3940)$  and  $Y(4140)$ ,” Phys. Rev. D **80**, 054019 (2009) [arXiv:0903.5424 [hep-ph]].
- [87] R. M. Albuquerque, M. E. Bracco and M. Nielsen, “A QCD sum rule calculation for the  $Y(4140)$  narrow structure,” Phys. Lett. B **678**, 186 (2009) [arXiv:0903.5540 [hep-ph]].
- [88] G. J. Ding, “Possible Molecular States of  $D_s^* \bar{D}_s^*$  System and  $Y(4140)$ ,” Eur. Phys. J. C **64**, 297 (2009) [arXiv:0904.1782 [hep-ph]].
- [89] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “Observation of a broad structure in the  $\pi^+\pi^-J/\psi$  mass spectrum around  $4.26 \text{ GeV}/c^2$ ,” Phys. Rev. Lett. **95**, 142001 (2005) [hep-ex/0506081].
- [90] Q. He *et al.* [CLEO Collaboration], “Confirmation of the  $Y(4260)$  resonance production in ISR,” Phys. Rev. D **74**, 091104 (2006) [hep-ex/0611021].
- [91] C. Z. Yuan *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$  cross-section via initial state radiation at Belle,” Phys. Rev. Lett. **99**, 182004 (2007) [arXiv:0707.2541 [hep-ex]].

- [92] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], “*Study of the reaction  $e^+e^- \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$  via initial-state radiation at BaBar,*” *Phys. Rev. D* **86**, 051102 (2012) [arXiv:1204.2158 [hep-ex]].
- [93] Z. Q. Liu *et al.* [Belle Collaboration], “*Study of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$  and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle,*” *Phys. Rev. Lett.* **110**, 252002 (2013) [arXiv:1304.0121 [hep-ex]].
- [94] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “*Evidence of a broad structure at an invariant mass of  $4.32 \text{ GeV}/c^2$  in the reaction  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$  measured at BaBar,*” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 212001 (2007) [hep-ex/0610057].
- [95] X. L. Wang *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of Two Resonant Structures in  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$  via Initial State Radiation at Belle,*” *Phys. Rev. Lett.* **99**, 142002 (2007) [arXiv:0707.3699 [hep-ex]].
- [96] X. L. Wang, C. Z. Yuan, C. P. Shen, P. Wang, A. Abdesselam, I. Adachi, H. Aihara and S. A. Said *et al.*, “*Measurement of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$  via Initial State Radiation at Belle,*” arXiv:1410.7641 [hep-ex].
- [97] G. Pakhlova *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a near-threshold enhancement in the  $e^+e^- \rightarrow \Lambda_c^+\Lambda_c^-$  cross section using initial-state radiation,*” *Phys. Rev. Lett.* **101**, 172001 (2008) [arXiv:0807.4458 [hep-ex]].
- [98] N. Brambilla, S. Eidelman, B. K. Heltsley, R. Vogt, G. T. Bodwin, E. Eichten, A. D. Frawley and A. B. Meyer *et al.*, “*Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities,*” *Eur. Phys. J. C* **71**, 1534 (2011) [arXiv:1010.5827 [hep-ph]].
- [99] X. H. Mo, G. Li, C. Z. Yuan, K. L. He, H. M. Hu, J. H. Hu, P. Wang and Z. Y. Wang, “*Determining the upper limit of  $\Gamma_{ee}$  for the  $Y(4260)$ ,*” *Phys. Lett. B* **640**, 182 (2006) [hep-ex/0603024].
- [100] S. Dubynskiy and M. B. Voloshin, “*Hadro-Charmonium,*” *Phys. Lett. B* **666**, 344 (2008) [arXiv:0803.2224 [hep-ph]].
- [101] S. L. Zhu, “*The Possible interpretations of  $Y(4260)$ ,*” *Phys. Lett. B* **625**, 212 (2005) [hep-ph/0507025].
- [102] E. Kou and O. Pene, “*Suppressed decay into open charm for the  $Y(4260)$  being an hybrid,*” *Phys. Lett. B* **631**, 164 (2005) [hep-ph/0507119].
- [103] F. E. Close and P. R. Page, “*Gluonic charmonium resonances at BaBar and BELLE?,*” *Phys. Lett. B* **628**, 215 (2005) [hep-ph/0507199].

- [104] L. Maiani, V. Riquer, F. Piccinini and A. D. Polosa, “*Four quark interpretation of  $Y(4260)$ ,*” Phys. Rev. D **72**, 031502 (2005) [hep-ph/0507062].
- [105] X. Liu, X. Q. Zeng and X. Q. Li, “*Possible molecular structure of the newly observed  $Y(4260)$ ,*” Phys. Rev. D **72**, 054023 (2005) [hep-ph/0507177].
- [106] C. Z. Yuan, P. Wang and X. H. Mo, “*The  $Y(4260)$  as an  $\omega\chi_{c1}$  molecular state,*” Phys. Lett. B **634**, 399 (2006) [hep-ph/0511107].
- [107] A. Martinez Torres, K. P. Khemchandani, D. Gamermann and E. Oset, “*The  $Y(4260)$  as a  $J/\psi K\bar{K}$  system,*” Phys. Rev. D **80**, 094012 (2009) [arXiv:0906.5333 [nucl-th]].
- [108] G. J. Ding, “*Are  $Y(4260)$  and  $Z_2^+$  are  $D_1D$  or  $D_0D^*$  Hadronic Molecules?,*” Phys. Rev. D **79**, 014001 (2009) [arXiv:0809.4818 [hep-ph]].
- [109] M. Cleven, Q. Wang, F. K. Guo, C. Hanhart, U. G. Meißner and Q. Zhao, “ *$Y(4260)$  as the first  $S$ -wave open charm vector molecular state?,*” Phys. Rev. D **90**, no. 7, 074039 (2014) [arXiv:1310.2190 [hep-ph]].
- [110] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of a new charmonium state in double charmonium production in  $e^+e^-$  annihilation at  $\sqrt{s} \approx 10.6$  GeV,*” Phys. Rev. Lett. **98**, 082001 (2007) [hep-ex/0507019].
- [111] P. Pakhlov *et al.* [Belle Collaboration], “*Production of New Charmoniumlike States in  $e^+e^- \rightarrow J/\psi D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$  at  $\sqrt{s} \approx 10.6$  GeV,*” Phys. Rev. Lett. **100**, 202001 (2008) [arXiv:0708.3812 [hep-ex]].
- [112] E. Eichten, S. Godfrey, H. Mahlke and J. L. Rosner, “*Quarkonia and their transitions,*” Rev. Mod. Phys. **80**, 1161 (2008) [hep-ph/0701208].
- [113] Y. c. Yang, Z. Xia and J. Ping, “*Are the  $X(4160)$  and  $X(3915)$  charmonium states?,*” Phys. Rev. D **81**, 094003 (2010) [arXiv:0912.5061 [hep-ph]].
- [114] J. L. Rosner, “*Threshold effect and  $\pi^\pm\psi(2S)$  peak,*” Phys. Rev. D **76**, 114002 (2007) [arXiv:0708.3496 [hep-ph]].
- [115] D. V. Bugg, “*How Resonances can synchronise with Thresholds,*” J. Phys. G **35**, 075005 (2008) [arXiv:0802.0934 [hep-ph]].
- [116] C. Meng and K. T. Chao, “ *$Z^+(4430)$  as a resonance in the  $D_1(D'_1)D^*$  channel,*” arXiv:0708.4222 [hep-ph].

- [117] X. Liu, Y. R. Liu, W. Z. Deng and S. L. Zhu, “*Is  $Z^+(4430)$  a loosely bound molecular state?*,” Phys. Rev. D **77**, 034003 (2008) [arXiv:0711.0494 [hep-ph]].
- [118] X. Liu, Y. R. Liu, W. Z. Deng and S. L. Zhu, “ *$Z^+(4430)$  as a  $D_1^*D^*$  ( $D_1D^*$ ) molecular state,*” Phys. Rev. D **77**, 094015 (2008) [arXiv:0803.1295 [hep-ph]].
- [119] G. J. Ding, W. Huang, J. F. Liu and M. L. Yan, “ *$Z^+(4430)$  and analogous heavy flavor molecules,*” Phys. Rev. D **79**, 034026 (2009) [arXiv:0805.3822 [hep-ph]].
- [120] S. H. Lee, A. Mihara, F. S. Navarra and M. Nielsen, “*QCD sum rules study of the meson  $Z^+(4430)$ ,*” Phys. Lett. B **661**, 28 (2008) [arXiv:0710.1029 [hep-ph]].
- [121] S. H. Lee, K. Morita and M. Nielsen, “*Width of exotics from QCD sum rules: Tetraquarks or molecules?*,” Phys. Rev. D **78**, 076001 (2008) [arXiv:0808.3168 [hep-ph]].
- [122] E. Braaten and M. Lu, “*Line Shapes of the  $Z(4430)$ ,*” Phys. Rev. D **79**, 051503 (2009) [arXiv:0712.3885 [hep-ph]].
- [123] T. Branz, T. Gutsche and V. E. Lyubovitskij, “*Hidden-charm and radiative decays of the  $Z(4430)$  as a hadronic  $D_1\bar{D}^*$  bound state,*” Phys. Rev. D **82**, 054025 (2010) [arXiv:1005.3168 [hep-ph]].
- [124] X. Liu, B. Zhang and S. L. Zhu, “*The Two-body open charm decays of  $Z^+(4430)$ ,*” Phys. Rev. D **77**, 114021 (2008) [arXiv:0803.4270 [hep-ph]].
- [125] M. E. Bracco, S. H. Lee, M. Nielsen and R. Rodrigues da Silva, “*The Meson  $Z^+(4430)$  as a tetraquark state,*” Phys. Lett. B **671**, 240 (2009) [arXiv:0807.3275 [hep-ph]].
- [126] P. Pakhlov, “*Charged charmonium-like states as rescattering effects in  $B \rightarrow D_{sJ}D^{(*)}$  decays,*” Phys. Lett. B **702**, 139 (2011) [arXiv:1105.2945 [hep-ph]].
- [127] R. Mizuk *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of two resonance-like structures in the  $\pi^+\chi_{c1}$  mass distribution in exclusive  $\bar{B}^0 \rightarrow K^-\pi^+\chi_{c1}$  decays,*” Phys. Rev. D **78**, 072004 (2008) [arXiv:0806.4098 [hep-ex]].
- [128] J. P. Lees *et al.* [BaBar Collaboration], “*Search for the  $Z_1(4050)^+$  and  $Z_2(4250)^+$  states in  $\bar{B}^0 \rightarrow \chi_{c1}K^-\pi^+$  and  $B^+ \rightarrow \chi_{c1}K_S^0\pi^+$ ,*” Phys. Rev. D **85**, 052003 (2012) [arXiv:1111.5919 [hep-ex]].
- [129] S. H. Lee, K. Morita and M. Nielsen, “*Can the  $\pi^+\chi_{c1}$  resonance structures be  $D^*\bar{D}^*$  and  $D_1\bar{D}$  molecules?*,” Nucl. Phys. A **815**, 29 (2009) [arXiv:0808.0690 [hep-ph]].

- [130] G. J. Ding, “*Bound States of the Heavy Flavor Vector Mesons and  $Y(4008)$  and  $Z_1^+(4050)$ ,*” Phys. Rev. D **80**, 034005 (2009) [arXiv:0905.1188 [hep-ph]].
- [131] X. Liu, Z. G. Luo, Y. R. Liu and S. L. Zhu, “ *$X(3872)$  and Other Possible Heavy Molecular States,*” Eur. Phys. J. C **61**, 411 (2009) [arXiv:0808.0073 [hep-ph]].
- [132] Y. R. Liu and Z. Y. Zhang, “*The Bound state problem of  $S$ -wave heavy quark meson-antimeson systems,*” Phys. Rev. C **80**, 015208 (2009) [arXiv:0810.1598 [hep-ph]].
- [133] Z. G. Wang, “*Possible tetraquark state in the  $\pi^+\chi_{c1}$  invariant mass distribution,*” Eur. Phys. J. C **59**, 675 (2009) [arXiv:0807.2581 [hep-ph]].
- [134] Z. G. Wang, “*Another tetraquark structure in the  $\pi^+\chi_{c1}$  invariant mass distribution,*” Eur. Phys. J. C **62**, 375 (2009) [arXiv:0807.4592 [hep-ph]].
- [135] A. Bondar *et al.* [Belle Collaboration], “*Observation of two charged bottomonium-like resonances in  $\Upsilon(5S)$  decays,*” Phys. Rev. Lett. **108**, 122001 (2012) [arXiv:1110.2251 [hep-ex]].
- [136] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$  at  $\sqrt{s} = 4.26$  GeV,*” Phys. Rev. Lett. **110**, 252001 (2013) [arXiv:1303.5949 [hep-ex]].
- [137] T. Xiao, S. Dobbs, A. Tomaradze and K. K. Seth, “*Observation of the Charged Hadron  $Z_c^\pm(3900)$  and Evidence for the Neutral  $Z_c^0(3900)$  in  $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$  at  $\sqrt{s} = 4170$  MeV,*” Phys. Lett. B **727**, 366 (2013) [arXiv:1304.3036 [hep-ex]].
- [138] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of a charged  $(D\bar{D}^*)^\pm$  mass peak in  $e^+e^- \rightarrow \pi D\bar{D}^*$  at  $\sqrt{s} = 4.26$  GeV,*” Phys. Rev. Lett. **112**, no. 2, 022001 (2014) [arXiv:1310.1163 [hep-ex]].
- [139] M. Nielsen and F. S. Navarra, “*Charged Exotic Charmonium States,*” Mod. Phys. Lett. A **29**, 1430005 (2014) [arXiv:1401.2913 [hep-ph]].
- [140] C. Y. Cui, Y. L. Liu, W. B. Chen and M. Q. Huang, “*Could  $Z_c(3900)$  be a  $I^G J^P = 1^+1^+$   $D^*\bar{D}$  molecular state?,*” J. Phys. G **41**, 075003 (2014) [arXiv:1304.1850 [hep-ph]].
- [141] J. R. Zhang, “*Improved QCD sum rule study of  $Z_c(3900)$  as a  $\bar{D}D^*$  molecular state,*” Phys. Rev. D **87**, no. 11, 116004 (2013) [arXiv:1304.5748 [hep-ph]].



- [142] C. F. Qiao and L. Tang, “*Estimating the mass of the hidden charm  $1^+(1^+)$  tetraquark state via QCD sum rules,*” Eur. Phys. J. C **74**, no. 10, 3122 (2014) [arXiv:1307.6654 [hep-ph]].
- [143] Z. G. Wang and T. Huang, “*Analysis of the  $X(3872)$ ,  $Z_c(3900)$  and  $Z_c(3885)$  as axial-vector tetraquark states with QCD sum rules,*” Phys. Rev. D **89**, no. 5, 054019 (2014) [arXiv:1310.2422 [hep-ph]].
- [144] J. M. Dias, F. S. Navarra, M. Nielsen and C. M. Zanetti, “ *$Z_c^+(3900)$  decay width in QCD sum rules,*” Phys. Rev. D **88**, no. 1, 016004 (2013) [arXiv:1304.6433 [hep-ph]].
- [145] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of a Charged Charmoniumlike Structure  $Z_c(4020)$  and Search for the  $Z_c(3900)$  in  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-h_c$ ,*” Phys. Rev. Lett. **111**, no. 24, 242001 (2013) [arXiv:1309.1896 [hep-ex]].
- [146] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0h_c$  and a Neutral Charmoniumlike Structure  $Z_c(4020)^0$ ,*” Phys. Rev. Lett. **113**, no. 21, 212002 (2014) [arXiv:1409.6577 [hep-ex]].
- [147] M. Ablikim *et al.* [BESIII Collaboration], “*Observation of a charged charmoniumlike structure in  $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$  at  $\sqrt{s} = 4.26$  GeV,*” Phys. Rev. Lett. **112**, 132001 (2014) [arXiv:1308.2760 [hep-ex]].
- [148] J. He, X. Liu, Z. F. Sun and S. L. Zhu, “ *$Z_c(4025)$  as the hadronic molecule with hidden charm,*” Eur. Phys. J. C **73**, no. 11, 2635 (2013) [arXiv:1308.2999 [hep-ph]].
- [149] W. Chen, T. G. Steele, M. L. Du and S. L. Zhu, “ *$D^*\bar{D}^*$  molecule interpretation of  $Z_c(4025)$ ,*” Eur. Phys. J. C **74**, no. 2, 2773 (2014) [arXiv:1308.5060 [hep-ph]].
- [150] C. Y. Cui, Y. L. Liu and M. Q. Huang, “*Could  $Z_c(4025)$  be a  $J^P = 1^+D^*\bar{D}^*$  molecular state?*” Eur. Phys. J. C **73**, no. 12, 2661 (2013). arXiv:1308.3625
- [151] K. P. Khemchandani, A. Martinez Torres, M. Nielsen and F. S. Navarra, “*Relating  $D^*\bar{D}^*$  currents with  $J^\pi = 0^+, 1^+$  and  $2^+$  to  $Z_c$  states,*” Phys. Rev. D **89**, no. 1, 014029 (2014) [arXiv:1310.0862 [hep-ph]].
- [152] Y. Dong, A. Faessler, T. Gutsche and V. E. Lyubovitskij, “*Strong decays of molecular states  $Z_c^+$  and  $Z_c'^+$ ,*” Phys. Rev. D **88**, no. 1, 014030 (2013) [arXiv:1306.0824 [hep-ph]].

- [153] H. W. Ke, Z. T. Wei and X. Q. Li, “*Is  $Z_c(3900)$  a molecular state,*” Eur. Phys. J. C **73**, no. 10, 2561 (2013) [arXiv:1307.2414].
- [154] C. F. Qiao and L. Tang, “*Interpretation of  $Z_c(4025)$  as the hidden charm tetraquark states via QCD Sum Rules,*” Eur. Phys. J. C **74**, 2810 (2014) [arXiv:1308.3439 [hep-ph]].
- [155] Z. G. Wang, “*Analysis of the  $Z_c(4020)$ ,  $Z_c(4025)$ ,  $Y(4360)$  and  $Y(4660)$  as vector tetraquark states with QCD sum rules,*” Eur. Phys. J. C **74**, no. 5, 2874 (2014) [arXiv:1311.1046 [hep-ph]].
- [156] Z. G. Wang, “*Reanalysis of the  $Z_c(4020)$ ,  $Z_c(4025)$ ,  $Z(4050)$  and  $Z(4250)$  as tetraquark states with QCD sum rules,*” arXiv:1312.1537 [hep-ph].
- [157] S. Kurokawa, “*Overview of the KEKB accelerators,*” Nucl. Instrum. Meth. A **499**, 1 (2003).
- [158] T. Abe, K. Akai, N. Akasaka, M. Akemoto, A. Akiyama, M. Arinaga, Y. Cai and K. Ebihara *et al.*, “*Achievements of KEKB,*” PTEP **2013**, 03A001 (2013).
- [159] A. Abashian, K. Gotow, N. Morgan, L. Piilonen, S. Schrenk, K. Abe, I. Adachi and J. P. Alexander *et al.*, “*The Belle Detector,*” Nucl. Instrum. Meth. A **479**, 117 (2002).
- [160] J. Brodzicka *et al.* [Belle Collaboration], “*Physics Achievements from the Belle Experiment,*” PTEP **2012**, 04D001 (2012) [arXiv:1212.5342 [hep-ex]].
- [161] Z. Natkaniec, H. Aihara, Y. Asano, T. Aso, A. Bakich, T. Browder, M. C. Chang and Y. Chao *et al.*, “*Status of the Belle silicon vertex detector,*” Nucl. Instrum. Meth. A **560**, 1 (2006).
- [162] D. J. Lange, “*The EvtGen particle decay simulation package,*” Nucl. Instrum. Meth. A **462**, 152 (2001).
- [163] R. Brun, F. Bruyant, M. Maire, A. C. McPherson and P. Zancarini, “*Geant3,*” CERN-DD-EE-84-1.
- [164] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], “*Review of Particle Physics (RPP),*” Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [165] J. Blatt and V. Weisskopf, “*Theoretical Nuclear Physics,*” John Wiley & Sons, New York (1952).

- [166] A. Garmash *et al.* [BELLE Collaboration], “*Dalitz analysis of the three-body charmless decays  $B^+ \rightarrow K^+\pi^+\pi^-$  and  $B^+ \rightarrow K^+K^+K^-$ ,*” Phys. Rev. D **71**, 092003 (2005) [hep-ex/0412066].
- [167] D. Aston, N. Awaji, T. Bienz, F. Bird, J. D’Amore, W. M. Dunwoodie, R. Endorf and K. Fujii *et al.*, “*A Study of  $K^-\pi^+$  Scattering in the Reaction  $K^-p \rightarrow K^-\pi^+n$  at 11 GeV/c,*” Nucl. Phys. B **296**, 493 (1988).
- [168] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], “*Observation of the resonant character of the  $Z(4430)^-$  state,*” Phys. Rev. Lett. **112**, no. 22, 222002 (2014) [arXiv:1404.1903 [hep-ex]].
- [169] L. Ma, X. H. Liu, X. Liu and S. L. Zhu, “*Exotic Four Quark Matter:  $Z_1(4475)$ ,*” Phys. Rev. D **90**, no. 3, 037502 (2014) [arXiv:1404.3450 [hep-ph]].
- [170] T. Barnes, F. E. Close and E. S. Swanson, “*Molecular Interpretation of the Supercharmonium State  $Z(4475)$ ,*” Phys. Rev. D **91**, no. 1, 014004 (2015) [arXiv:1409.6651 [hep-ph]].
- [171] S. S. Wilks, “*The Large-Sample Distribution of the Likelihood Ratio for Testing Composite Hypotheses,*” Annals Math. Statist. **9**, no. 1, 60 (1938).
- [172] E. Gross and O. Vitells, “*Trial factors or the look elsewhere effect in high energy physics,*” Eur. Phys. J. C **70**, 525 (2010) [arXiv:1005.1891 [physics.data-an]].
- [173] O. Vitells and E. Gross, “*Estimating the significance of a signal in a multi-dimensional search,*” Astropart. Phys. **35**, 230 (2011) [arXiv:1105.4355 [astro-ph.IM]].
- [174] R. J. Adler and J. E. Taylor, “*Random fields and geometry,*” Springer Monographs in Mathematics (2007). ISBN: 978-0-387-48112-8.
- [175] R. Itoh *et al.* [Belle Collaboration], “*Studies of CP violation in  $B \rightarrow J/\psi K^*$  decays,*” Phys. Rev. Lett. **95**, 091601 (2005) [hep-ex/0504030].
- [176] L. Zhao, W. Z. Deng and S. L. Zhu, “*Hidden-Charm Tetraquarks and Charged  $Z_c$  States,*” Phys. Rev. D **90**, no. 9, 094031 (2014) [arXiv:1408.3924 [hep-ph]].
- [177] W. Chen, T. G. Steele, H. X. Chen and S. L. Zhu, “ *$Z_c(4200)^+$  decay width as a charmonium-like tetraquark state,*” arXiv:1501.03863 [hep-ph].