

**Отзыв официального оппонента на диссертацию
Галахова Дмитрия Максимовича**

Дуальности в квантовой теории поля

представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 теоретическая физика

В диссертации изучен ряд задач, связанных с соотношениями дуальности в Квантовой Теории Поля (КТП), в особенности в калибровочных теориях поля. В самом широком смысле, соотношение дуальности — это физическая эквивалентность двух (или более) формально различных описаний, причем существенно, что “дуальные” описания даются в терминах степеней свободы с различными свойствами локальности. Хотя простые примеры таких соотношений известны давно (например, знаменитая дуальность в двумерной модели Изинга), в последнее время соотношения дуальности привлекают очень широкий интерес, когда стало ясно, что существует много этих соотношений в многомерных калибровочных теориях, и появилось много примеров. Есть надежда, что развитие этих идей приведет к осуществлению давней “мечты” об установлении точного и явного эквивалентного описания реалистических калибровочных теорий в терминах теорий струн. Это, как и потенциальные применения соотношений дуальности к задачам КТП в режиме сильной связи в теории фазовых переходов, определяет важность научного направления, которое развивается в этой диссертации

Надо отметить, что в настоящее время, за исключением нескольких простых случаев, все интересные соотношения дуальности не были выведены из первых принципов, а появились в результате “осведомленного угадывания”, то есть строго говоря являются гипотезами той или иной степени правдоподобности. То что делается — это попытки обобщения известных дуальностей, и проводятся различные проверки на самосогласованность. Мне представляется, что эта работа особенно важна, вот почему. Я думаю, что реальный “вывод” соотношений дуальности включающих калибровочные теории потребует очень значительных сдвигов в развитии квантовой теории поля, затрагивающих основы существующего понимания. Пока непонятно, как это сделать. Поиск необходимых идей может идти через выполнение конкретных вычислений на обеих сторонах дуальности, и сравнение используемых математических структур и технических приемов. Именно таким вычислениям посвящена диссертация Галахова, и это делает ее тему весьма актуальной в развитии данного направления.

Представление Вильсоновских петлевых средних в дуальности AdS/CFT (Глава 2).

На качественном уровне, ожидается что струнное описание вильсоновского петлевого среднего дается суммой по поверхностям в ADS, опирающимся на данную петлю на четырехмерной “границе” ADS(5). Однако, строго говоря, такая сумма расходится (это связано с бесконечным расстоянием до “границы” в геометрии ADS). В

соответствующей калибровочной теории, конечно, тоже есть расходимости, и необходима регуляризация и перенормировка. Расходимости делают соотношение между петлевыми средними в дуальных представлениях очень нетривиальным. Во второй главе диссертации этот вопрос тщательно проанализирован для петель близких к окружности, в режиме когда струна в ADS является квазиклассической. В таком режиме струнная теория дает ответ в виде экспоненты от минимальной площади поверхности в ADS (с точностью до неизвестной предэкспоненты). Хотя при этом дуальная калибровочная теория находится в сильной связи, ранее в известной работе BDS (Bern, Dixon, Smirnov) выдвигалось сравнительно простое гипотетическое выражение для экспоненциальной части соответствующего петлевого среднего, мотивированное соотношением этого среднего с глюонными амплитудами (тоже гипотетическим!). Общая задача о вычислении минимальной площади поверхности натянутой на произвольный контур пока не решена (это одна из классических проблем математики). Однако в диссертации разработан метод решения этой задачи для петель близких к окружности, в виде разложения по степеням отклонения. Результат вычисления (очевидно, весьма трудоемкого) показывает, что в случаях общих отклонений от окружности, минимальная площадь не согласуется с гипотетической формулой связанной с BDS. (Это, конечно, не опровергает дуальность ADS/CFT, скорее показывает, что вилсоновское среднее в калибровочной теории не может иметь такого простого вида). Этот результат, хоть и отрицательный, разумеется представляет самостоятельную ценность. Но, на мой взгляд, еще важнее другое. Вычисления в диссертации потребовали развития нового метода, что позволило почленно анализировать структуру разложения минимальной площади. А это как раз та работа, которая представляется необходимой для поиска настоящего понимания дуальностей.

Развитие метода интегральных представлений в дуальности АГТ (Главы 4,5).

Дуальность AGT (Aldai, Gaiotto, Tachikawa) - чрезвычайно интересное соотношение между определенными величинами в четырехмерных $N=2$ SUSY калибровочных теориях (деформированными препотенциалами) и важнейшими элементами двумерных конформных теорий - "конформными блоками". При этом модулярные преобразования конформных блоков в CFT соответствуют знаменитым S-дуальностям в калибровочных теориях, и вычисление матриц реализующих эти преобразования является важной проблемой на обеих сторонах этой "дуальности". В диссертации использован метод интегральных представлений (в CFT обычно называемый методом Доценко-Фатеева. Т.к. возникающие интегралы напоминают статсуммы одномерного кулоновского газа, также используются термины "метод кулоновского газа". Термин "бета-ансамбль", по видимому, используется в этом же смысле). Метод обладает многими преимуществами, и в диссертации он получил дальнейшее развитие. Для кулоновского газа существуют так называемые "струнные уравнения" (это, конечно, инкарнация цепочки уравнений ББГКИ; резольвенты (4.55) связаны с k -частичными функциями распределения). Показано, как использовать эту цепочку для эффективного нахождения интересных разложений, в частности разложения вблизи точно решаемого предела Зайберга-Виттена. Более того, дальнейшее развитие этого подхо-

да позволяет построить систематический подход к вычислению матриц модулярных преобразований. В диссертации использована остроумная идея рассматривать тождества Уорда для $U(1)$ тока связанного с тензором энергии-импульса преобразованием Миуры, как операторы, действующие на конформные блоки. Тогда операторы, описывающие инварианты промежуточных состояний (операторы Верлинде) оказываются действующими в одном и том же пространстве (пространстве конформных блоков), можно найти перестановочные соотношения для монодромий в разных каналах, и т.п. Результатом является систематический вывод знаменитых разностных уравнений, впервые предложенных Понсо и Тешнером на основании связи с квантовой группой. Это представляется мне важным результатом, с большими перспективами дальнейшего развития.

Возможные обобщения соотношения АГТ (Глава 3).

В диссертации обсуждается также возможное обобщение АГТ, при котором двумерная конформная теория заменяется на трехмерную топологическую теорию Черна-Саймонса, а вместо четырехмерной калибровочной теории появляется какая-то (пока неизвестная) трехмерная калибровочная теория. Детали остаются на будущее, но в диссертации подчеркнуто, что важными элементами такого соотношения были бы следы модулярных матриц (или интегральных ядер), и поэтому изучены некоторые свойства таких следов. Я не буду обсуждать значимость этой части диссертации, т.к. признаться не понял ни мотивировки, ни конкретного содержания предполагаемого соотношения.

Вывод.

Таким образом, диссертация представляет собой важное самостоятельное исследование в актуальной области теоретической и математической физики - квантовой теории поля, конкретно в направлении установления и понимания соотношений дуальности в теориях включающих калибровочные поля. Все результаты представленные к защите являются новыми и достоверными. Они опубликованы в ведущих реферируемых журналах, и доложены на семинарах и конференциях. Изложение материала в диссертации удовлетворительное (см однако замечания ниже), а автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Замечания.

Недостатками диссертации является на мой взгляд отсутствие "самодостаточности" изложения, и местами мелкие небрежности. Конечно, диссертация не должна обладать полнотой монографии, но лучше если диссертация будет меньше зависима от прямых ссылок на литературу. Мне, например, пришлось изрядно покопаться в ссылках. Понятно, что это пожелание находится в конфликте с ограничением объема диссертации, но было бы неплохо, скажем, вкратце объяснить, например, почему ограничения целочисленности (4.28) и (4.29) в конечном счете не существенны, а так же указать, как на самом деле проходят контуры интегрирования в (4.27) (нет, объяснения приведенное после (4.28) и (4.29) не удовлетворительны), т.к. при нецелых бета результат зависит от выбора этих контуров. Иллюстрацией замечания о мелких небрежностях является например формула (3.7); произведение в правой части,

