

Отзыв официального оппонента на диссертацию  
Анохиной Александры Сергеевны  
«Приложение  $\mathcal{R}$ -матричных методов к вычислению  
топологически инвариантных наблюдаемых  
в квантовой теории поля»  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.04.02 — теоретическая физика

Представленная диссертация посвящена приложениям методов современной теоретической физики к маломерной топологии, в частности, к теории узлов. Связь маломерной топологии с методами статистической физики и квантовой теории поля — плодотворная область исследований, активно развивавшаяся начиная с 80-х годов прошлого века в работах Виттена, Дикграафа, Атьи и их последователей. С одной стороны, наличие огромного накопленного опыта и физической интуиции привели к построению новых и к лучшему пониманию природы известных топологических инвариантов; с другой стороны, появилась возможность придать точный математический смысл многим физическим концепциям в конкретной области маломерной топологии и привести строгие математические обоснования. Таким образом, тесная взаимосвязь двух подходов позволила существенно обогатить обе области: как математическую физику, так и топологию. В наиболее завершенном виде эта точка зрения проявилась в конструкции Решетихина и Тураева, позволяющей сопоставить всякому решению уравнения Янга — Бакстера инвариант узла или зацепления в трехмерном пространстве. Как выяснилось позднее, инварианты Решетихина — Тураева включают в себя, в частных случаях, большинство из известных в настоящее время полиномиальных инвариантов узлов, таких как многочлены Джонса и ХОМФЛИ, и также их раскрашенные аналоги. Эта конструкция имеет замкнутую математическую формулировку, не апеллирующую к физическим теориям, однако без физической мотивировки и интуиции математикам потребовался бы гораздо больший путь, чтобы к ней прийти.

Хотя с теоретической точки зрения обоснование существования инвариантов Решетихина — Тураева было известно, практическая реализация их вычисления для конкретных узлов долго оставалась трудной

технической задачей. В представленной диссертации проводится методическая проработка технических средств, позволяющих существенно продвинуться в реализации вычислений этих инвариантов. С формальной точки зрения, речь идет о линейной алгебре — о вычислении следа матрицы большого размера. Однако размер этой матрицы столь велик, и комбинаторика, связанная с вычислением ее компонент, оказывается столь сложной, что провести эти вычисления прямолинейно получается лишь в простейших случаях. В общем же случае требуется привлечение сложного технического аппарата из теории представлений, групп Кос и алгебр Гекке.

Проведенные в диссертации вычисления простираются далеко существовавшие ранее пределы. Так, в частности, вычисление коэффициентов разложения по характерам неприводимых представлений для многочлена ХОМФЛИ удалось провести для всех узлов, представляемых косой не более, чем с пятью нитями и не более, чем с девятью пересечениями. А наиболее показательным и интригующим является вычисление раскрашенного многочлена ХОМФЛИ для первого несимметричного представления (отвечающего диаграмме Юнга [21]) для простейшего неторического узла (восьмерки). До развитых в диссертации методов эти вычисления были недостижимы.

Текст диссертации написан довольно подробно, с приведением большого количества мотивировок и поясняющих примеров. С математической точки зрения в ней имеется, однако, целый ряд неточностей и опечаток. Часто строгие определения математических терминов заменены неформальным объяснением, как ими пользоваться, а формулировки теорем заменены пошаговыми инструкциями по их применению (называемых автором анзацами). В целом, для специалиста не составляет труда всякий раз разобраться, о чем идет речь, но для незнакомого с предметом читателя эти неточности могли бы вызвать большие трудности. Приведенные недоработки не умаляют, по моему мнению, достоинств работы.

Задача, рассмотренная А.С. Анохиной, решена, при этом автор продемонстрировал глубокое понимание предмета, умение работать с литературой и способность самостоятельно решать сложные исследовательские задачи.

Все результаты диссертации являются новыми и достоверными. По теме диссертации автором опубликовано 5 статей в реферируемых журналах из перечня ВАК. Все результаты неоднократно докладывались на семинарах и конференциях. Автореферат правильно отражает содержа-

ние диссертации.

По моему мнению, данная диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, и ее автор Анохина Александра Сергеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Ведущий научный сотрудник  
Математического Института им. В.А. Стеклова РАН,  
доктор физико-математических наук

Казарян Максим Эдуардович

23 ноября 2015 г.

Адрес: 119991, Москва, ул. Губкина, 8  
Телефон: (495) 9848141\*3980  
Электронная почта: kazarian@mccme.ru