

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук Исаева А.П. на диссертацию Галахова Дмитрия Максимовича “Дуальности в квантовой теории поля”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

В квантовой теории поля имеются две важнейшие проблемы, решение которых требует развития принципиально новых подходов и методов. Первая проблема – это построение квантовой теории гравитации (теории (супер)струн относится к этому же направлению). Вторая проблема – это исследование моделей квантовой теории поля вне рамок теории возмущений, например, таких моделей как квантовая хромодинамика, или стандартная теория электро-слабых взаимодействий. В последнее время возникло понимание, что указанные проблемы тесно связаны друг с другом. Диссертация Галахова Д.М. посвящена развитию новых подходов и методов, которые позволяют значительно продвинуться в решении упомянутых выше проблем. В первую очередь это касается подходов, которые связаны с применением так называемых дуальностей в моделях квантовой теории поля, когда на первый взгляд совершенно различные квантово-полевые теории, оказываются связанными друг с другом. В представленной диссертации рассмотрены способы применения различных типов дуальностей в качестве непертурбативных методов вычисления физических характеристик и наблюдаемых в специальных квантовых теориях поля. Отметим, что исследованные в диссертации модели связаны, иногда весьма завуалировано, с интегрируемыми структурами, а дуальности имеют геометрическую интерпретацию. Таким образом, из всего выше сказанного следует, что тема данной диссертации представляется несомненно важной и актуальной.

Диссертация состоит из Введения (Глава 1), четырех глав основного содержания (Главы 2-5), Заключения (Глава 6), приложений (Глава 7) и списка литературы. В первой главе (введении) приводится общая характеристика работы: актуальность темы, поставленные задачи для исследования и сформулированы полученные результаты.

Во второй главе изучается AdS/CFT-дуальность, сравниваются выражение для минимальной площади мировой поверхности струны в пространстве AdS и гипотетическое выражение (двойной контурный интеграл), предложенное Берном, Диксоном и Смирновым, для глюонной амплитуды в конформной теории поля – N=4 суперсимметричной теории Янга-Миллса. Оба выражения зависят от контура в четырехмерном пространстве: для площади это граничный контур поверхности струны, для амплитуды – контур, составленный из четырехимпульсов рассеиваемых глюонов. Выражения для площади поверхности и контурного интеграла изучены вблизи точно решаемого примера, когда граничный контур представляет из

себя окружность, пертурбативными методами. Показано, что бесконечное число членов в этих разложениях совпадают, поскольку их вид фиксирован конформной симметрией. Приведена замена переменных по типу Мивы, которая позволяет переписать оба выражения в явно конформно симметричном виде, в частности в терминах производной Шварца. Проведено исследование задачи для неплоских граничных контуров, представлено многомерное выражение, аналогичное производной Шварца.

В третьей главе обсуждаются две дуальности: между эффективной трехмерной теорией поля на доменной стенке в $N=2$ суперсимметричной теории Янга-Миллса и вильсоновскими средними в теории Черна-Саймонса, а также возможная дуальность между теорией Черна-Саймонса и пятимерной суперсимметричной теорией Янга-Миллса. В первом случае произведено исследование дуальности в простом варианте: сравниваются след конформного модулярного ядра, отвечающий эффективной теории на доменной стенке согласно дуальности Алдая-Гайотто-Тачикавы, и вильсоновское среднее для узла 4_1 в представлении интеграла Хиками. Показывается, что, хотя элементы, из которых построены эти два выражения идентичны, сами конструкции слегка отличаются. Предлагается иной тип дуальности между теорией Черна-Саймонса и пятимерной теорией Янга-Миллса, ожидается, что топологическая рекурсия, примененная к A -полиному узла как к спектральной кривой, с точки зрения теории Зайберга-Виттена должна отвечать деформации четырехмерной теории Янга-Миллса в пятимерную, скомпактифицированную на окружность. При этом размер компактного измерения будет искомым параметром деформации.

В четвертой главе обсуждается применение дуальности Алдая-Гайотто-Тачикавы к вычислению выражения для модулярного ядра в двумерной конформной теории поля, с алгебраической точки зрения играющего роль $6j$ -символов или коэффициентов Рака для модулей Верма. Вычисление производится методами матричных моделей – топологической рекурсии. В данном случае сферическое приближение топологической рекурсии отвечает теории Зайберга-Виттена, а преобразование S -дуальности выполняет функцию модулярного преобразования на конформных блоках. С помощью топологической рекурсии найдены старшие поправки к асимптотическому поведению конформных блоков и вычислено асимптотическое разложение модулярного ядра. Показано, что с достаточно высокой степенью точности и с учетом пертурбативных поправок модулярное ядро совпадает с преобразованием Фурье.

В пятой главе развит непертурбативный подход к задаче вычисления модулярного ядра, затронутой в четвертой главе. Модулярное ядро определяется как преобразование между базисами собственных функций двух дуальных операторов. Эти операторы отвечают операторам Верлинде в двумерной конформной теории поля и суперсимметричным операторам Вильсона-’тХоофта в четырехмерной $N=2$ суперсимметричной теории Янга-Миллса. Получена связь этих операторов с так

называемыми чек-операторами, которые естественным образом возникают в рамках матрично-модельного подхода. Этот подход является непertурбативным, поскольку учитывает наличие ветвления чек-операторов. Непertурбативное выражение для модулярного ядра получено как соответствующий сплетающий оператор и согласуется с другими работами на эту тему.

В шестой главе (заключении) дается оценка полученным результатам и указываются возможные пути дальнейшего исследования. В приложении (Глава 7) приведены определения, используемых в диссертации математических объектов, таких как квантовый дилогарифм, и даны технические подробности некоторых вычислений.

Все выше сказанное говорит о том, что данная диссертация представляет собой важное и интересное исследование в рамках актуального раздела современной теоретической и математической физики. В диссертации протестированы четыре модели квантовой теории поля с точки зрения возможности их исследования с помощью различных типов дуальностей. Показано, что дуальность Алдая-Малдасены (Глава 2) и дуальность в трех измерениях (пример дуальности Алдая-Гайотто-Тачикавы, Глава 3) приводит к некоторым различиям с полученными ранее другими методами результатами в рассматриваемых моделях. Показано, что S -дуальность (дуальность Монтона-Олива и теория Зайберга-Виттена) в контексте гипотезы Алдая-Гайотто-Тачикавы работает успешно (Главы 4-5), и это позволяет получать нетривиальные непertурбативные характеристики в изучаемых моделях.

К сожалению, в диссертации не рассмотрен интересный вопрос об обобщении представленных в Главе 5 моделей на случай пятимерной и шестимерной теорий, компактифицированных на различные многообразия, а также связь с квантованием пространства Тейхмюллера и пространства модулей плоских связностей на римановых поверхностях, затрагивающая описание фазовых переходов и непertурбативных перестроек спектров возбуждений в эффективных теориях поля. Это замечание, однако, не является недостатком диссертации, а скорее может рассматриваться как пожелание на будущее.

В качестве недостатка отметим некоторую путаницу в обозначениях, которая наблюдается в отдельных главах диссертации, что несколько затрудняет ее чтение. Несмотря на этот недостаток, диссертация Д.М. Галахова заслуживает высокой оценки. Работа написана хорошим языком и выполнена на высоком теоретическом и математическом уровне. Результаты диссертации своевременно опубликованы в ведущих научных журналах, неоднократно докладывались на представительных международных конференциях, хорошо известны специалистам и активно цитируются. Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации. Диссертация Галахова Д.М. отвечает всем требованиям "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного постановлением Правительства

Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемого к кандидатским диссертациям, а ее автор Д. М. Галахов бесспорно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - "Теоретическая физика".

Отзыв составил,
доктор физико-математических наук, профессор,
зам. директора ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ,
г. Дубна, Московской обл.,
тел.: +749621 63024
e-mail: isaevap@theor.jinr.ru

А.П. Исаев

Подпись А.П. Исаева заверяю.
Ученый секретарь
ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ,
кандидат физико-математических наук



С.Н.Неделько

07 сентября 2014 г.