

Отзыв научного руководителя
на диссертацию Александры Сергеевны Анохиной
“Приложение \mathcal{R} -матричных методов к вычислению
топологически инвариантных наблюдаемых
в квантовой теории поля”,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 — теоретическая физика

В самых общих чертах тему диссертационного исследования А.С.Анохиной можно охарактеризовать следующим образом. Как известно, квантовая теория поля, вообще говоря, не имеет определения за рамками теории возмущений. Исключение составляет случай так называемых интегрируемых теорий, в которых значения всех корреляционных функций полностью определяются симметриями задачи. К интегрируемым теориям относятся, в частности, топологические квантовые теории поля (ТКТП). В таких теориях операторы наблюдаемых удовлетворяют тождествам, которые могут рассматриваться как условия топологической инвариантности, и, как следствие, корреляционные функции описывают классы эквивалентности определенных объектов относительно произвольных непрерывных преобразований. Характерным и важным примером топологической квантовой теории поля является трехмерная теория Черна—Саймонса с инвариантами узлов в качестве наблюдаемых — вильсоновских средних. А именно: из условий топологической инвариантности наблюдаемых в этой теории следует, что значения вильсоновских средних должны сохраняться при произвольных непрерывных преобразованиях контура и тем самым задавать его топологический класс — инвариант узла.

Более конкретно, работа А.С.Анохиной была сосредоточена вокруг одного из основных методов интегрируемой квантовой теории поля, а именно, вокруг так называемого метода \mathcal{R} -матриц. Метод основан на известном факте, состоящем в том, что в широком классе физических моделей одним из операторных тождеств является уравнение Янга—Бакстера, которое по существу является одним из соотношений на элементы группы перестановок. Различные решения этого уравнения давно исследуются в теории интегрируемых систем и называются \mathcal{R} -матрицами. Таким образом корреляторы в интегрируемых квантовых теориях выражаются через хорошо определенные и во многих случаях известные величины — \mathcal{R} -матрицы. Не составляет исключения и теория Черна—Саймонса: значения вильсоновских средних в этой теории отождествляются с определенными инвариантами узлов, которые допускают \mathcal{R} -матричное представление. Конструкции такого рода открывают путь к построению непертурбативной квантовой теории поля и по этой причине в настоящий момент привлекают огромное внимание исследователей во всем мире.

Работа А.С.Анохиной выполнена в рамках обширного исследования \mathcal{R} -матричных представлений для полиномов узлов, которым в настоящий момент занимается наша научная группа. Разработке деталей одного из таких представлений и приложению

его к конкретным вычислениям непосредственно посвящено диссертационное исследование А.С.Анохиной. На момент начала работы в центре внимания были такие величины как раскрашенные полиномы ХОМФЛИ — инварианты узлов, связанные с вильсоновскими средними в различных представлениях калибровочной группы. Известное для этих полиномов \mathcal{R} -матричное представление также придает этим величинам важный теоретико-групповой смысл. Значения раскрашенных полиномов ХОМФЛИ для возможно большого числа узлов и раскрасок (представлений) были необходимы при исследовании ряда важных вопросов, в частности, касающихся такого чрезвычайно популярного на сегодняшний день сюжета как суперполиномы узлов. С другой стороны, достаточно эффективных алгоритмов для вычисления раскрашенных полиномов ХОМФЛИ не существовало, а значения полиномов были известны лишь в весьма ограниченном классе случаев.

Отправной точкой работы А.С.Анохиной стала задача пополнения таблиц раскрашенных полиномов ХОМФЛИ, а также поиска в этих инвариантах узлов различных структур, в первую очередь, разложения по характерам, которое возникает как естественное следствие \mathcal{R} -матричного формализма. Само разложение фактически присутствовало уже в работах В.Г.Тураева и Н.Ю.Решетихина конца 80-х гг., однако в недостаточно удобном для анализа и непригодном для явных вычислений виде: в частности, в формулу входили недоступные в литературе теоретико-групповые величины. Непосредственно задача диссертационного исследования состояла в том, чтобы довести формулу разложения по характерам до эффективного вычислительного алгоритма, определив значения всех необходимых величин и прояснив все обнаружившиеся тонкости, а затем использовать этот алгоритм для вычисления раскрашенных полиномов ХОМФЛИ и для исследования их свойств.

Исследование, проведенное А.С.Анохиной, началось со случая простых (нераскрашенных) полиномов ХОМФЛИ, где уже были составлены огромные таблицы полиномов, но в большинстве случаев не были известны коэффициенты разложения по характерам — которые, вообще говоря, не восстанавливаются по значениям полиномов и, хотя сами не являются инвариантами узлов, представляют большой интерес в контексте теории интегрируемых систем. На основе продвижений в этой задаче далее был рассмотрен случай раскрашенных полиномов: случай был сведен к предыдущему посредством так называемой процедуры каблирования. Хотя эта процедура была широко известна еще до нашего исследования, оставались неразработанными многочисленные детали, существенные при применении процедуры к достаточно сложным узлам и к достаточно интересным раскраскам. Наконец, последняя часть исследования была посвящена возможности применения \mathcal{R} -матричного формализма в другом сюжете: для исследования гомологий Хованова-Рожанского и, тем самым, суперполиномов узлов.

А.С.Анохиной лично были вычислены все матричные элементы операторов, входящих в формулу разложения по характерам в случае нераскрашенных полиномов ХОМФЛИ, составлена процедура вычисления простых и раскрашенных полиномов ХОМФЛИ как сумм по путям на графе Юнга, получены значения как самих полиномов, так и коэффициентов разложения по характерам, а также сформулирован ряд гипотез о свойствах полиномов Хованова-Рожанского в терминах \mathcal{R} -матриц.

Непосредственно проделанная А.С.Анохиной часть работы представляет собой законченное исследование, выполненное на высоком научном уровне. Тема исследования является актуальной, а все результаты новыми: они своевременно опубликованы в ведущих научных журналах, а также докладывались на различных семинарах и конференциях. Текст диссертации удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к научным работам, а автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Таким образом, работа А.С.Анохиной удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Считаю, что А.С.Анохина достойна присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель:
главный научный сотрудник
ФГБУ «ТНЦ РФ ИТЭФ»,
НИЦ «Курчатовский институт»,
доктор физ.-мат.наук, член-корр.РАН

Алексей Юрьевич Морозов

117218 г. Москва, ул. Большая Черемушкинская, 25,
тел. +7 (499) 123-80-93, e-mail: morozov@itep.ru

05.10.2015

Подпись А.Ю.Морозова заверяю:

Ученый секретарь диссертационного совета
ФГБУ «ТНЦ РФ ИТЭФ»,
НИЦ «Курчатовский институт»,
кандидат физ.-мат. наук

В.В.Васильев