

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук Фейгина Евгения Борисовича на диссертацию Дунина-Барковского Петра Игоревича "Пространства модулей кривых в теории струн и топологических теориях поля" на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика

Диссертация П.И.Дунина-Барковского является оригинальным и интересным исследованием по теории струн и топологической теории поля. Она посвящена изучению суперструнных мер на пространствах модулей римановых поверхностей, а также изучению действия группы Гивенталья на когомологических теориях поля.

Пространства модулей кривых играют огромную роль во многих разделах современной математики и физики. Они естественно возникают в задачах алгебраической геометрии, комбинаторики, теории представлений, теории интегрируемых систем, квантовой теории поля, теории струн, топологической теории поля. Важность пространств модулей заключается в возможности рассматривать все алгебраические кривые как единый геометрический объект. В частности, это позволяет брать интегралы от функций (форм, когомологических классов и т.д.), зависящих от кривой, а также изучать структуру разнообразных вырожденных алгебраических кривых. В классических работах А.Белавина и В.Книжника по теории струн было получено выражение для статсуммы через интеграл голоморфной формы по пространству модулей римановых поверхностей. В малых родах имеются явные формулы для соответствующих мер. Естественно возникает вопрос о возможности выражения статсуммы для теории суперструн в виде интеграла по пространству модулей кривых по некоторой (суперструнной) мере. Предположительно, ответ для такой меры может быть сформулирован в терминах модулярных форм на пространстве Зигеля. На данный момент имеются два анзаца: анзац Грушевского и анзац Оура-Пура-Салвати Манни-Юэна. В работе Дунина-Барковского произведено явное сравнение этих двух анзацев для суперструнных мер. В частности, доказано их совпадение вплоть до четвертого порядка возмущения и показано, что в роде пять они различны. Также в работе предложен новый анзац в пятом порядке, удовлетворяющий условиям обращения в ноль космологической постоянной и двухточечной корреляционной функции.

Важнейшую роль пространства модулей римановых поверхностей играют также в топологической теории поля. Самым знаменитым примером такой теории служит теория Громова-Виттена. В диссертации изучается подход Гивенталья к изучению когомологических теорий поля, обобщающих теорию Громова-Виттена. Свободная энергия (потенциал) такой теории есть производящая функция корреляторов в разных родах.

Она зависит от бесконечного числа переменных, часть которых называются потомками. При ограничении на род ноль и отбрасывании потомков, свободная энергия кохомологической теории поля превращается в потенциал некоторого фробениусова многообразия. Таким образом, имеется тесная взаимосвязь между теорией фробениусовых многообразий и кохомологическими теориями поля. В работах Гивенталья был предложен подход к их изучению, основанный на действии некоторой бесконечномерной группы (называемой группой Гивенталья). В частности, группа Гивенталья позволяет восстанавливать весь потенциал теории, стартуя с тау-функции Концевича-Виттена. Диссертация содержит интерпретацию действия группы Гивенталья на кохомологических теориях поля в виде суммы по графам. Это делает формулы для действия очень явными и позволяет доказать ряд глубоких результатов. В частности, автором описана симметрия обращения для фробениусовых многообразий в терминах группы Гивенталья и получен ряд приложений для интегрируемых иерархий.

Диссертация состоит из четырёх глав (первая из которых служит введением) и заключения. Во введении дана общая характеристика работы, описаны объекты исследования, сформулированы основные полученные результаты.

Во второй главе изучаются анзацы Грушевского и Оура-Пура-Салвати Манни-Юэна для суперструнных мер. С помощью явных вычислений для самодуальных шестнадцатимерных решёток и римановых ζ -констант, получено доказательство совпадений этих анзацев вплоть до рода четыре.

Третья глава содержит два основных результата. Во-первых, с помощью вырождения кривых в пространстве модулей, показано, что анзацы Грушевского и Оура-Пура-Салвати Манни-Юэна не совпадают в роде пять и, стало быть, в старших родах. Кроме того, в роде пять предложен новый анзац, удовлетворяющий условию обращения в ноль космологической постоянной и двухточечных корреляционных функций.

Последняя глава посвящена изучению действия группы Гивенталья на кохомологических теориях поля. Центральный результат состоит в описании действия в виде суммы по графам. Это позволяет записать преобразование симметрии для фробениусовых многообразий в терминах специального элемента группы Гивенталья. Кроме того, получена связь с преобразованиями Шлезингера и найдено выражение для деформации соответствующих гамильтонианов.

Заключение содержит описание основных результатов диссертации.

К недостаткам работы следует отнести некоторое количество опечаток. Также во второй главе было бы полезно сформулировать основной результат в виде отдельной теоремы.

Указанные недостатки не отменяют общей высокой оценки работы. В диссертации получен ряд новых и интересных результатов, причём все

ключевые утверждения снабжены полными доказательствами. Результаты диссертации могут быть использованы в математической и теоретической физике, в теории тэта-функций и при изучении топологических теорий поля.

Результаты своевременно опубликованы, автореферат верно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа отвечает всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Дунин-Барковский Пётр Игоревич несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Старший научный сотрудник ФИАН
доктор физ.-мат. наук

06.06.2014 Е.Б.Фейгин

ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ

Ученый секретарь



Полухина Н.Г.