

Ярославский государственный университет

им. П. Г. Демидова

На правах рукописи

Добрынина Александра Алексеевна

**Свойства массивного нейтрино
в условиях замагниченной плазмы**

01.04.02 – Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

Пархоменко А. Я.

Ярославль – 2016

Оглавление

Введение	4
1. Общая характеристика работы	4
2. Структура диссертации	22
Глава 1. Радиационный распад стерильного нейтрино в сильно замагниченной плазме	25
1.1. Введение	25
1.2. Электронная плазма без магнитного поля	30
1.3. Сильно замагниченная плазма	39
1.4. Заключение	50
Глава 2. Электромагнитные свойства массивного нейтрино	53
2.1. Введение	53
2.2. Собственно-энергетический оператор виртуального нейтрино	58
2.3. Вершинная функция виртуального нейтрино	62
2.4. Электромагнитные свойства массивного нейтрино	63
2.5. Оператор собственной энергии реального нейтрино	67
2.6. Заключение	70
Глава 3. Собственно-энергетический оператор массивного нейтрино во внешнем магнитном поле	72
3.1. Введение	72
3.2. Собственно-энергетический оператор массивного нейтри- но в магнитном поле	78
3.3. Магнитный момент нейтрино	86
3.4. Распад массивного нейтрино на W -бозон и лептон	91

3.5. Заключение	94
Заключение	96
Приложение А. Ковариантный формализм пространства Минковского в присутствии магнитного поля	98
Приложение Б. Векторный и аксиальный вклады в амплитуду распада стерильного нейтрино в плазме	103
Приложение В. Вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в релятивистской сильно замагниченной плазме	107
Список литературы	109

Введение

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность темы исследования

Стандартная модель взаимодействий частиц, основанная на группе симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, успешно описывает все известные свойства элементарных частиц, причем все ее предсказания подвергаются интенсивной экспериментальной проверке в многочисленных и разнообразных экспериментах. Стандартная модель включает в себя квантовую хромодинамику (КХД), построенную на цветовой группе $SU(3)_C$, и единую теорию электрослабых взаимодействий Вайнберга-Салама-Глэшоу, симметрия которой $SU(2)_L \times U(1)_Y$ явно нарушает пространственную и зарядовую четности теории [1–3]. Среди набора фундаментальных частиц Стандартной модели наиболее загадочной и на данный момент наиболее интересной представляется нейтрино.

Нейтрино — это электронейтральные фундаментальные фермионы. Отличительной чертой этих частиц по сравнению с заряженными фундаментальными фермионами — лептонами и кварками — является наличие очень маленькой массы. По имеющимся оценкам, масса самого тяжелого из трех известных на данный момент нейтрино меньше массы электрона примерно в миллион раз. Нейтрино напрямую участвуют только в слабых реакциях, однако на петлевом уровне возможно индуцированное взаимодействие нейтрино с фотонами.

Энергия нейтрино может варьироваться от очень маленькой (реликтовые нейтрино, сохранившиеся со времени образования Вселенной, имеют энергию $E_\nu \sim 10^{-4}$ эВ) до экстремально большой (считается, что энергии нейтрино, испущенных некоторыми внегалактическими источ-

никами, могут достигать сотен ПэВ). Несмотря на обилие источников нейтрино, слабость нейтринного взаимодействия с обычным веществом не позволяет регистрировать нейтрино любых энергий имеющимися на данный момент детекторами, при этом размеры детектора играют ключевую роль. Наибольший по размерам детектор IceCube [4] с рабочим объемом в 1 км^3 находится в Антарктиде и позволяет регистрировать нейтрино с энергиями от ГэВ и выше.

На данный момент известны нейтрино трех типов (ароматов) — электронное ν_e , мюонное ν_μ и тауонное ν_τ , получившие свою идентификацию по названиям их заряженных партнеров по дублету, — электрона e^- , мюона μ^- и тауона τ^- . В Стандартной модели нейтрино участвует напрямую только в слабых взаимодействиях [2, 5], образуя как заряженные лептонные токи:

$$\mathcal{L}^{\text{cc}}(x) = \frac{e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \{ [\bar{\ell}(x) \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\ell(x)] W_\alpha^-(x) + \text{h. c.} \},$$

так и нейтральный токи:

$$\mathcal{L}^{\text{nc}}(x) = -\frac{e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} [\bar{\nu}_\ell(x) \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\ell(x)] Z_\alpha(x),$$

где $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ — элементарный заряд и θ_W — угол Вайнберга, значения которых на данный момент хорошо известны [6]. Следует отметить, что относительно простой вид лагранжиан взаимодействия имеет в физической калибровке, в произвольной R_ξ -калибровке надо учесть взаимодействие с нефизическими бозонами, в частности, в лагранжиане существует дополнительный член, описывающий взаимодействие заряженного лептонного тока с заряженным скалярным бозоном [3].

Экспериментально количество легких (активных) нейтрино было определено из вероятности невидимых распадов Z -бозонов, порождаемых в большом количестве на электрон-позитроном ускорителе LEP в

CERN (Женева, Швейцария). В предположении, что невидимые распады целиком определяются рождением нейтринной пары $Z \rightarrow \nu_\ell \bar{\nu}_\ell$, где $\ell = e, \mu, \tau$, было измерено число активных нейтрино Стандартной модели с массой $m_\nu < m_Z/2$: $N_\nu = (2.984 \pm 0.008)$ [7], что хорошо согласуется с гипотезой о трех поколениях фундаментальных фермионов, используемой при построении Стандартной модели.

Большинство текущих и уже завершенных физических экспериментов, проведенных на протяжении последних двух десятилетий, указывают на наличие по крайней мере у двух типов нейтрино из трех отличной от нуля массы. Более того, было выявлено смешивание ароматов в нейтринном секторе Стандартной модели, основной механизм которого состоит в том, что состояния с определенным ароматом (ν_e, ν_μ, ν_τ), диагонализующие слабый заряженный ток лептонов, не совпадают с состояниями (ν_1, ν_2, ν_3), диагонализующими массовую матрицу нейтрино в лагранжиане и обладающими определенными значениями масс (m_1, m_2, m_3). Другими словами, эти эксперименты доказывают, что возможны процессы перехода одного аромата нейтрино в другой (осцилляции ароматов нейтрино) при распространении потока этих частиц на конечное расстояние от источника, причем конкретное содержание рассматриваемого нейтринного аромата в потоке частиц определяется разностями квадратов масс нейтрино $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$, энергией нейтрино E_ν и расстоянием L от источника до точки регистрации. Наличие отличной от нуля массы и смешивание в секторе нейтрино — наиболее естественное, если не единственное, объяснение наблюдаемых нейтринных осцилляций. Матрица смешивания нейтрино, называемая матрицей Понтекорво-Маки-Накагава-Саката (PMNS) [8–10], — унитарна и характеризуется тремя углами смешивания θ_{12}, θ_{23} и θ_{13} , а также одной фазой δ [6], ответственной за нарушение CP -инвариантности слабых взаимодействий

в лептонном секторе Стандартной модели. Экспериментальные значения разностей квадратов масс трех типов нейтрино и параметров PMNS-матрицы следующие [6]:

$$\begin{aligned}\Delta m_{21}^2 &= (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2 &= (2.49 \pm 0.06) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2 \quad (\Delta m_{32}^2 = (2.42 \pm 0.06) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2), \\ \sin^2 \theta_{12} &= 0.304_{-0.013}^{+0.014}, \quad \sin^2 \theta_{13} = 0.0219 \pm 0.0012, \\ \sin^2 \theta_{23} &= 0.514_{-0.056}^{+0.055} \quad (\sin^2 \theta_{23} = 0.511 \pm 0.055),\end{aligned}$$

где значения приводятся для нормальной (обратной) иерархии масс нейтрино. Большинство свойств нейтрино можно объяснить благодаря огромному количеству экспериментальных данных, накопленных к настоящему времени. Однако, еще остаются характеристики нейтрино, которые хотелось бы обнаружить или измерить либо на существующих экспериментальных установках, либо в готовящихся и планируемых экспериментах. К их числу относятся абсолютные массы нейтрино, а также фаза δ из PMNS-матрицы. Обсудим более подробно нерешенные вопросы, относящиеся к физике нейтрино.

Первый вопрос о количестве сортов нейтрино и есть ли среди них стерильные. Несмотря на то, что большинство экспериментальных данных согласуется с гипотезой о существовании трех сортов нейтрино, имеются аномальные данные, которые не получается объяснить только тремя ароматами нейтрино. Однако введение одного или нескольких дополнительных сортов нейтрино, которые практически не взаимодействуют с веществом напрямую (стерильные нейтрино), дает удовлетворительное объяснение имеющихся аномалий. Возможное существование стерильного нейтрино было первоначально мотивировано данными, полученными коллаборацией LSND [11], а впоследствии коллаборацией MiniBooNE [12] и аномалией в осцилляциях реакторных нейтрино [13]. Анализ показал,

что должно существовать по крайней мере одно более тяжелое нейтрино с массой $m_s \sim 1$ кэВ, и соответствующая гипотеза получила название $3 + 1$ модель нейтрино. Были поставлены специальные эксперименты для проверки этой гипотезы, однако полученные данные не позволяют сделать определенных выводов относительно существования стерильного нейтрино, поскольку имеются данные как в пользу, так и против такого нейтрино [14]. Вопрос о существовании стерильного нейтрино — один из ключевых вопросов физики нейтрино, получить ответ на который чрезвычайно важно для понимания состава темной материи и эволюции Вселенной [15].

Электронейтральные фермионы, не взаимодействующие с W - и Z -бозонами в рамках Стандартной Модели, обычно называют стерильным нейтрино. На данный момент не существует строгих ограничений на их массы, поэтому имеется вероятность открыть их в экспериментах по нейтринным осцилляциям. Хотя стерильные нейтрино ν_s стандартным образом не взаимодействуют с калибровочными бозонами Стандартной Модели, они могут смешиваться с активными нейтрино. В случае одного дираковского стерильного нейтрино, смешиваемого с тремя активными, надо расширить матрицу смешивания Понтекорво-Маки-Накагава-Саката до унитарной (4×4) -матрицы. Это приведет к появлению трех дополнительных углов смешивания $(\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34})$ и двух дополнительных фаз $(\delta_2$ и $\delta_3)$ [16]. Для наглядности, будем считать, что стерильное нейтрино смешивается только с одним из активных нейтрино, которое назовем ν_a . Если предположить, что состояния с определенными ароматом и массой отличаются, имеется только один угол смешивания θ_s , характеризующий

суперпозицию состояний:

$$\begin{aligned} |\nu_1\rangle &= \cos \theta_s |\nu_a\rangle - \sin \theta_s |\nu_s\rangle \\ |\nu_2\rangle &= \sin \theta_s |\nu_a\rangle + \cos \theta_s |\nu_s\rangle. \end{aligned}$$

Переходя в электрослабом лагранжиане к состояниям с определенной массой, видно, что оба массовых состояния нейтрино будут взаимодействовать с калибровочными бозонами пропорционально синусу или косинусу угла смешивания. Отличие в массе приводит к тому, что эти состояния обладают разными скоростями при одном и том же значении импульса. Как следствие, при распространении, состояние с большей массой будет отставать от состояния с меньшей, и на некотором расстоянии можно зарегистрировать дефицит активного нейтрино в потоке [16]. Этот механизм полностью аналогичен осцилляциям двух активных массивных нейтрино. Таким образом, указанный механизм позволяет стерильным нейтрино участвовать во взаимодействиях и дает возможность обнаружить их присутствие в экспериментах по нейтринным осцилляциям. Наличие трех активных нейтрино делает анализ более сложным, поскольку появляются дополнительные параметры смешивания и имеется больше частот осцилляций. Однако, в экспериментах LSND [11] и MiniBooNE [12] подобная процедура была успешно реализована.

Эксперименты по нейтринным осцилляциям также чувствительны к новым взаимодействиям нейтрино с веществом (см., например, [17]). Модификация процесса рождения нейтрино и детектирования ведет к проявлению нестандартных эффектов взаимодействия нейтрино с веществом. Так например, установки NO ν A [18] и LBNF/DUNE [19] чувствительны к нестандартным нейтринным взаимодействиям (см. также [20]).

Большой интерес представляет стерильное нейтрино с кэВ-ной массой, поскольку данное нейтрино является одним из наиболее популярных

кандидатов на роль темной материи. Если такие нейтрино действительно являются частью темной материи, то они должны были интенсивно рождаться в ранней Вселенной и сохраниться до наших дней. Почти сразу же после Большого взрыва родившиеся кэВ-ные стерильные нейтрино практически перестают участвовать во взаимодействиях и процесс остывания первичной плазмы происходит без них, т. е. они становятся реликтовыми частицами. Самым простым механизмом дальнейшего рождения стерильных нейтрино является процесс перехода активных нейтрино в стерильные за счет их смешивания [21]. Существует нижний предел на массу стерильного нейтрино, называемый ограничением Тремейна-Ганна [22], суть которого состоит в том, что нейтрино, будучи фермионами, должны быть распределены в галактике так, чтобы их фазовое распределение не превышало аналогичного распределения вырожденного ферми-газа. Если предположить, что стерильные нейтрино составляют все 100% темной материи, то масса стерильного нейтрино должна превышать 0.4 кэВ [23]. Данное ограничение универсально, так как при такой оценке не делается никаких предположений относительно возможного распределения частиц темной материи внутри галактики или даже в ранней Вселенной.

Стерильное нейтрино с кэВ-ной массой не является стабильным. Поскольку оно смешивается с активным, то возможен распад $\nu_s \rightarrow \nu_\ell \nu_{\ell'} \bar{\nu}_{\ell'}$, где ℓ и ℓ' — индексы нейтринных ароматов. При вычислении вероятности распада следует просуммировать по всем возможным ароматам нейтрино, а также учесть распад в зарядово сопряженное конечное состояние в случае, если стерильное нейтрино имеет майорановскую природу. Полную ширину распада $\nu_s \rightarrow 3\nu_a$ можно записать в виде [24, 25]:

$$\Gamma(\nu_s \rightarrow 3\nu_a) = \frac{G_F^2 m_s^5}{96\pi^3} \sin^2 \theta_s = \frac{1}{4.7 \times 10^{10} \text{ сек}} \left(\frac{m_s}{50 \text{ кэВ}} \right)^5 \sin^2 \theta_s.$$

Требую, чтобы время жизни превышало возраст Вселенной

$$\tau_{\text{Univ}} = 1.37 \times 10^{10} \text{ лет},$$

можем получить ограничение на квадрат угла смешивания стерильных нейтрино с активными θ_s^2 [26]:

$$\theta_s^2 < 1.1 \times 10^{-7} \left(\frac{50 \text{ кэВ}}{m_s} \right)^5.$$

Другое, более строгое ограничение на угол смешивания может быть получено из радиационного распада стерильного нейтрино $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$, который ведет к появлению монохроматичной рентгеновской линии. Вероятность этого распада составляет [24, 25]:

$$\Gamma(\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma) = \frac{9\alpha G_F^2 m_s^5}{1024\pi^4} \sin^2(2\theta_s) = 5.5 \times 10^{-22} \theta_s^2 \left[\frac{m_s}{1 \text{ кэВ}} \right]^5 \text{ сек}^{-1},$$

а соответствующее ограничение на угол смешивания [27]:

$$\theta_s^2 \lesssim 1.8 \times 10^{-5} \left(\frac{1 \text{ кэВ}}{m_s} \right)^5.$$

Если стерильные нейтрино рождаются через смешивание (резонансно или нет, неважно) с активными нейтрино, их масса не должна превышать 50 кэВ [27, 28], чтобы обеспечить современное значение массы темной материи, считая, что она насыщается вкладом от нейтрино, а также не создавать интенсивную линию распада в рентгеновском спектре излучения. Принимая только во внимание приведенные аргументы в пользу стерильного нейтрино как частицы темной материи, можно считать, что масса нейтрино находится в диапазоне значений от 0.4 до 50 кэВ [23].

Получены также строгие космологические и астрофизические ограничения на стерильные нейтрино с кэВ-ными массами (см. например [27, 29, 30]). В частности, модели с теплой или умеренно холодной темной материей позволяют описать наблюдение маломасштабных структур луч-

ше, чем модели с холодной темной материи, кандидатами на роль которой являются аксионы или слабовзаимодействующие массивные частицы (см. например, [31, 32]). По некоторым предварительным данным наблюдаемая рентгеновская линия в 3.5 кэВ может быть связана с распадающимся стерильным нейтрино [33, 34]. Стерильные нейтрино кэВ-ных масс могут также объяснить наблюдаемые скорости пульсаров [30]. Однако, такие нейтрино очень сложно обнаружить в лабораторных условиях, например в двойном безнейтринном бета-распаде или других экспериментах по прямому детектированию [35–37]

Второй открытый вопрос — это вопрос о массе нейтрино, дополняемый следующим — почему массы всех ароматов нейтрино столь малы? Из экспериментов по нейтринным осцилляциям следует, что нейтрино — массивные частицы, а их квантовые состояния с определенными значениями массы и аромата не совпадают. Из космологии [38, 39] и экспериментов по распаду трития [40, 41] следует, что масса любого из активных нейтрино не превосходит 1 эВ. Как следствие, если механизм возникновения массы у нейтрино Стандартной модели точно такой же, как и у всех других фундаментальных фермионов, а именно, спонтанное нарушение симметрии посредством хиггсовского механизма [42–45]. Юкавские константы, входящие в нейтринную часть лагранжиана, должны быть на шесть порядков меньше юкавской константы электрона. Такая иерархия юкавских констант не понятна и требует объяснения. Механизм «качелей» (the seesaw mechanism) позволяет объяснить малость масс нейтрино [46] и является альтернативой хиггсовскому механизму генерации масс. Существует возможность понять иерархию масс нейтрино и в рамках моделей с дополнительными измерениями [47, 48]. Следует отметить и готовящийся эксперимент KATRIN [49], в котором планируется с высокой точностью измерить конец спектра родившихся электронов и по-

лучить ограничения $m_\nu \lesssim 0.2$ эВ на массу нейтрино, т. е. существенно понизить диапазон допустимых значений масс нейтрино в рамках квази-вырожденной иерархии масс.

Третий нерешенный вопрос касается иерархии масс нейтрино. Следует отметить, что основная информация относительно угла θ_{23} матрицы смешивания V_{PMNS} и разности квадратов масс Δm_{31}^2 получена из анализа данных по атмосферным нейтрино. Наиболее сильные ограничения следуют из результатов экспериментов MINOS [50] и T2K [51], в которых влиянием эффектов вещества на процесс осцилляций можно пренебречь по причине малости расстояния L между источником и детектором. В этом случае вероятность перехода $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ можно записать в виде:

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \simeq \sin^2 \theta_{23} \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{E_\nu} \right),$$

где E_ν — энергия нейтрино. Как видно из этой формулы, вероятность осцилляций не зависит от знака Δm_{31}^2 , а значит, этот эксперимент не позволяет определить, какое из двух осциллирующих состояний тяжелее. Тем не менее, при учете эффектов среды [52–55] приведенная выше вероятность осцилляций модифицируется и имеется возможность определиться с иерархией масс нейтрино. В частности, в эксперименте IceCube детектируются нейтрино, прошедшие сквозь Землю от Северного полюса до Южного, и, как следствие, влиянием вещества, из которого состоит наша планета, на осцилляции нельзя пренебречь [56]. Для реализации этого проекта было предложено модифицировать имеющийся детектор, назвав увеличенный как PINGU («Precision IceCube Next Generation Upgrade») [57], набор данных на котором планируется начать в 2017 году. При удачном стечении обстоятельств указания в пользу нормальной и обратной иерархии масс следует ожидать после 2020 года. Идею влияния вещества на осцилляции атмосферных нейтрино предлагается ис-

следовать также в эксперименте ORCA, для чего предложено увеличить подводный детектор KM3NeT [58], находящийся в Средиземном море. Возможность решения проблемы иерархии масс нейтрино в других имеющихся и планируемых экспериментах обсуждается в обзоре [59].

Открытым остается вопрос относительно природы нейтрино, а именно, нейтрино являются дираковскими фермионами, как заряженные лептоны и кварки, или майорановскими частицами, для которых зарядово сопряженное состояние выражается через исходное состояние частицы [60]. Наиболее чувствительным к майорановской природе нейтрино будет двойной безнейтринный β -распад, обозначаемый часто как « $0\nu\beta\beta$ ». Наблюдение таких распадов напрямую указывает на майорановскую природу нейтрино, а следовательно, на несохранение лептонного числа. Следует отметить, что вероятность двойного безнейтринного β -распада пропорциональна комбинации из абсолютных масс нейтрино [6], поэтому наблюдение такого распада позволит получить дополнительную информацию относительно масс нейтринных состояний.

Следующий вопрос, ожидающий своего решения, — это наличие CP -нарушения в лептонном секторе Стандартной модели и насколько оно велико. Отметим, что наличие CP -нарушения в лептонном секторе может быть одной из возможных причин возникновения асимметрии вещества и антивещества во Вселенной [15]. В случае трех поколений фундаментальных фермионов дираковского типа имеется только одна фаза δ в матрице PMNS смешивания нейтрино [6], в полной аналогии с матрицей смешивания кварков Кабиббо-Кобаяши-Маскава [61, 62]. Чтобы избежать привязки к конкретному выбору параметров матрицы смешивания в кварковом секторе, было предложено использовать инвариант Ярлског [63, 64], который в стандартной параметризации матрицы

смешивания кварков [6] можно записать в виде:

$$J_{CP} = \frac{1}{8} \cos \theta_{13} \sin(2\theta_{12}) \sin(2\theta_{13}) \sin(2\theta_{23}) \sin \delta.$$

Для CP -инвариантной теории $J_{CP} = 0$, поэтому обнаружение ненулевого значения указывает на CP -нарушение. В кварковом секторе Стандартной модели инвариант Ярлског измерен с высокой точностью $J_{CP} = (3.06_{-0.20}^{+0.21}) \times 10^{-5}$ [6]. Поскольку стандартная параметризация матрицы смешивания дираковских нейтрино [6] совпадает с матрицей смешивания кварков, то и для количественной характеристики величины CP -нарушения в лептонном секторе можно использовать J_{CP} . Поскольку синусы углов смешивания в PMNS матрице известны на данный момент с ошибками, не превышающими 10%, и неизвестной остается только фаза δ , то на инвариант Ярлског имеется ограничение [6]: $|J_{CP}| < 0.040 |\sin \delta|$, и, с учетом значения $\delta \simeq 1.4 \pi$ [65], следует оценка величины CP -нарушения $J_{CP} \simeq -0.03$ [6]. Видно, что J_{CP} в кварковом и лептонном секторах Стандартной модели имеют разные знаки и, если новые данные не приведут к существенному смещению δ относительно текущего значения, то следует ожидать CP -нарушение в лептонном секторе на процентном уровне. По причине CP -нарушения имеется различие в процессах осцилляций нейтрино и антинейтрино, которое можно охарактеризовать асимметрией $\mathcal{A}_{\ell\ell'}^{CP} = P(\nu_\ell \rightarrow \nu_{\ell'}) - P(\bar{\nu}_\ell \rightarrow \bar{\nu}_{\ell'})$, где $\ell, \ell' = e, \mu, \tau$. Следует отметить, что если аромат нейтрино не меняется ($\ell = \ell'$), то вероятность выживания нейтрино и антинейтрино рассматриваемого аромата совпадают, и $\mathcal{A}_{\ell\ell}^{CP} = 0$. Ненулевую асимметрию в осцилляциях можно измерить только в процессах с $\ell \neq \ell'$, т.е. в экспериментах типа T2K [51, 66], которые определяют, например, появление электронных нейтрино в потоках мюонных нейтрино. В планируемых экспериментах с подземными детекторами можно, в принципе, обнаружить асимметрию $\mathcal{A}_{\ell\ell'}^{CP}$, измеряя ве-

роятности переходов для нейтрино и антинейтрино по-отдельности, т. е. выполнить эксперимент по прямому измерению CP -нарушения.

Для майорановских нейтрино в матрице смешивания имеются еще две дополнительные майорановские фазы α_{12} и α_{13} [6]. Анализ данных при этом усложняется, особенно тот, что связан с определением параметров, ответственных за CP -нарушение, однако и в этом случае процедура подгонки под имеющиеся данные может быть выполнена [6].

В наше время область действия физических законов, необходимых для понимания явлений, наблюдаемых во Вселенной, расширилась далеко за пределы традиционных областей физики, а именно, классической механики, теории гравитации Ньютона и теории относительности Эйнштейна [15, 67]. Сегодня астрофизика стала обширной территорией для применения законов микроскопической физики, в частности, свойств элементарных частиц, их взаимодействий и разнообразных процессов с их участием.

Существуют три основных способа использования различных астрофизических объектов, как лаборатории для изучения физики элементарных частиц. Во-первых, звезды являются естественными источниками фотонов и нейтрино, которые могут быть зарегистрированы на Земле. Электронные нейтрино интенсивно испускаются Солнцем и соответствующие события были зарегистрированы земными детекторами. В дополнение, был зарегистрирован нейтринный сигнал при взрыве сверхновой SN1987A. Поскольку нейтрино проходят астрономические расстояния прежде, чем достичь детектора, можно изучать изменения измеряемого сигнала, которые объясняются распространением и дисперсионными эффектами, в том числе нейтринными осцилляциями в магнитном поле. Сейчас расхождение между расчетным и измеренным спектром солнечных нейтрино хорошо изучено и полностью объяснено механиз-

мом нейтринных осцилляций, что в свою очередь дает нам информацию о наличии ненулевой массы у нейтрино.

Во-вторых, частицы, испускаемые удаленными источниками, могут распадаться и регистрируемые на Земле фотоны и нейтрино могут быть продуктами этих распадов. Тем самым мы получаем важную информацию об удаленных объектах Вселенной, что способствует развитию новых теории и гипотез относительно устройства нашей Вселенной.

В-третьих, излучение слабо взаимодействующих частиц является каналом остывания звезд. Нейтринные потери учитываются при моделировании различных астрофизических явлений таких, как взрывы сверхновых или потери энергии нейтронными звездами. Если предположить существование новых взаимодействий частиц, то, основываясь на данных по наблюдениям звезд, можно получить ограничения на новые параметры новых частиц, предсказываемых расширениями Стандартной модели. Так например, было получено ограничение $\mu_\nu < 3 \times 10^{-12} \mu_B$, где $\mu_B = e\hbar/(2m_e c)$ — магнетон Бора, на магнитный момент нейтрино из светимости красных гигантов [68].

Все вышесказанное свидетельствует о важности и актуальности проведения исследований на стыке таких направлений, как физика элементарных частиц, астрофизика и физика ранней Вселенной.

Предложенное диссертационное исследование посвящено изучению свойств нейтрино — слабо взаимодействующей, но очень важной фундаментальной частице, которая находится в условиях электронной плазмы и внешнего магнитного поля. Выбор такой внешней среды продиктован тем, что именно сочетание сильного магнитного поля и электрон-позитронной плазмы, зачастую встречается при изучении эволюции и динамики астрофизических объектов, причем данная среда оказывает влияние на протекание квантовых процессов, изменяя не только кинематические

свойства частиц, но и вероятности изучаемых процессов.

В диссертации используется система единиц, в которой значения скорости света в вакууме, постоянной Планка и постоянной Больцмана приняты за единицу ($c = \hbar = k_B = 1$), а также элементарный заряд выбирается как заряд протона $e > 0$.

1.2. Цели и задачи диссертационного исследования

Основными задачами, рассмотренными в данной диссертации, являются:

- Изучение влияния чистой (без магнитного поля) и сильно замагниченной электронной плазмы на вероятность радиационного распада стерильного нейтрино с массой в несколько десятков кэВ.
- Проведение детального анализа вероятности радиационного распада стерильного нейтрино в сильно замагниченной и чистой (без магнитного поля) электронной плазме с учетом анизотропии дисперсии фотона в среде.
- Получение простых аналитических выражений, описывающих радиационный распад стерильного нейтрино в астрофизических условиях, близких к реальным.
- Вычисление вершинной функции виртуального нейтрино при малом переданном импульсе.
- Проведение анализа электромагнитных свойств массивного нейтрино, находящегося на массовой поверхности.
- Исследование свойств собственно-энергетического оператора массивного нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной на-

пряженности вплоть до критического значения магнитного поля W -бозона при произвольном соотношении между массами нейтрино, W -бозона и заряженного лептона.

- Получение выражения для дополнительной энергии, приобретаемой нейтрино во внешнем магнитном поле.

1.3. Научная новизна и результаты диссертационного исследования, выносимые на защиту

Следующие новые научные результаты выносятся на защиту:

- Проведено теоретическое исследование радиационного распада стерильного нейтрино в чистой (без магнитного поля) и сильно замагниченной электронной плазме [69]. Полученные результаты отличаются от ранее представленных в литературе тем, что впервые было последовательно учтено изменение закона дисперсии фотона, обусловленное наличием внешней активной среды — электронной плазмы. Проанализирована вероятность радиационного распада стерильного нейтрино с учетом анизотропии дисперсии фотона в нерелятивистской плазме как в отсутствии магнитного поля, так и в случае наличия сильного магнитного поля, когда все электроны плазмы находятся на основном уровне Ландау.
- Вычислена вершинная функции виртуального нейтрино, взаимодействующего с мягкими фотонами [70]. Произведен анализ электромагнитных свойств массивного нейтрино, находящегося на массовой поверхности [71]. Получено выражение для вакуумного магнитного момента реального нейтрино при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона [70–

[72]. Вычислена полевая поправка к ширине распада $\nu \rightarrow \ell^- W^+$.

- Вычислен собственнно-энергетический оператор массивного нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности вплоть до критического значения магнитного поля W -бозона при произвольном соотношении между массами нейтрино, W -бозона и заряженного лептона [73]. На основе полученного выражения для собственнно-энергетического оператора вычислена полевая поправка к магнитному моменту массивного нейтрино, а также дополнительная энергия нейтрино, возникающая во внешнем магнитном поле. Рассмотрен также предел скрещенного поля.

Представленные в диссертации результаты являются оригинальными и новыми.

1.4. Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты, полученные в диссертации, представляют интерес для дальнейших теоретических исследований в области астрофизики и физики элементарных частиц, находящихся во внешних экстремальных условиях. Также результаты диссертационного исследования могут быть использованы в образовательных целях как материал для учебной и методической литературы в помощь студентам соответствующих направлений подготовки в университете.

1.5. Методология и методы исследования

При проведении исследований использовались известные методы квантовой теории поля и теоретические разработки физики элементарных частиц, развитые как для вакуума, так и для внешней активной среды.

1.6. Личный вклад автора

Автором вычислена вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в электронной плазме и проведен численный анализ, получен собственно-энергетический оператор массивного нейтрино в магнитном поле, найдена вершинная функция виртуального нейтрино во внешнем магнитном поле, а также вычислена вероятность распада массивного нейтрино на W -бозон и заряженный лептон.

1.7. Апробация результатов и публикации

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в журналах из списка ВАК:

1. A. A. Dobrynina, N. V. Mikheev, and G. G. Raffelt. Radiative decay of keV-mass sterile neutrinos in a strongly magnetized plasma // *Phys. Rev. D*. 2014. V. 90. No. 11. P. 113015 (9 pages).
2. A. A. Dobrynina, N. V. Mikheev, and E. N. Narynskaya. Vertex function of virtual neutrino at small momentum transferred // *Int. J. Mod. Phys. A*. 2012. V. 27. No. 28. P. 1250167 (9 pages).
3. А. А. Добрынина, Н. В. Михеев. Собственно-энергетический оператор массивного нейтрино во внешнем магнитном поле // *ЖЭТФ*. 2014. Т. 145. №1. С. 65-76.
4. А. А. Добрынина, Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская. Электромагнитные свойства массивного нейтрино // *Ядерная физика*. 2013. Т. 76. №10. С. 1311-1314.
5. А. А. Добрынина, Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская. Массовый оператор нейтрино и его магнитный момент // *Ядерная физика*. 2013. Т. 76. №11. С. 1417-1420.

Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались лично автором на следующих российских и международных конференциях, школах и семинарах:

- XV International Baksan School «Particles and Cosmology» (г. Троицк, 2011)
- Всероссийская конференция «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (г. Москва, 2010, 2011, 2014, 2015)
- Научная сессия-конференция секции ЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (г. Москва, 2011)
- Расширенный семинар ИКИ РАН «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике» (г. Таруса, 2012, 2014)
- Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics (п. Большие Коты, Иркутская обл., 2012)

а также на научных семинарах теоретического отдела ФГБУ «ГНЦ РФ ИТЭФ» (г. Москва), Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ (г. Дубна, Московская обл.) и кафедры теоретической физики ЯрГУ им. П. Г. Демидова.

2. Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, основной части, содержащей три главы, заключения и трех приложений. В диссертации 126 страниц, включая 9 рисунков. Список литературы содержит 191 ссылку.

Во **введении** обоснована актуальность выбранной темы исследования, приведены общие характеристики диссертации, дан краткий обзор

диссертационной работы. Каждая глава также сопровождается введением и заключением.

Первая глава посвящена детальному анализу радиационного распада массивного стерильного нейтрино на активное нейтрино и фотон в условиях как чистой (без магнитного поля), так и сильно замагниченной электронной плазмы при учете изменения закона дисперсии фотона в активной среде. Произведен сравнительный анализ вероятности распада в сильно замагниченной плазме и плазме без магнитного поля при условии малости скорости Ферми электронов. Показано, что плазма оказывает сильное катализирующее воздействие на вероятность распада стерильного нейтрино. В случае незамагниченной плазмы увеличение вероятности распада по сравнению с вакуумным значением примерно на порядок превосходит аналогичное увеличение в сильно замагниченной плазме. Это можно объяснить тем, что сильное магнитное поле уменьшает число степеней свободы электронов (они находятся на основном уровне Ландау) по сравнению с чистой электронной плазмой, что и приводит к соответствующему уменьшению вероятности распада.

Во **второй главе** получено выражение для вершинной функции виртуального нейтрино, взаимодействующего с мягкими фотонами, на основе вычисления собственно-энергетического оператора массивного нейтрино в слабом внешнем электромагнитном поле в рамках Стандартной модели взаимодействий частиц. Предполагается, что CP -нарушение в лептонном секторе отсутствует. Вычисления проводились в произвольной R_ξ -калибровке с учетом вклада заряженного скаляра. Электромагнитные характеристики реального нейтрино, в частности магнитный момент, были получены как предельные значения формфакторов вычисленной вершинной функции. Мнимая часть магнитного момента нейтрино определяет полевую поправку к ширине распада тяжелого массивного

нейтрино на W -бозон и заряженный лептон.

В **третьей главе** приводятся вычисления собственно-энергетического оператора нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности вплоть до критического значения магнитного поля W -бозона при произвольном соотношении между массами нейтрино, W -бозона и заряженного лептона. Получены выражения для дополнительной энергии и магнитного момента нейтрино, находящегося во внешнем магнитном поле, используя результат вычислений для собственно-энергетического оператора нейтрино. Вычислена вероятность распада массивного нейтрино на W -бозон и заряженный лептон в скрещенном электромагнитном поле как предельный случай полученных выражений при условии, что динамический параметр доминирует.

В **заключении** сформулированы основные результаты, представленные в диссертации.

Приложение А посвящено ковариантному формализму, которым удобно пользоваться при вычислениях, проводимых во внешнем магнитном поле, а также вводится оператор проекции спина фермиона на направление поля и указываются его основные свойства.

В **приложении Б** представлен развернутый анализ вкладов от векторного и аксиально-векторного токов в амплитуду радиационного распада стерильного нейтрино в электронной плазме в отсутствие внешнего магнитного поля.

В **приложении В** приведены аналитические выражения для вероятности радиационного распада стерильного нейтрино в релятивистской сильно замагниченной электронной плазме.

Глава 1

Радиационный распад стерильного нейтрино в сильно замагниченной плазме

1.1. Введение

Нейтрино, вследствие малой массы и слабой интенсивности взаимодействия с веществом, не оказывают практически никакого влияния на физику, изучаемую в земных условиях, но могут играть важную, а подчас и доминирующую роль в астрофизике и космологии. В частности, это относится к таким астрофизическим катаклизмам, как взрывы сверхновых и слияние нейтронных звезд в тесных двойных системах. Часто в такого рода катаклизмах образуется очень плотная и горячая среда, находящаяся под воздействием мощных нейтринных потоков. Исследования последних десятилетий показали [74–77], что в такой среде за счет различных механизмов может генерироваться сильное магнитное поле с напряженностью $B \sim 10^{16}$ Гс, что существенно превышает значение напряженности критического магнитного поля электрона $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}$ Гс. Наблюдения различных классов нейтронных звезд указывают на значительный разброс значений их магнитных полей [78], причем некоторые из них, называемые магнитарами, по всей видимости, имеют сильные магнитные поля с напряженностями $B \gtrsim 10^{15}$ Гс [79, 80]. Таким образом, для изучения свойств и динамики некоторых астрофизических явлений требуется детальный анализ квантовых процессов с участием нейтрино в присутствии электрон-позитронной плазмы и сильного магнитного поля.

Плазма и магнитное поле, являясь оптически активными средами,

могут существенно влиять на взаимодействие нейтрино с фотонами, которое в вакууме возникает на петлевом уровне [81], а потому является чрезвычайно слабым. С одной стороны, фотон-нейтринное взаимодействие в среде может привести к реально наблюдаемым эффектам, таким как нейтринная светимость плазмы за счет процесса $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ [82]. В рассматриваемом процессе роль плазмы двойка: во-первых, ее присутствие приводит к появлению у фотонов эффективной массы, что делает нейтринный распад фотона разрешенным по кинематике, и, во-вторых, плазма усиливает эффективное взаимодействие между нейтрино и фотонами. С другой стороны, радиационный распад массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$, где $m_{\nu_i} > m_{\nu_j}$, кинематически возможен в вакууме [24]. Однако наличие внешней активной среды может повлиять как на амплитуду, так и на кинематику процесса, и следовательно, вероятность распада может измениться существенно [67, 83].

Исследования радиационного распада безмассового нейтрино в присутствии внешнего магнитного поля имеют достаточно длинную историю и начало восходит к работам [84–86]. Заметим, что в литературе процесс $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$, происходящий в магнитном поле или плазме, имеет несколько названий, а именно, «радиационный распад нейтрино», «черенковский эффект» и «тормозное излучение». Влияние электромагнитных полей разных конфигураций на радиационный распад массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$, где $i \neq j$, в рамках Стандартной Модели при учете возможного смешивания в лептонном секторе было изучено в работе [87]. Во всех вышеупомянутых работах вероятность распада была вычислена для нейтрино относительно низких энергий ($E_\nu < 2m_e$) и в предположении, что изменением закона дисперсии родившегося фотона можно пренебречь. В этой же работе [87] было показано, что индуцированная магнитным полем вероятность радиационного распада ультраре-

лятивистского нейтрино не имеет подавления малостью массы нейтрино в противоположность тому, что наблюдается в вакууме.

Здесь стоит заметить, что с ростом энергии закон дисперсии фотона $\omega = f(\mathbf{k})$, где ω и \mathbf{k} — энергия и импульс фотона, находящегося во внешнем магнитном поле, все больше и больше становится отличным от вакуумного $\omega = |\mathbf{k}|$, и более того, каждое состояние фотона $\varepsilon^{(\lambda)}(q)$, имеющее определенную поляризацию, обладает собственным, отличным от других законом дисперсии [88–90]. В частности, 4-импульс фотона $q^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ может стать пространственно-подобным, а величина квадрата его модуля может оказаться значительно больше квадрата массы нейтрино ($|q^2| \gg m_\nu^2$), открывая, таким образом, возможность перехода $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ более легкого нейтрино в тяжелое ($m_i < m_j$). Другими словами, благодаря изменению закона дисперсии фотона, вероятность радиационного распада ультрарелятивистского нейтрино в магнитном поле перестает зависеть от спектра масс нейтрино.

Для случая нейтрино высоких энергий ($E_\nu \gg m_e$), находящихся в сильном магнитном поле, процесс $\nu \rightarrow \nu + \gamma$ с учетом изменения дисперсии фотона был изучен в работе [91]. Этот же процесс в постоянном однородном магнитном поле был рассмотрен в работе [86] для нейтрино низких энергий ($E_\nu < 2m_e$) и в кинематической области, где дисперсия фотона близка к вакуумной. Радиационный распад нейтрино также исследовался в электрон-позитронной плазме [92–98]. В частности, вероятность распада более тяжелого нейтрино на легкое и фотон в среде, находящейся в тепловом равновесии, была вычислена в работах [94, 95] в предположении, что дисперсионные свойства частиц в плазме не изменяются.

Позднее исследование фотон-нейтринного взаимодействия было распространено на случай высоких энергий и сильно замагниченной элек-

трон-позитронной плазмы [99]. При этом, кроме изменения дисперсии фотона была учтена перенормировка его волновой функции, обусловленная радиационными поправками вблизи e^-e^+ -резонанса, без учета которой результат для вероятности перехода был бы сильно завышен.

В недавней работе [100] распад массивного нейтрино рассматривался в условиях сильно замагниченного, вырожденного электронного газа. Следует отметить, что на данный момент не имеется каких-либо теоретических ограничений на существование астрофизических объектов, в которых могут встречаться как сильное магнитное поле, так и вырожденная плазма электронов и позитронов одновременно. Более того, имеются наблюдательные данные, которые свидетельствуют о наличии объектов, обладающих электрон-позитронной плазмой, находящейся в рассматриваемых условиях. К таким объектам относятся 14 источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (Soft Gamma-Ray Repeaters), 10 из которых подтверждены и 4 рассматриваются как кандидаты, и 14 аномальных рентгеновских пульсаров (Anomalous X-Ray Pulsars), 12 из которых подтверждены [78]. Существование подобных объектов с необходимостью требует изучения элементарных квантовых процессов в экстремальных условиях.

Основная цель данного исследования заключается в том, чтобы обобщить анализ, проведенный ранее в работе [100], включив в рассмотрение закон дисперсии, который имеет фотон в условиях сильно замагниченной, вырожденной электрон-позитронной плазмы. Заметим, что в такой плазме фотон-нейтринное взаимодействие в основном определяется электронами и позитронами, находящимися на основном уровне Ландау. Следовательно, химический потенциал μ_e такой плазмы должен удовлетворять условию

$$\mu_e^2 - m_e^2 < 2eB,$$

где m_e — масса электрона, $e > 0$ — элементарный заряд, и B — напряженность магнитного поля. Если плазма вырождена, то плазменная частота определяется выражением [100–102]:

$$\omega_0^2 = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{eB p_F}{\sqrt{p_F^2 + m_e^2}}, \quad (1.1)$$

где $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры и p_F — импульс Ферми для электронов. Концентрация электронов в сильно замагниченном электронном газе составляет $n_e = eB p_F / (2\pi^2)$ [103]. Данное соотношение позволяет записать плазменную частоту (1.1) в следующем виде:

$$\omega_0 \simeq 37.1 \text{ кэВ} \left(\frac{n_{30}^2 b^2}{b^2 + 1.3 n_{30}^2} \right)^{1/4}, \quad (1.2)$$

где $b = B/B_e$, $n_{30} = n_e / (10^{30} \text{ см}^{-3})$ и нормировочное значение для концентрации электронов $n_{e,\text{norm}} = 10^{30} \text{ см}^{-3}$ можно интерпретировать как плотность числа барионов, соответствующую приблизительно массовой плотности $\rho_B \simeq 10^6 \text{ г/см}^3$. Отметим, что вырожденные электроны при таких условиях все еще остаются нерелятивистскими.

Для интересующих нас условий, задаваемых внешней средой, характерный масштаб плазменной частоты ω_0 составляет 10 кэВ и более. Обычные нейтрино имеют массу, скорее всего, в несколько десятых эВ [6] и, следовательно, радиационные распады кинематически невозможны. Известно, что при распространении в среде энергия нейтрино изменяется за счет взаимодействия нейтрино с частицами среды [52]. Так наличие в среде электронов ведет к их слабому взаимодействию с электронными нейтрино, которое может быть описано через потенциал $V = \sqrt{2} G_F n_e \simeq 1.27 \times 10^{-7} \text{ эВ} \times n_{30}$ [104], что приводит к маленькому эффекту по сравнению с плазменной частотой. Значит, изменение закона дисперсии фотона дает основной эффект. Очевидно, что радиационные распады могут представлять интерес только для стерильных нейтрино ν_s с массами в

несколько десятков кэВ и выше. Возобновление интереса к стерильным нейтрино связано с тем, что они являются основными кандидатами на роль «теплой» или «холодной» темной материи [14, 27, 105–107]. Более того, наблюдение необъясненной пока рентгеновской линии в 3.5 кэВ повышает интерес к обсуждению вопроса о темной материи, поскольку эта линия может происходить от распада стерильных нейтрино темной материи $\nu_s \rightarrow \nu_a \gamma$ [33, 34, 108–110].

Независимо от того, справедливы приведенные выше предположения или нет, вычисление вероятности радиационного распада нерелятивистского стерильного нейтрино во внешней оптически активной среде, в качестве которой может выступать либо «чистая» плазма, т. е. плазма, влияние магнитного поля на которую пренебрежимо мало, либо сильно замагниченная плазма, представляет несомненный интерес. Главное отличие представленного в данной главе исследования (см. также работу [69]) от предыдущих состоит в том, что учтено изменение закона дисперсии фотона. Отметим, что анализ проводится только для дираковских нейтрино, для майорановских нейтрино результат будет отличаться только численным множителем. В дополнение, пренебрегается изменением законов дисперсии как активного, так и стерильного нейтрино.

1.2. Электронная плазма без магнитного поля

Стерильное нейтрино ν_s может смешиваться с активным ν_a и, таким образом, взаимодействовать с веществом. Обозначим через θ_s угол смешивания, величина которого обычно предполагается очень маленькой ($\theta_s \ll 1$). В этом случае, состояние ν_s практически совпадает с массовым состоянием ν'_s , обладающим определенным значением массы m_s . Если, в дополнение, предположить, что масса активного нейтрино m_a

много меньше массы стерильного, $m_a \ll m_s$, то распад стерильного нейтрино на активное нейтрино и фотон кинематически разрешен и при отсутствии дополнительных запретов должна наблюдаться узкая линия с частотой, примерно равной половине массы стерильного нейтрино при условии, что распадающиеся частицы совершают движение с нерелятивистскими скоростями.

В системе покоя стерильного нейтрино дираковского типа вероятность радиационного распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ в вакууме, когда $m_a \ll m_s$, хорошо известна [24]:

$$W_{\text{vac}} = \frac{9\alpha G_F^2}{2048 \pi^4} m_s^5 \sin^2(2\theta_s), \quad (1.3)$$

где α — постоянная тонкой структуры и G_F — константа Ферми. Вероятность распада стерильного нейтрино в вакууме будет использована в дальнейшем для нормировки полученных результатов. Численное значение этой вероятности мало

$$W_{\text{vac}} = 1.8 \times 10^{-54} \text{ эВ} \left(\frac{m_s}{10 \text{ кэВ}} \right)^5 \left(\frac{\theta_s}{10^{-11}} \right)^2, \quad (1.4)$$

и дает очень большое время жизни

$$\tau_{\text{vac}} = 1.2 \times 10^{37} \text{ лет} \left(\frac{10 \text{ кэВ}}{m_s} \right)^5 \left(\frac{10^{-11}}{\theta_s} \right)^2. \quad (1.5)$$

Для сравнения время жизни Вселенной составляет $\tau_{\text{Univ}} = 1.37 \times 10^{10}$ лет, т. е. по отношению к этому распаду нейтрино стабильно.

Для майорановских нейтрино вероятность распада будет в два раза больше [24], что согласуется с выражением, которое обычно приводится в работах, посвященных стерильному нейтрино [27].

Перейдем теперь к обсуждению радиационного распада стерильного нейтрино в условиях электронной плазмы, когда влиянием внешнего

магнитного поля в ней можно пренебречь. Будем называть такую плазму «чистой». Вклад в амплитуду радиационного распада определяется эффективным фотон-нейтринным взаимодействием посредством реальных электронов. Это взаимодействие становится возможным, поскольку в рамках Стандартной модели имеется электромагнитное взаимодействие фотона с электронами плазмы, а также слабое взаимодействие пары нейтрино с теми же электронами.

Взаимодействие нейтрино с электронами в локальном пределе может быть описано эффективным ток-токовым лагранжианом (см., например, [86]):

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\Psi}_e(x)\gamma^\alpha (C_V + C_A\gamma_5) \Psi_e(x)] j_\alpha^{(\ell)}(x), \quad (1.6)$$

где $\Psi_e(x)$ — квантовое поле электрона, $C_V = \pm 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$ и $C_A = \pm 1/2$ — векторная и аксиальная константы взаимодействия (θ_W — угол Вайнберга, $\sin^2 \theta_W \simeq 0.23$ [6]), причем верхние знаки соответствуют электронному нейтрино ν_e , для которого имеются вклады, обусловленные обменом как нейтральным Z -, так и заряженным W -бозоном, а нижние знаки надо использовать для ν_μ и ν_τ , для которых реализуется только обмен Z -бозоном [2]. Нейтринный ток $j_\alpha^{(\ell)}(x)$, где индекс $\ell = e, \mu, \tau$ указывает на аромат лептонов, в лагранжиане (1.6) описывает переход тяжелого стерильного нейтрино ν_s с массой в несколько десятков кэВ в легкое активное нейтрино ν_a , масса которого не превышает эВ:

$$j_\alpha^{(\ell)}(x) = \cos \theta_s \sin \theta_s [\bar{\nu}_\ell(x)\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_s(x)]. \quad (1.7)$$

Здесь предполагалось, что только левая компонента стерильного нейтрино смешивается с активным, причем с активное нейтрино в этом токе имеет фиксированный аромат. В дальнейшем, в качестве легкого активного нейтрино ν_a было выбранное электронное нейтрино ν_e . Полученные

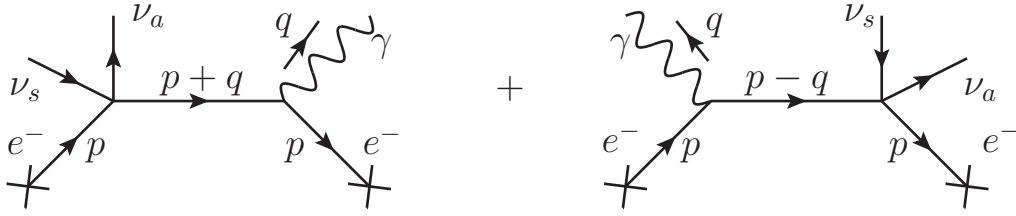


Рис. 1.1. Фейнмановские диаграммы, описывающие распад стерильного нейтрино $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ в электронной плазме. Крестики на концах электронных линий означают, что эти частицы принадлежат плазме. В случае замагниченной плазмы, влияние магнитного поля сказывается только на электронных линиях, которые соответствующим образом модифицируются.

в дальнейшем результаты могут быть легко обобщены на случай смешивания с мюонным и тауонным нейтрино в той же схеме смешивания. В более общем подходе, когда учитывается смешивание в секторе активных нейтрино и стерильное нейтрино смешивается с каждым из них одновременно, задача усложняется и требует отдельного рассмотрения.

Векторный ток в лагранжиане (1.6) имеет структуру, совпадающую со стандартным электромагнитным взаимодействием фотона с заряженным лептоном [60]:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}}(x) = e [\bar{\Psi}_\ell(x) \gamma_\alpha \Psi_\ell(x)] A^\alpha(x), \quad (1.8)$$

где $A^\alpha(x)$ — квантовое поле фотона.

Распаду $\nu_s(p_s) \rightarrow \nu_a(p_a) + \gamma(q)$ в плазме соответствуют диаграммы Фейнмана, изображенные на рис. 1.1, где p^μ — четырехмерный импульс электрона в плазме. Легко заметить, что эти диаграммы топологически эквивалентны диаграммам комптоновского рассеяния фотонов на электронах плазмы, представленных на рис. 1.2. В этой связи представляется целесообразным обсудить сначала амплитуду процесса рассеяния фотона, а затем связать ее с амплитудой радиационного распада стерильного нейтрино.

Переход фотона самого в себя $\gamma(q) \rightarrow \gamma(q)$ на электронах плазмы,

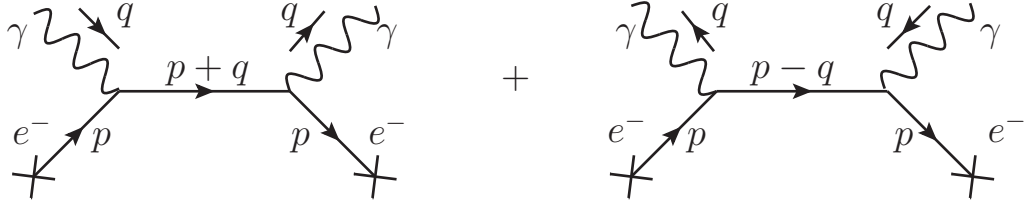


Рис. 1.2. Диаграммы, описывающие процесс рассеяния фотона на электронах плазмы. Обозначения элементов диаграмм совпадают с теми, что были использованы на рис. 1.1.

изображенный диаграммами рассеяния на рис. 1.2, можно описать амплитудой рассеяния вперед $\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma}$, которая связана с поляризационным оператором фотона $\Pi^{\alpha\beta}(q)$ соотношением [1, 60]:

$$\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma} = -\varepsilon_{\alpha}^*(q) \Pi^{\alpha\beta}(q) \varepsilon_{\beta}(q), \quad (1.9)$$

где $\varepsilon_{\beta}(q)$ — вектор поляризации фотона в плазме. Учитывая различие констант в вершинных частях лагранжианов (1.6) и (1.8), а также заменяя начальный фотон нейтринным током j^{α} , представляющим собой Фурье-образ тока (1.7), не представляет труда выразить векторную часть $\mathcal{M}_{\text{pl}}^{(V)}$ амплитуды распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ через поляризационный оператор фотона $\Pi^{\alpha\beta}(q)$, вычисленный в чистой электронной плазме:

$$\mathcal{M}_{\text{pl}}^{(V)} = \frac{G_F C_V}{e\sqrt{2}} j_{\alpha} \Pi^{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta}^*. \quad (1.10)$$

Перейдем теперь к вычислению аксильно-векторного вклада в амплитуду распада стерильного нейтрино. Можно показать, что в случае нерелятивистской электронной плазмы данный вклад численно подавлен (см. Приложение Б):

$$\frac{C_A}{C_V} \frac{m_s}{m_e} \simeq \frac{m_s}{2m_e} \ll 1, \quad (1.11)$$

где учли, что $\sin^2 \theta_W \simeq 0.231$ [6]. В случае релятивистской вырожденной плазмы масса электрона m_e в (1.11) заменяется химическим потенциалом электронов μ_e , который больше или порядка массы электрона. Таким

образом, можно заключить, что аксильно-векторная часть лагранжиана (1.6) дает очень маленький вклад в амплитуду процесса и ей можно пренебречь, т. е.

$$\mathcal{M}_{\text{pl}} \simeq \mathcal{M}_{\text{pl}}^{(V)}, \quad (1.12)$$

в полной аналогии с процессом поглощения фотонов нейтрино [92] и распадом фотона на нейтринную пару [111, 112].

Как упоминалось во введении к этой главе, фотоны в плазме приобретают эффективную массу ω_0 , называемую плазменной частотой. Для большого класса интересных с физической точки зрения задач значение ω_0 достаточно мало и распад $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ стерильного нейтрино с массой порядка десяти кэВ кинематически разрешен, поскольку выполняются следующие условия:

$$\omega_0 < m_s \ll m_e. \quad (1.13)$$

В случае нерелятивистской вырожденной плазмы квадрат плазменной частоты имеет вид [67, 112]:

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi\alpha n_e}{m_e}, \quad (1.14)$$

где для удобства было использовано выражение для концентрации электронов в такой плазме [103]:

$$n_e = \frac{p_F^3}{3\pi^2}. \quad (1.15)$$

Кинематические условия (1.13) позволяют получить следующее ограничение на скорость Ферми электронов в плазме:

$$V_F < 0.5 \left(\frac{m_s}{10 \text{ кэВ}} \right)^{2/3}. \quad (1.16)$$

Из этого условия можно получить верхний предел $m_s \ll 30$ кэВ на массу стерильного нейтрино, когда применимо нерелятивистское приближение.

Кванты электромагнитного поля в плазме имеют три поляризации: одну продольную, вектор поляризации которой обозначим как $\varepsilon_\mu^\ell(q)$, и две поперечные с векторами поляризации $\varepsilon_\mu^t(q)$, где $t = 1, 2$. Эти векторы являются собственными векторами поляризационного оператора $\Pi_{\alpha\beta}(q)$ и определяют соответствующий набор его собственных значений Π_λ , где $\lambda = \ell, t$. В нерелятивистской плазме собственные значения имеют следующий вид [67, 112]:

$$\Pi_t \approx \omega_0^2, \quad \Pi_\ell \approx \omega_0^2 \left(1 - \frac{k^2}{\omega^2}\right), \quad (1.17)$$

где $k = |\mathbf{k}|$ — модуль импульса фотона.

Вероятность распада $\nu_s(p_s) \rightarrow \nu_a(p_a) + \gamma(q)$ в системе покоя стерильного нейтрино может быть записана в виде:

$$W_{\text{pl}}^\lambda = \frac{1}{32\pi^2 m_s} \int Z_{A\lambda} |\mathcal{M}_{\text{pl}}^\lambda|^2 [1 + f_\gamma(\omega)] \delta(m_s - k - \omega) \frac{d^3\mathbf{k}}{k\omega}, \quad (1.18)$$

где $f_\gamma(\omega)$ — функция распределения фотонов. В условиях холодной плазмы ($T \ll \omega_0$), отличием от единицы стимулирующего статистического множителя $[1 + f_\gamma(\omega)]$ для фотона в (1.18) можно пренебречь. Множитель $Z_{A\lambda}$ обусловлен перенормировкой волновой функции фотона [67]:

$$Z_{A\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \Pi_\lambda}{\partial \omega^2}. \quad (1.19)$$

В терминах собственных значений и собственных векторов поляризационного оператора легко вычислить квадрат матричного элемента распада нейтрино (он усреднен по поляризациям начального нейтрино):

$$|\mathcal{M}_{\text{pl}}^\lambda|^2 = \frac{G_F^2 C_V^2}{16\pi\alpha} \sin^2(2\theta_s) [m_s^2 - q^2 + 4(p_s \varepsilon^\lambda(q))^2] \Pi_\lambda^2. \quad (1.20)$$

Вероятности распада W_{pl}^t и W_{pl}^ℓ стерильного нейтрино ν_s на фотоны по-

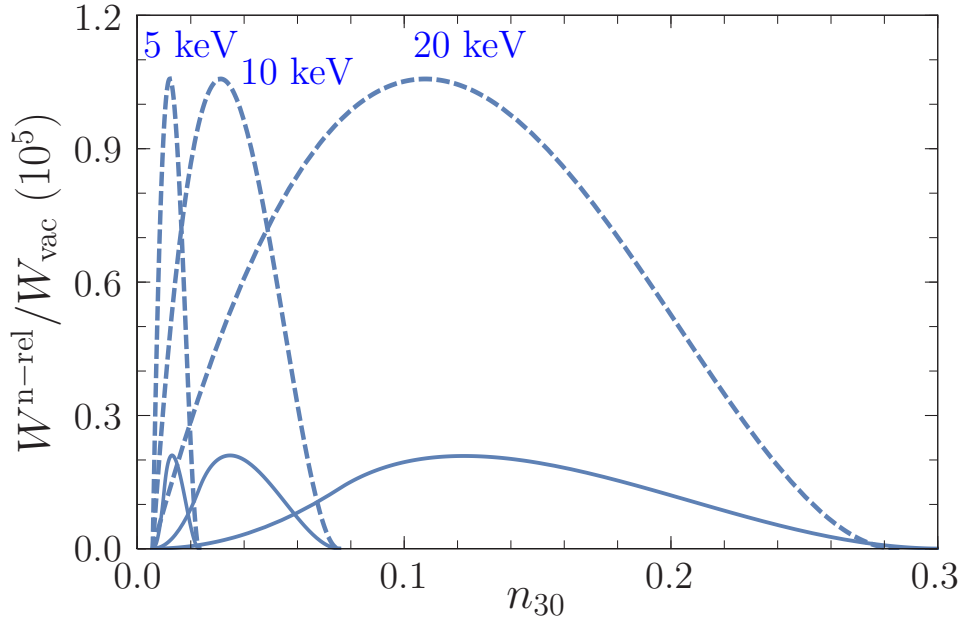


Рис. 1.3. Относительная вероятность радиационного распада стерильного нейтрино для фиксированных значений его массы (набор значений приведен на рисунке явно) как функция концентрации электронов $n_{30} = n_e/(10^{30} \text{ см}^{-3})$. *Штриховые линии:* электронная плазма в отсутствие магнитного поля. *Сплошные линии:* сильно замагниченная плазма. Значение напряженности магнитного поля выбрано равным критическому $B = B_e = 4.41 \times 10^{13} \text{ Гс}$.

перечной и продольной поляризации имеют следующий вид:

$$W_{\text{pl}}^t = \frac{(G_F \omega_0^2)^2 C_V^2}{128\pi^2 \alpha} \sin^2(2\theta_s) m_s \left(1 - \frac{\omega_0^2}{m_s^2}\right)^2, \quad (1.21)$$

$$W_{\text{pl}}^\ell = \frac{(G_F m_s^2)^2 C_V^2}{64\pi^2 \alpha} \sin^2(2\theta_s) \omega_0 \left(1 - \frac{\omega_0}{m_s}\right)^2. \quad (1.22)$$

Результат для поперечных фотонов W_{pl}^t просуммирован по двум возможным поляризациям. Вероятность рождения фотонов поперечной поляризации согласуется с известным результатом [95] в пределе $\omega_0 \rightarrow 0$. Необходимо отметить, что при вычислении вероятностей следует учесть не только различие фазовых пространств фотонов, но и нетривиальный нормировочный множитель $Z_{A\ell}$ в случае фотона продольной поляризации.

Удобно отнормировать выражения (1.21) и (1.22) на вакуумное зна-

чение вероятности распада (1.3), что дает:

$$W_{\text{pl}}^t = W_{\text{vac}} \frac{16\pi^2}{9\alpha^2} x_0^4 (1 - x_0^2)^2, \quad (1.23)$$

$$W_{\text{pl}}^\ell = W_{\text{vac}} \frac{32\pi^2}{9\alpha^2} x_0 (1 - x_0)^2, \quad (1.24)$$

где введена безразмерная плазменная частота $x_0 = \omega_0/m_s$. Поскольку имеется кинематическое ограничение $x_0 < 1$, то распад на продольные фотоны $W_{\text{pl}}^\ell \simeq x_0$ протекает быстрее, чем на фотоны с поперечной поляризацией, для которых $W_{\text{pl}}^\ell \simeq x_0^4$. Появление квадрата постоянной тонкой структуры $\alpha = 1/137$ в знаменателях (1.23) и (1.24) приводит к существенному (на четыре порядка) увеличению вероятностей распадов плазме.

На рис. 1.3 штриховыми линиями изображена полная вероятность распада нейтрино в плазме

$$W_{\text{pl}} = W_{\text{pl}}^\ell + W_{\text{pl}}^t \quad (1.25)$$

как функция от концентрации электронов $n_{30} = n_e/(10^{30} \text{ см}^{-3})$, отнесенная к вероятности распада в вакууме W_{vac} . На графиках продемонстрирован сильный катализирующий эффект влияния плазмы, причем вероятность распада стерильного нейтрино возрастает на пять порядков ($\sim 10^5$) вблизи максимума распределения по сравнению с вакуумной вероятностью. С увеличением массы стерильного нейтрино распределение по концентрации электронов уширяется, а положение максимума сдвигается в сторону больших значений концентрации электронов в плазме.

1.3. Сильно замагниченная плазма

1.3.1. Теоретический расчет

В сильно замагниченной плазме фотон-нейтринное взаимодействие определяется тем же эффективным лагранжианом (1.6), как и в случае чистой плазмы. Однако, наличие магнитного поля будет сказываться, в первую очередь, на квантовых полях заряженных частиц, к которым в нашей задаче относится электрон. Квантовое поле электрона, находящегося в сильном внешнем магнитном поле с напряженностью B , теперь следует рассматривать как суперпозицию решений соответствующего уравнения Дирака. Будем предполагать следующую иерархию параметров задачи:

$$2eB > \mu_e^2 - m_e^2 \gg T^2. \quad (1.26)$$

Для определенности выберем систему координат так, чтобы магнитное поле было направлено вдоль третьей оси, т. е. $\mathbf{B} = (0, 0, B)$.

Учитывая иерархию (1.26), в которой напряженность магнитного поля является наибольшим параметром, можно показать [113], что фотон-нейтринное взаимодействие в основном определяется электронами, расположенными на основном уровне Ландау. Такие электроны имеют строго определенное значение проекции спина на напряженность \mathbf{B} , т. е. образованная ими плазма обладает намагниченностью и является анизотропной средой. Исходя из этого, квантовое поле электрона $\Psi_e(x)$ является собственной функцией некоторого проекционного оператора,

$$\Pi_- \Psi_e(x) = \Psi_e(x), \quad (1.27)$$

в качестве которого выберем следующий [83, 114]:

$$\Pi_- = \frac{1}{2} [1 + i(\gamma_4 \gamma_3)] = \frac{1}{2} [1 - i\gamma_1 \gamma_2], \quad (1.28)$$

где $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ — безразмерный тензор внешнего магнитного поля. В (1.28) было использовано следующее обозначение для свертки по лоренцевским индексам: $(\gamma\varphi\gamma) = \gamma^\alpha\varphi_{\alpha\beta}\gamma^\beta$.

Свойства проекционного оператора, приведенные в монографиях [83, 114] и в приложении А, позволяют получить эффективное соотношение:

$$\Pi_- \gamma_\alpha \gamma_5 \Pi_- = (\tilde{\varphi}\gamma)_\alpha \Pi_-, \quad (1.29)$$

где $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \tilde{F}_{\alpha\beta}/B$ — безразмерный тензор, дуальный тензору внешнего магнитного поля, и $(\tilde{\varphi}\gamma)_\alpha = \tilde{\varphi}_{\alpha\beta}\gamma^\beta$. Следует отметить, что обе части (1.29) отличны от нуля только при $\alpha = 0$ и 3. Наличие соотношения (1.29) позволяет преобразовать аксильно-векторный ток, входящий в лагранжиан (1.6), к векторному току:

$$\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_e = \bar{\Psi}_e \Pi_- \gamma_\alpha \gamma_5 \Pi_- \Psi_e = \bar{\Psi}_e (\tilde{\varphi}\gamma)_\alpha \Psi_e. \quad (1.30)$$

Это значит, что для электронов, находящихся на основном уровне Ландау, лагранжиан (1.6) можно переписать в виде:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(x) = e [\bar{\Psi}_e(x) \gamma^\alpha \Psi_e(x)] V_\alpha(x), \quad (1.31)$$

где введен локальный оператор:

$$V_\alpha = -\frac{G_F}{e\sqrt{2}} \left[C_V (\tilde{\Lambda}j)_\alpha - C_A (\tilde{\varphi}j)_\alpha \right]. \quad (1.32)$$

Лоренцовский тензор $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}$ определяет метрику двумерного подпространства Минковского в четырехмерном пространстве-времени [83, 114]. Формальная аналогия между лагранжианом (1.31) и лагранжианом квантовой электродинамики (1.8) вновь позволяет нам применить результаты, полученные в рамках КЭД, к нейтринным процессам.

Фейнмановские диаграммы для распада $\nu_s(p_s) \rightarrow \nu_a(p_a) + \gamma(q)$ и рассеяния фотона вперед $\gamma(q) \rightarrow \gamma(q)$ на электронах в сильно замагниченной плазме в точности совпадают с диаграммами, описывающими

аналогичные процессы в чистой плазме (см. рис. 1.1 и 1.2), за исключением того, что волновая функция и пропагатор электрона должны быть модифицированы эффектами внешнего магнитного поля. Вектор поляризации входящего фотона $\mathcal{E}_\alpha^{(\lambda)}(q)$ ($\lambda = 1, 2, 3$) на рис. 1.2 заменяется на Фурье-образ эффективного нейтринного тока V_α (1.32) в случае радиационного распада стерильного нейтрино, изображенного на рис. 1.1. В таком подходе неявно предполагается рассеяние фотона вперед с определенной (фиксированной) поляризацией λ и рождение фотона с точно такой же поляризацией в распаде стерильного нейтрино. Следует отметить, что базис векторов поляризации электромагнитных возбуждений $\mathcal{E}_\alpha^{(\lambda)}(q)$ отличается от базиса $\varepsilon_\alpha^{(\lambda)}(q)$, использованного для чистой плазмы. Поляризационный оператор фотона $\Pi_{\alpha\beta}(q)$ теперь содержит не только вклад, порождаемый электронами плазмы, но и вклад, индуцированный внешним магнитным полем. В этом случае имеются проблемы с диагонализацией поляризационного оператора [115], поэтому задача о собственных значениях не была решена в общем виде аналитически. Однако, в некоторых предельных случаях можно упростить задачу и найти аналитическое решение, как например, в случае сильно замагниченной плазмы. В частности, собственные значения и собственные векторы соответствующего поляризационного оператора фотона были найдены в виде разложения по обратным степеням напряженности магнитного поля [116]. В такой плазме фотон имеет только две физические моды [115], которые в главном порядке разложения по степеням $1/(eB)$ совпадают с векторами поляризации фотона в постоянном однородном магнитном поле [83, 114]:

$$\mathcal{E}_\alpha^{(1)} \approx \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \mathcal{E}_\alpha^{(2)} \approx \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (1.33)$$

Здесь введены следующие комбинации из компонент четырехмерного им-

пульса фотона: $q_{\perp}^2 = q_{\mu}\varphi^{\mu\nu}\varphi_{\nu\rho}q^{\rho}$ и $q_{\parallel}^2 = q_{\mu}\tilde{\varphi}^{\mu\nu}\tilde{\varphi}_{\nu\rho}q^{\rho}$. Вектор поляризации третьей моды $\mathcal{E}_{\alpha}^{(3)}(q)$ пропорционален четырехмерному импульсу фотона q_{μ} и может быть устранен калибровочным преобразованием [115, 117]. Амплитуда распада стерильного нейтрино также определяется соответствующими собственными значениями Π_{λ} поляризационного оператора фотона с $\lambda = 1$ и 2 [115, 118]:

$$\Pi_1(q) \approx -\frac{2\alpha}{\pi} \omega\mu_e V_F \sqrt{\frac{q^2}{q_{\parallel}^2}}, \quad (1.34)$$

$$\Pi_2(q) \approx \frac{2\alpha}{\pi} eB V_F \frac{q_{\parallel}^2}{\omega^2 - V_F^2 k_3^2}. \quad (1.35)$$

Здесь ω — энергия фотона, k_3 — проекция импульса фотона на направление магнитного поля \mathbf{B} , $V_F = p_F/\mu_e$ — скорость Ферми. Выражения (1.34) и (1.35) можно использовать, когда справедливо кинематическое условие $\omega \lesssim m_s \ll m_e$.

Прежде чем двигаться дальше, полезно сравнить приведенные выше собственные значения поляризационного оператора фотона в условиях реальной плазмы (1.26). Для значений параметров, входящих в выражения (1.34) и (1.35), близких к максимально допустимым, т. е. $\omega \sim m_s$, $q_3 \ll m_s$, и $q^2, q_{\parallel}^2 \sim m_s^2$, можно сравнить между собой характерные значения, которые могут принимать собственные значения:

$$\left| \frac{\Pi_1}{\Pi_2} \right| \simeq \frac{\mu_e m_s}{eB} \lesssim \frac{m_s}{\mu_e} \ll 1. \quad (1.36)$$

Это означает, что, если оба собственных значения дают вклад в амплитуду распада с одинаковыми весами, то слагаемым с собственным значением $\Pi_1(q)$ в амплитуде можно пренебречь.

Применим процедуру, которая была описана выше и успешно применена в случае чистой плазмы. Точнее, после замены вектора поляризации фотона на Фурье-образ нейтринного тока (1.9), $\mathcal{E}_{\beta}^{(\lambda)}(q) \rightarrow V_{\beta}$, можно

выразить амплитуду распада стерильного нейтрино через поляризационный оператор фотона $\Pi_{\alpha\beta}(q)$ как

$$\mathcal{M}_{\text{pl+f}} = \frac{G_F}{e\sqrt{2}} \mathcal{E}_\alpha^{(\lambda)*}(q) \Pi^{\alpha\beta}(q) \left[C_V (\tilde{\Lambda}j)_\beta - C_A (\tilde{\varphi}j)_\beta \right]. \quad (1.37)$$

Сравнение амплитуды $\mathcal{M}_{\text{pl+f}}$ с амплитудой (1.10), вычисленной для чистой плазмы, показывает, что слагаемое с C_A входит в выражение (1.37) и им нельзя больше пренебрегать. Принимая во внимание иерархию собственных значений поляризационного оператора (1.36), можно заключить, что преимущественно фотоны с поляризацией $\lambda = 2$ рождаются в этом распаде, т. е. вектор поляризации фотона должен быть отождествлен с $\mathcal{E}_\alpha^{(2)}(q)$. В результате, амплитуду распада можно записать в виде:

$$\mathcal{M}_{\text{pl+f}} = \frac{G_F}{e\sqrt{2}} \Pi_2(q) \left[C_V (\mathcal{E}^{(2)*}(q) \tilde{\Lambda}j) - C_A (\mathcal{E}^{(2)*}(q) \tilde{\varphi}j) \right], \quad (1.38)$$

где j_α — ток нейтрино. Эффективный нейтринный ток V_α в сильно замагниченной плазме, где все электроны находятся на основном уровне Ландау, представляет собой проекцию j_α на двумерное подпространство Минковского и, следовательно, он ортогонален другому вектору поляризации $\mathcal{E}_\alpha^{(1)}(q)$, т. е. $(\mathcal{E}^{(1)}(q)V) = 0$.

После подстановки вектора поляризации $\mathcal{E}_\alpha^{(2)}$ (1.33) и соответствующего собственного значения Π_2 (1.35) в выражение (1.38), получим окончательную форму амплитуды распада стерильного нейтрино:

$$\mathcal{M}_{\text{pl+f}} = \frac{G_F \Omega_0^2}{e\sqrt{2}} \sqrt{q_\parallel^2} \frac{C_V (q\tilde{\varphi}j) - C_A (q\tilde{\Lambda}j)}{\omega^2 - V_F^2 k_3^2}. \quad (1.39)$$

Здесь введена плазменная частота

$$\Omega_0^2 = \frac{2\alpha e B}{\pi} V_F, \quad (1.40)$$

определенная в замагниченной электронной плазме.

Вероятность распада $\nu_s(p_s) \rightarrow \nu_a(p_a) + \gamma(q)$ может быть получена после интегрирования квадрата амплитуды (1.39) по всему фазовому пространству, принимая во внимание изменение дисперсионных соотношений для частиц. Следует отметить, что дисперсионные свойства активного нейтрино в сильно замагниченной плазме практически не изменяются [119], поэтому влияние замагниченной плазмы сказывается только на законе дисперсии фотона. Для того, чтобы получить дисперсионное соотношение для фотона с определенной поляризацией λ , нужно решить следующее уравнение:

$$q^2 = \Pi_\lambda(q). \quad (1.41)$$

Разрешая это уравнение относительно ω , для фотона с поляризацией $\lambda = 2$ энергия зависит от импульса следующим образом

$$\omega^2 = k_3^2 + q_\perp^2 + \Omega_0^2 \frac{\omega^2 - k_3^2}{\omega^2 - V_F^2 k_3^2}. \quad (1.42)$$

Когда импульс фотона обращается в ноль, т.е. $k_3^2 = q_\perp^2 = 0$, энергия фотона принимает значение $\omega = \Omega_0$ и имеет смысл эффективной массы фотона в замагниченной плазме. Заметим, что квадрат плазменной частоты (1.40) отличается от аналогичной величины (1.14), определенной для случая чистой плазмы.

Из кинематики распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ следует, что этот процесс может происходить, только если $\Omega_0 < m_s$. Это требование позволяет получить ограничения на скорость Ферми:

$$V_F < 0.1 \left(\frac{B_e}{B} \right) \left(\frac{m_s}{10 \text{ кэВ}} \right)^2. \quad (1.43)$$

Из приведенного выражения следует, что для стерильных нейтрино, обладающих массами в диапазоне 2–20 кэВ, радиационный распад в сильно замагниченной плазме возможен только при условии, что электронная плазма является нерелятивистской.

Вероятность распада можно вычислить стандартным способом, как интеграл по фазовому пространству частиц конечного состояния:

$$W_{\text{pl+f}} = \frac{1}{32\pi^2 m_s} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_a}{E_a} \frac{d^3 \mathbf{k}}{\omega} \delta^{(4)}(p_s - p_a - q) [1 + f_\gamma(\omega)] Z_{A2} |\mathcal{M}_{\text{pl+f}}|^2, \quad (1.44)$$

где $p_s^\mu = (m_s, \mathbf{0})$ — четырехмерный импульс стерильного нейтрино ν_s в его системе покоя, $p_a^\mu = (E_a, \mathbf{p}_a)$ — четырехмерный импульс активного нейтрино и множитель Z_{A2} , определенный ранее формулой (1.19), учитывает перенормировку волновой функции фотона с поляризацией $\lambda = 2$.

После интегрирования по импульсу активного нейтрино \mathbf{p}_a и азимутальному углу, введенному в цилиндрической системе импульса фотона, выражение (1.44) принимает следующий вид:

$$W_{\text{pl+f}} = \frac{1}{32\pi m_s} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_3 \int_0^{\infty} \frac{dk_\perp^2}{E_a \omega} \delta(m_s - E_a - \omega) [1 + f_\gamma(\omega)] Z_{A2} |\mathcal{M}_{\text{pl+f}}|^2. \quad (1.45)$$

Интегрирование по оставшимся переменным следует проводить с учетом нетривиального закона дисперсии фотона (1.42). Энергия активного нейтрино ν_a определяется из закона сохранения энергии в виде $E_a = m_s - \omega$. При взятии интеграла удобно перейти от переменной k_\perp^2 к ω , воспользовавшись соотношением:

$$dk_\perp^2 = 2\omega \left| \frac{\partial k_\perp^2}{\partial \omega^2} \right| d\omega. \quad (1.46)$$

В новых переменных k_3 и ω область интегрирования разбивается на две части

$$W_{\text{pl+f}} = \frac{1}{16\pi m_s} \left\{ \int_{\Omega_0}^{\Omega_F} d\omega \int_0^{k_{3F}} dk_3 F(\omega, k_3) + \int_{\Omega_F}^{\infty} d\omega \int_0^{\omega} dk_3 F(\omega, k_3) \right\}, \quad (1.47)$$

где $\Omega_F = \Omega_0 / \sqrt{1 - V_F^2}$ и $k_{3F} = \sqrt{\omega^2 - \Omega_0^2} / V_F$. Подынтегральная функ-

ция $F(\omega, k_3)$ в выражении (1.47) может быть представлена как

$$F(\omega, k_3) = \left| \frac{\partial k_1^2}{\partial \omega^2} \right| \frac{\delta(m_s - E_a - \omega)}{E_a} [1 + f_\gamma(\omega)] \left[|M_{\text{pl+f}}|^2 + |M_{\text{pl+f}}|_{k_3 \rightarrow -k_3}^2 \right]. \quad (1.48)$$

Вычисление квадрата матричного элемента особых проблем не вызывает, и в итоге получаем:

$$\begin{aligned} |M_{\text{pl+f}}|^2 + |M_{\text{pl+f}}|_{k_3 \rightarrow -k_3}^2 &= \frac{(G_F \Omega_0^2)^2}{8\alpha\pi} \sin^2(2\theta_s) \frac{q_{\parallel}^2}{(\omega^2 - V_F^2 k_3^2)^2} \times \\ &\times \left\{ 4m_s^2 [C_A^2 \omega^2 + C_V^2 k_3^2] + q_{\parallel}^2 [(C_V^2 - C_A^2)(m_s^2 - q^2) - 4C_A^2 m_s \omega] \right\}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Приведенное выражение для квадрата матричного элемента завершает точное аналитическое представление результатов для вероятности радиационного распада стерильного нейтрино.

1.3.2. Аппроксимация и предельные случаи

Для практического применения полезно иметь простую аппроксимирующую формулу, которая применима в определенных диапазонах значений параметров. Мы выбираем диапазон значений массы стерильного нейтрино таким же, как и раньше: $m_s = (2 - 20)$ кэВ, а магнитное поле пусть меняется в диапазоне $B = (1 - 100) B_e$, что обеспечивает условия сильно замагниченной плазмы. В частности, для $m_s = 10$ кэВ и $B = 10 B_e$ было получено приближенное выражение:

$$\begin{aligned} \frac{W_{\text{pl+f}}}{W_{\text{vac}}} &\approx \frac{\pi^2}{\alpha^2} \left[15.93 \frac{(1 - x_0)^{0.65}}{x_0^{18.09}} \exp\left(-11.79 \frac{1 - x_0}{x_0}\right) \right. \\ &\left. + 1168.96 (1 - x_0)^{1.46} x_0^{3.88} \exp\left(-0.089 \frac{x_0}{1 - x_0}\right) \right], \end{aligned} \quad (1.50)$$

где $x_0 = \Omega_0/m_s$. Первое слагаемое в квадратных скобках в основном определяет поведение при больших значениях x_0 , в то время как второе — при малых x_0 . Варьирование значений массы нейтрино m_s и напряженности B

в выбранной нами области значений параметров приводит к незначительным изменениям в аппроксимационной формуле. Кроме того, влияние стимулирующего статистического фактора фотона $[1 + f_\gamma(\omega)]$ на результат очень мало, как и для случая чистой плазмы.

В том же диапазоне параметров можно получить и другое приближенное представление для вероятности распада. Выражение (1.43) показывает, что скорость Ферми всегда мала. В пределе $V_F \ll 1$ подынтегральное выражение в формуле (1.48) можно представить в виде простой функции, которая интегрируется аналитически:

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{n-rel}} = W_{\text{vac}} \frac{32 \pi^2}{2835 \alpha^2} (C_V^2 + C_A^2) \times \quad (1.51)$$

$$\times [\theta(2x_0 - 1) F_1^{\text{n-rel}}(x_0) + \theta(1 - 2x_0) F_2^{\text{n-rel}}(x_0)] ,$$

где $\theta(x)$ — единичная ступенчатая функция (функция Хевисайда) [120] и функции $F_{1,2}^{\text{n-rel}}(x_0)$ определены как

$$F_1^{\text{n-rel}}(x_0) = \frac{2835 x_0^{4/x_0-1}}{32} \int_0^{1/x_0-1} dx (1-x^2) [1+x_0^2(1-x^2)] [1+3x^2-x_0^2(1-x^2)^2] =$$

$$= -\frac{11}{x_0} + 129x_0 - 210x_0^2 + 168x_0^3 - 84x_0^4 - 24x_0^6 + 32x_0^8, \quad (1.52)$$

$$F_2^{\text{n-rel}}(x_0) = \frac{2835 x_0^4}{32} \int_0^1 dx (1-x^2) [1+x_0^2(1-x^2)] [1+3x^2-x_0^2(1-x^2)^2] =$$

$$= 4x_0^4 (21 + 6x_0^2 - 8x_0^4). \quad (1.53)$$

Переменной интегрирования является $x = \omega/m_s$. Безразмерная плазменная частота $x_0 = \Omega_0/m_s$ находится в интервале $0 < x_0 < 1$ в силу кинематики распада. Зависимость вероятности $W_{\text{pl+f}}^{\text{n-rel}}$ от величины x_0 показана на рис. 1.4, причем выражения (1.50) и (1.51) численно совпадают.

На рис. 1.3 приведено сравнение относительной вероятности распада стерильного нейтрино для чистой плазмы (штриховые линии) и для

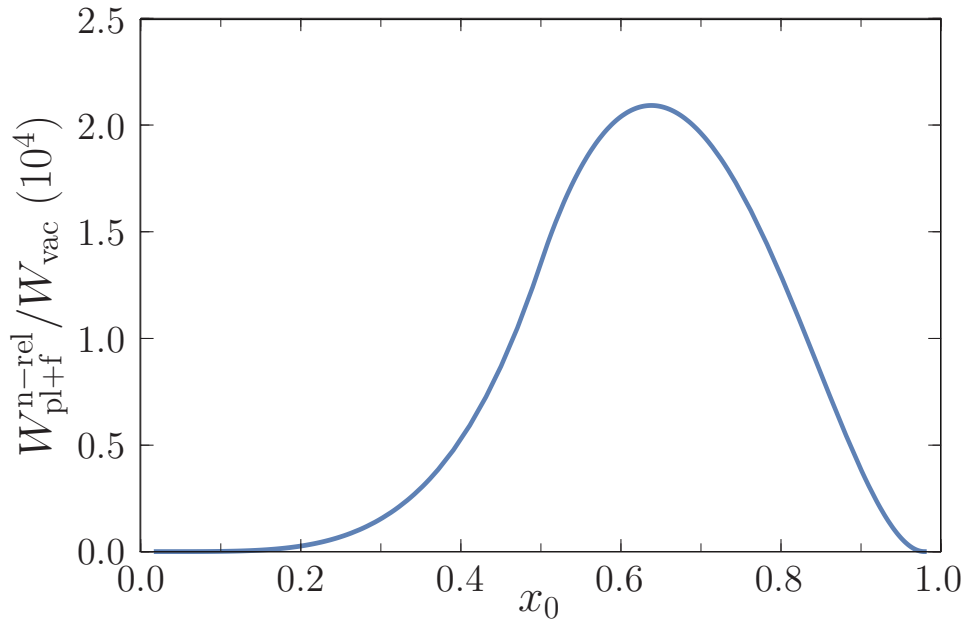


Рис. 1.4. Вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в нерелятивистской сильно замагниченной плазме как функция безразмерной плазменной частоты $x_0 = \Omega_0/m_s$.

сильно замагниченной плазмы (сплошные линии) как функции от концентрации электронов $n_{30} = n_e/(10^{30} \text{ см}^{-3})$. Для выбранного значения напряженности магнитного поля $B = B_e$ (швингеровского значения) вероятность распада сильно подавлена, но, конечно, она существенно превосходит вероятность распада в вакууме. Максимум вероятности распада смещается в сторону большего значения концентрации электронов, отражая различную зависимость плазменной частоты от n_e . Видно, что влияние плазмы играет роль лишь в относительно узком диапазоне по параметрам плазмы (концентрации электронов). Это связано с тем, что имеет место два взаимно противоположных влияния на вероятность распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$. С одной стороны, возрастание концентрации электронов n_e приводит к росту амплитуды процесса как в плазме, так и в сильно замагниченной плазме. А с другой стороны, одновременно с ростом концентрации электронов растет плазменная частота, которая может достигнуть значения равного или больше массы стерильного нейтрино m_s ,

при котором радиационный распад стерильного нейтрино будет запрещен кинематически.

При $C_V = C_A = 1$ и $\Omega_0 \ll m_s$ ($x_0 \ll 1$) формула (1.51) позволяет легко воспроизвести результат работы [100]:

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{n-rel}} = \frac{256 \pi^2}{135 \alpha^2} x_0^4 W_{\text{vac}}. \quad (1.54)$$

Для случая релятивистской сильно замагниченной плазмы плазменная частота составляет $\Omega_0 \simeq 34.7$ кэВ $\sqrt{B/B_e}$ и для возникновения распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ стерильного нейтрино с массой $m_s < 20$ кэВ требуется выполнение условия $B < B_e/3 \simeq 1.5 \times 10^{13}$ Гс. Отметим, что при больших значениях напряженности B открывается возможность нейтринного распада фотона $\gamma \rightarrow \nu_a + \nu_s$. В релятивистском пределе

$$V_F \simeq \sqrt{1 - m_e^2/\mu_e^2} \rightarrow 1 \quad (1.55)$$

и формула (1.47) упрощается

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{rel}} = \frac{(G_F m_s^2)^2}{64 \pi^2 \alpha} m_s \sin^2(2\theta_s) (C_V^2 + C_A^2) \frac{x_0^4 (1 + x_0^2)}{1 - e^{-m_s(1+x_0^2)/(2T)}} \times \\ \times \left[F(x_0, V_F) + \theta \left(1 - x_0 \sqrt{\frac{1+V_F}{1-V_F}} \right) \tilde{F}(x_0, V_F) \right]. \quad (1.56)$$

Аналитические выражения для функций $F(x_0, V_F)$ и $\tilde{F}(x_0, V_F)$ приведены в приложении В. Этот результат еще больше упрощается в предельном случае очень маленькой плазменной частоты ($x_0 \ll m_e/\mu_e$):

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{rel}} \simeq \frac{(G_F \Omega_0^2)^2}{64 \pi^2 \alpha} m_s \sin^2(2\theta_s) (C_V^2 + C_A^2) \frac{\ln(2\mu_e/m_e) - 5/4}{1 - e^{-m_s/(2T)}}. \quad (1.57)$$

Простое выражение для вероятности также получается и в противоположном предельном случае $x_0 \gg m_e/\mu_e$:

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{rel}} \simeq \frac{(G_F m_s^2)^2}{64 \pi^2 \alpha} m_s \sin^2(2\theta_s) (C_V^2 + C_A^2) \frac{x_0^4}{1 - e^{-m_s(1+x_0^2)/(2T)}} \times \\ \times \left[(1 + x_0^2) \ln \frac{1}{x_0} - \frac{1}{8} (1 - x_0^2) (3 + x_0^2) \right]. \quad (1.58)$$

Заметим, что этот результат применим вблизи порога распада $\Omega_0 \sim m_s$, т. е. в пределе $x_0 \rightarrow 1$.

1.4. Заключение

В данной главе представлено исследование фотон-нейтринных процессов в плазме и сильном магнитном поле. Основное внимание было уделено процессу радиационного распада $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ стерильного нейтрино с массой в несколько десятков кэВ, представляющей интерес в астрофизике и космологии, в плотной сильно замагниченной и чистой (без магнитного поля) электронной плазме. Отметим, что в настоящее время стерильное нейтрино с массой $m_s = (2 - 20)$ кэВ рассматривается как возможный кандидат на роль темной материи Вселенной. Полученные результаты отличаются от ранее представленных в литературе тем, что впервые было последовательно учтено изменение закона дисперсии фотона, обусловленное наличием внешней активной среды — электронной плазмы. Кинематические условия возникновения распада, состоящие в том, что эффективная масса фотона должна быть меньше, чем масса стерильного нейтрино m_s , приводит к тому, что рассматриваемый радиационный распад возможен только в случае нерелятивистской плазмы. Реальные астрофизические объекты, в которых может возникнуть такая плазма, представляют интерес как источники стерильных нейтрино, в спектре испускания которых имеется узкая линия за счет радиационного распада.

Более подробно, в главе были представлены следующие новые результаты:

1. Формула для вероятности радиационного распада стерильного нейтрино в чистой плазме с учетом анизотропной дисперсии фотона.

2. Формула для вероятности распада стерильного нейтрино на активное и фотон в сильно замагниченной плазме с учетом анизотропной дисперсии фотона.
3. Аппроксимирующая формула для вероятности радиационного распада стерильного нейтрино в сильно замагниченной плазме, применимая в реальных астрофизических условиях.
4. Простые аналитические выражения для вероятности распада стерильного нейтрино в пределе релятивистской плазмы при двух возможных соотношениях между плазменной частотой и массой стерильного нейтрино.
5. Показано, что плазма оказывает сильное катализирующее воздействие на вероятность распада стерильного нейтрино, поскольку в этом случае фотон-нейтринное взаимодействие осуществляется через реальные электроны, образующие плазму, а не через виртуальные электронные состояния. В случае незамагниченной плазмы увеличение вероятности распада по сравнению с вакуумным значением может составлять пять порядков и существенно зависит от концентрации электронов в плазме. В сильно замагниченной плазме увеличение вероятности по сравнению с вакуумным значением на порядок меньше, чем в чистой плазме, но, тем не менее, катализирующий эффект плазмы остается существенным. Уменьшение вероятности распада в сильно замагниченной плазме можно объяснить тем, что электроны плазмы, участвующие во взаимодействиях как с фотоном, так и с нейтрино, преимущественно находятся на основном уровне Ландау, т. е. имеют только одну степень свободы вдоль вектора напряженности внешнего магнитного поля.

6. В случае сильно замагниченной плазмы аксильно-векторная составляющая нейтринного тока, пропорциональная C_A , дает такой же вклад в вероятность распада, как и векторная составляющая тока, пропорциональная C_V , в отличие от случая чистой плазмы, где доминирует векторная компонента. Это различие может быть особенно важно, если в конечном состоянии рождается не электронное нейтрино ν_e , а мюонное ν_μ или тауонное ν_τ нейтрино, поскольку для ν_μ и ν_τ константа векторного взаимодействия с электронами ($C_V = (1 - 4 \sin^2 \theta_W)/2 \simeq 0.04$) мала. Распад на мюонное или тауонное нейтрино требует отдельного анализа.

Глава 2

Электромагнитные свойства массивного нейтрино

2.1. Введение

Теоретическое и экспериментальное изучение свойств нейтрино и его взаимодействия с другими частицами является одним из наиболее активно развивающихся направлений в физике высоких энергий. Это дает нам достоверную информацию о физике в рамках Стандартной модели взаимодействий частиц, а также открывает доступ к изучению физики за ее пределами.

Возможность существования у нейтрино магнитного момента была впервые высказана Вольфгангом Паули в его знаменитом письме 1930 года, адресованном участникам физического семинара в Тюбингене (Германия) [121], в котором он высказал предположение о существовании нейтрино вообще и массивного, в частности, указав, что его масса может быть сравнима с массой электрона. Существование нейтрино подвергалось сомнению до тех пор, пока в 1956 году Ф. Райнесу и К. Коуэну удалось зарегистрировать реакторные электронные антинейтрино [122, 123]. Однако, это открытие не внесло никакой ясности относительно массы нейтрино, впрочем как и экспериментальные наблюдения двух других сортов нейтрино: мюонного [124] и тауонного [125].

Вопрос о количестве сортов нейтрино, наличии у них массы, а также о смешивании в лептонном секторе имеет давнюю историю [8–10]. Сейчас мы знаем, что имеется три сорта легких нейтрино, исходя из данных ускорителя LEP по невидимым распадам Z -бозонов ($N_\nu = 2.984 \pm 0.008$ [6]), и

по крайней мере два из трех имеют массу ($\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ эВ}^2$ и $\Delta m_{32}^2 = (2.49 \pm 0.06) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$ [6]), основываясь на экспериментах по наблюдению нейтринных осцилляций. Вопрос об абсолютной массе нейтрино пока остается открытым, но есть основания ожидать, что к концу этого десятилетия и на этот вопрос будет получен ответ из данных готовящегося эксперимента KATRIN [49]. Более того, из анализа нейтринных осцилляций удалось определить все углы, входящие в матрицу V_{PMNS} смешивания нейтрино (матрицу Понтекорво-Маки-Накагава-Саката) с точностью лучше 10%, (в стандартной параметризации значения следующие: $\sin^2 \theta_{12} = 0.304 \pm 0.014$, $\sin^2 \theta_{23} = 0.514_{-0.056}^{+0.055}$ и $\sin^2 \theta_{13} = 0.0219 \pm 0.0012$ [6]) однако фаза, благодаря которой реализуется CP -нарушение в лептонном секторе при условии, что нейтрино дираковские, остается весьма неопределенной ($\delta/\pi = 1.34_{-0.38}^{+0.64}$ для нормальной иерархии масс и $\delta/\pi = 1.48_{-0.32}^{+0.34}$ для обратной иерархии [126]). Остается открытым вопрос и о природе нейтрино, а именно, эти частицы дираковского или майорановского типа. Несмотря на все еще имеющиеся неоднозначности относительно природы и свойств нейтрино, ясно одно — Стандартная модель, исходно построенная в предположении о безмассовости нейтрино, должна быть минимальным образом расширена за счет включения в модель механизма генерации массы нейтрино.

Как в Стандартной модели, так в ее расширениях у нейтрино, исходно введенного как электронейтральная частица, могут появиться электромагнитные характеристики за счет вакуумных эффектов (на петлевом уровне в квантовой теории поля), например, аномальный магнитный момент. Это открывает возможность взаимодействия нейтрино с электромагнитным полем (фотоном) и заряженными частицами.

Очевидно, что теоретическое и экспериментальное изучение электромагнитных свойств нейтрино является мощным инструментом для

фундаментальных исследований за рамками Стандартной Модели. Более того, электромагнитные свойства нейтрино могут способствовать проявлению важных эффектов, особенно в астрофизической среде. Эти эффекты тем легче наблюдать, чем большие расстояния нейтрино проходит в вакууме или активной среде.

Среди электромагнитных характеристик нейтрино наиболее изученным и хорошо понятым теоретически является магнитный момент нейтрино. На данный момент имеются ограничения на магнитный момент из экспериментов с реакторными, ускорительными и солнечными нейтрино по низкоэнергетическому упругому рассеянию нейтрино или антинейтрино на электронах.

Самое строгое верхнее ограничение на магнитный момент нейтрино было получено в реакторном эксперименте Gemma, проводимом на Калининской атомной электростанции, по $(\bar{\nu}_e - e)$ рассеянию [127]:

$$\mu_{\bar{\nu}_e} < 0.29 \times 10^{-10} \mu_B,$$

где $\mu_B = e\hbar/2m_e c = 5.8 \times 10^{-9}$ МэВ/Гс — магнетон Бора [6]. Данное ограничение полностью перекрывает представленные ранее результаты проекта Gemma [128, 129]. В реакторном эксперименте, проведенном коллаборацией Техопо, с использованием германиевого детектора [130], ограничение на магнитный момент электронного антинейтрино составило:

$$\mu_{\bar{\nu}_e} < 0.74 \times 10^{-10} \mu_B,$$

при проведении измерений с помощью $CsI(Tl)$ сцинтиллирующей кристаллической решетки [131]:

$$\mu_{\bar{\nu}_e} < 2.2 \times 10^{-10} \mu_B.$$

В эксперименте Bogexino по детектированию сигнала от солнечных нейтрино, испущенных ${}^7\text{Be}$, был получен верхний предел на магнитный

момент нейтрино [132]:

$$\mu_\nu < 0.54 \times 10^{-10} \mu_B.$$

В работе [133] было получено верхнее значение для магнитного момента нейтрино, основываясь на данных о пульсациях белых карликов типа DBV (звезды с доминированием гелия в атмосфере и спектральным типом DB):

$$\mu_\nu \lesssim 10^{-11} \mu_B,$$

которое подтверждает более жесткое ограничение на магнитный момент нейтрино из функции светимости белых карликов [134]:

$$\mu_\nu \lesssim 5 \times 10^{-12} \mu_B,$$

а также астрофизическое ограничение на магнитный момент, полученное из данных по наблюдениям шарового скопления М5 [135, 136]:

$$\mu_\nu < 4.5 \times 10^{-12} \mu_B.$$

Астрофизическое ограничение на усредненный по ароматам магнитный момент нейтрино, полученное из усредненного по времени нейтринного сигнала от сверхновой SN1987A, составляет [137]:

$$\bar{\mu}_\nu < (1.1 - 2.7) \times 10^{-12} \mu_B,$$

что совпадает с ограничением, полученным из анализа светимости красных гигантов [68]:

$$\mu_\nu < 3 \times 10^{-12} \mu_B.$$

Все приведенные выше ограничения на магнитный момент нейтрино во много раз превосходят теоретическое значение, полученное в 1977 Бенджамином Ли и Робертом Шроком [81]:

$$\mu_\nu = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2} \simeq 3.20 \times 10^{-19} \left(\frac{m_\nu}{1 \text{ эВ}} \right) \mu_B,$$

где m_ν — масса нейтрино.

Электромагнитные характеристики нейтрино (электрический заряд, электрический и магнитный дипольные моменты) определяются через форм-факторы вершинной функции при нулевом переданном импульсе ($q^2 = 0$), представленной на рис. 2.1.

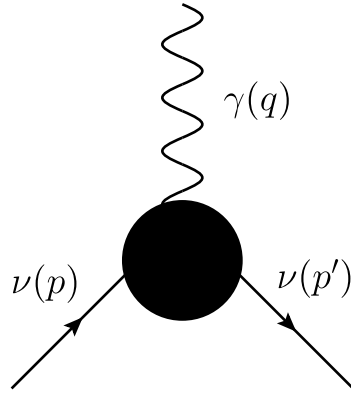


Рис. 2.1. Вершинная функция нейтрино.

Обычно в литературе обсуждается вершинная функция реального нейтрино, взаимодействующего с виртуальным фотоном [81, 138–140], а обратный случай, когда нейтрино является виртуальным, а фотон — реальным, не исследовался. Представляет интерес получить выражение для вершинной функции виртуального нейтрино, взаимодействующего с мягким реальным фотоном.

В работе [70] был разработан метод вычисления данной вершинной функции, исходя из результата для более простого объекта — собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$, полученного в слабом внешнем электромагнитном поле с точностью до линейных по полю членов, в предположении, что в Стандартной модели CP -нарушение в лептонном секторе отсутствует.

В предыдущих работах [81, 138, 139] вычисления проводились в предположении, что масса нейтрино много меньше массы соответствующего

заряженного лептона, $m_\nu \ll m_\ell$.

В данной главе представлены результаты вычислений массового оператора массивного нейтрино с произвольной массой, находящегося вне массовой поверхности, в модели электрослабого взаимодействия в постоянном электромагнитном поле в R_ξ -калибровке [70–72]. На основе полученной вершинной функции проведено исследование электромагнитных свойств реального нейтрино. Показано, что электрический заряд и электрический дипольный момент такого нейтрино равны нулю, и отлично от нуля только значение магнитного момента массивного нейтрино [70–72].

2.2. Собственно-энергетический оператор виртуального нейтрино

Данный раздел посвящен вычислению собственно-энергетического оператора $\Sigma(p)$ тяжелого нейтрино, находящегося вне массовой поверхности, в слабом внешнем электромагнитном поле с точностью до линейных по полю членов. Электромагнитное поле предполагается слабым на масштабе массы W -бозона, $B_W \simeq 1.1 \times 10^{24}$ Гс:

$$eB \ll m_W^2 \quad (B \ll B_W), \quad (2.1)$$

где B — напряженность магнитного поля. Магнитное поле считается постоянным и однородным на микроскопическом масштабе.

Массовый оператор $\Sigma(p)$ нейтрино определяется амплитудой диагонального перехода нейтрино в нейтрино, $\nu \rightarrow \nu$, изображенного на рис. 2.2. Поскольку нейтрино электронейтрально, то у него отсутствует векторное взаимодействие с фотоном на древесном уровне и наличие внешнего электромагнитного поля практически не меняет вакуумное ре-

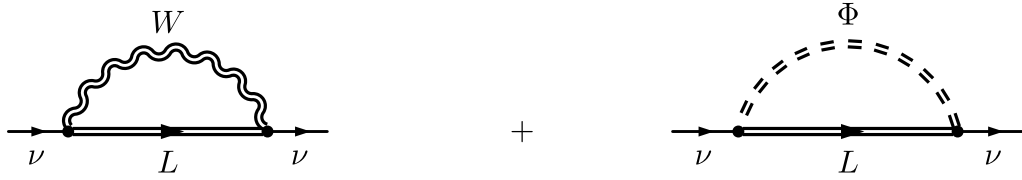


Рис. 2.2. Диаграммы Фейнмана, позволяющие вычислить вклад электромагнитного поля в амплитуду перехода $\nu \rightarrow \nu$.

шение уравнения Дирака для нейтрино. Как следствие, структура амплитуды процесса перехода $\nu \rightarrow \nu$, записанная во внешнем магнитном поле, имеет точно такой же вид как и в вакууме, поэтому за определение $\Sigma(p)$ примем стандартное выражение для собственно-энергетического оператора фермиона [60]:

$$M_{\nu \rightarrow \nu} = -\bar{u}(p) \Sigma(p) u(p), \quad (2.2)$$

где p^μ — четырехмерный импульс нейтрино и $u(p)$ — решение уравнения Дирака для нейтрино в импульсном представлении.

Вклад внешнего электромагнитного поля в процесс $\nu \rightarrow \nu$ обусловлен вкладами виртуальных заряженных частиц, а именно, W -бозона, заряженного лептона ℓ и голдстоуновского заряженного скалярного бозона Φ (вычисления проводятся в R_ξ -калибровке). Взаимодействие нейтрино с заряженным лептоном, векторным и скалярным бозонами в Стандартной модели задается следующим лагранжианом [3]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & \frac{g}{2\sqrt{2}} \{ [\bar{\psi}_\ell \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\nu] W_\alpha + [\bar{\psi}_\nu \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\ell] W_\alpha^* \} - \\ & - \frac{g}{\sqrt{2}m_W} [(\bar{\psi}_\nu K \psi_\ell) \Phi^* + (\bar{\psi}_\ell \bar{K} \psi_\nu) \Phi], \end{aligned} \quad (2.3)$$

где g — константа электрослабого взаимодействия, ψ_ν , ψ_ℓ , W_α и Φ — поля массивной нейтральной частицы (нейтрино), заряженного лептона, W -бозона и заряженного скалярного бозона соответственно, проекции

фермиона на левое и правое состояния определены в соответствие с [60]:

$$L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5), \quad R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad (2.4)$$

для вершин взаимодействия фермионов со скалярными бозонами приняты обозначения:

$$K = m_\ell R - m_\nu L, \quad \bar{K} = \gamma_0 K^\dagger \gamma_0, \quad (2.5)$$

и m_ν , m_ℓ и m_W — массы нейтрино, заряженного лептона и W -бозона соответственно.

Используя лагранжиан (2.3), для массового оператора нейтрино получаем

$$\begin{aligned} \Sigma(p) = & -\frac{ig^2}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} [\gamma_\alpha L G^\ell(Q) \gamma_\beta L] G_{\beta\alpha}^W(k) - \\ & -\frac{ig^2}{2m_W^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} [K G^\ell(Q) \bar{K}] G^\Phi(k), \quad (2.6) \end{aligned}$$

где k^μ — четырехмерные импульсы скалярного и векторного бозонов, $Q^\mu = p^\mu + k^\mu$ — четырехмерный импульс заряженного лептона, $G^\Phi(k)$ — пропагатор заряженного скалярного бозона, $G_{\beta\alpha}^W(k)$ — пропагатор W -бозона и $G^\ell(Q)$ — пропагатор заряженного лептона, которые в линейном по внешнему полю полю приближении в произвольной R_ξ -калибровке имеют вид [141]:

$$G^\Phi(k) = \frac{i}{k^2 - \xi m_W^2} + \mathcal{O}(F^2), \quad (2.7)$$

$$G^\ell(Q) = i \frac{(Q\gamma) + m_\ell}{Q^2 - m_\ell^2} - \frac{2ie(Q\tilde{F}\gamma)\gamma_5 - em_\ell(\gamma F\gamma)}{2(Q^2 - m_\ell^2)^2} + \mathcal{O}(F^2), \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} G_{\beta\alpha}^W(k) = & -\frac{ig_{\alpha\beta}}{k^2 - m_W^2} + \frac{i}{m_W^2} \left[\frac{1}{k^2 - m_W^2} - \frac{1}{k^2 - \xi m_W^2} \right] k_\beta k_\alpha - \\ & - \frac{2eF_{\beta\alpha}}{(k^2 - m_W^2)^2} - \frac{eF_{\beta\alpha}}{2m_W^2} \left[\frac{1}{k^2 - m_W^2} - \frac{1}{k^2 - \xi m_W^2} \right] - \\ & - \frac{e}{m_W^2} \left[\frac{1}{(k^2 - m_W^2)^2} - \frac{1}{(k^2 - \xi m_W^2)^2} \right] \times \\ & \times [(Fk)_\beta k_\alpha - k_\beta (Fk)_\alpha] + \mathcal{O}(F^2). \quad (2.9) \end{aligned}$$

Здесь $F_{\mu\nu}$ и $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} F^{\rho\sigma}/2$ — тензор и дуальный тензор внешнего электромагнитного поля. Члены вида $\mathcal{O}(F^2)$ соответствуют слагаемым, содержащим напряженность электромагнитного поля во второй и более высоких степенях. Выражения для пропагаторов в частном случае, например в калибровке Фейнмана, получаются из выражений (2.7)–(2.9) при $\xi = 1$ и совпадают с приведенными в [142].

Оператор $\Sigma(p)$ можно представить в форме, удобной для анализа в окрестности массовой поверхности нейтрино:

$$\begin{aligned} \Sigma(p) = & \Sigma_0(p) + \frac{i}{4} (\hat{p} - m_\nu) (\gamma F \gamma) \{ f_1(p^2) + f_2(p^2) \gamma_5 \} + \\ & + \frac{i m_\nu}{4} (\gamma F \gamma) f_3(p^2) + \frac{i}{4} (\gamma F \gamma) \{ f_1(p^2) - f_2(p^2) \gamma_5 \} (\hat{p} - m_\nu). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Функции $f_1(p^2)$, $f_2(p^2)$ и $f_3(p^2)$, называемые форм-факторами собственно-энергетического оператора нейтрино, зависят от калибровочного параметра ξ и могут быть представлены в виде однократных интегралов [70]:

$$\begin{aligned} f_1(p^2) = & \frac{e G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{(1-x) [2(2-x)m_W^2 - x^3 p^2]}{[\Delta_1]} + \right. \\ & \left. + \frac{x(1-x)(x^2 p^2 - m_\ell^2 - m_\nu^2)}{[\Delta_\xi]} + (1-3x^2) \ln \frac{[\Delta_\xi]}{[\Delta_1]} \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} f_2(p^2) = & \frac{e G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{(1-x) [2(2-x)m_W^2 - x^3 p^2]}{[\Delta_1]} + \right. \\ & \left. + \frac{x(1-x)(x^2 p^2 - m_\ell^2 + m_\nu^2)}{[\Delta_\xi]} + (1-3x^2) \ln \frac{[\Delta_\xi]}{[\Delta_1]} \right], \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} f_3(p^2) = & \frac{e G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \left[1 + \int_0^1 dx \frac{m_\ell^2 x^2 + m_W^2 (1-x)(3-2x)}{[\Delta_1]} + \right. \\ & \left. + (p^2 - m_\nu^2) \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{[\Delta_\xi]} \right], \end{aligned} \quad (2.13)$$

где введены следующие обозначения:

$$[\Delta_\xi] = m_\ell^2 x + \xi m_W^2 (1 - x) - p^2 x (1 - x), \quad [\Delta_1] = [\Delta_\xi] \Big|_{\xi=1}. \quad (2.14)$$

Видно, что форм-факторы, а значит, и массовый оператор $\Sigma(p)$, зависят от калибровочного параметра ξ . Следует отметить, что полученные величины, в общем случае, не являются физически наблюдаемыми объектами и, как следствие, не обязаны быть калибровочно инвариантными величинами.

2.3. Вершинная функция виртуального нейтрино

Выражение (2.10) для массового оператора $\Sigma(p)$ можно представить в виде разложения по полю $F_{\alpha\beta}$:

$$\Sigma(p) = \Sigma_0(p) + \frac{\partial \Sigma(p)}{\partial F_{\alpha\beta}} F_{\alpha\beta}. \quad (2.15)$$

Данное разложение схематично представлено на рис. 2.3.

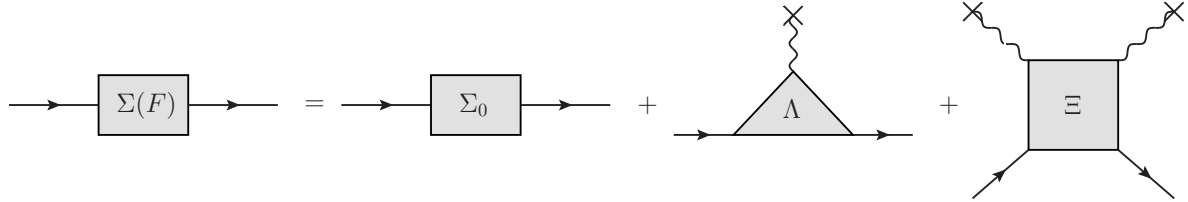


Рис. 2.3. Разложение собственно-энергетического оператора $\Sigma(p)$.

При рассмотрении медленно изменяющегося внешнего поля в формуле (2.10) для собственно-энергетического оператора можно произвести замену

$$F_{\alpha\beta} \Rightarrow -i (q_\alpha \varepsilon_\beta - q_\beta \varepsilon_\alpha), \quad (2.16)$$

где ε_α — вектор поляризации фотона, который считается мягким $q \rightarrow 0$. При такой замене в (2.10) возникает свертка $\gamma_\alpha \gamma_\beta (q^\alpha \varepsilon^\beta - q^\beta \varepsilon^\alpha)$. Используя антикоммутиационные соотношения для γ -матриц Дирака, ее можно

преобразовать к виду

$$\gamma_\alpha \gamma_\beta (q^\alpha \varepsilon^\beta - q^\beta \varepsilon^\alpha) = -2\sigma_{\beta\alpha} q^\alpha \varepsilon^\beta = -2(\sigma q)_\beta \varepsilon^\beta, \quad (2.17)$$

где $\sigma_{\alpha\beta} = [\gamma_\alpha, \gamma_\beta] / 2$.

В разложении собственно-энергетического оператора по магнитному полю $F_{\alpha\beta}$ слагаемое, линейное по вектору поляризации ε^β , определяет вершинную функцию Λ_β :

$$\Sigma(p) = \Sigma_0(p) + \Lambda_\beta \varepsilon^\beta + \dots \quad (2.18)$$

Вершинная функция с двумя виртуальными нейтрино в пределе малого переданного импульса q_α может быть представлена в виде:

$$\Lambda_\beta = -\frac{m_\nu}{2} f_3(p^2) (\sigma q)_\beta - \frac{1}{2} (\hat{p} - m_\nu) (\sigma q)_\beta [f_1(p^2) + f_2(p^2) \gamma_5] - \frac{1}{2} (\sigma q)_\beta [f_1(p^2) - f_2(p^2) \gamma_5] (\hat{p} - m_\nu). \quad (2.19)$$

где $f_1(p^2)$, $f_2(p^2)$ и $f_3(p^2)$ определены в (2.11)–(2.13).

Данное выражение для вершинной функции виртуального нейтрино является основным результатом. Здесь удержаны линейные по переданному импульсу q_α члены и пренебрегается более высокими порядками, а также не накладывается каких-либо ограничений на квадрат импульса нейтрино.

2.4. Электромагнитные свойства массивного нейтрино

На массовой поверхности ($p^2 = m_\nu^2$) волновая функция массивного нейтрино удовлетворяет уравнению [60]:

$$[\hat{p} - m_\nu] u(p) = 0. \quad (2.20)$$

Полученная вершинная функция (2.19) сводится к выражению

$$\Lambda_\beta = 0 \times \gamma_\beta + 0 \times i(\sigma q)_\beta \gamma_5 - \frac{1}{2} m_\nu f_3(m_\nu^2) (\sigma q)_\beta + \mathcal{O}(q^2), \quad (2.21)$$

где $f_3(m_\nu^2)$ — значение функции в точке $p^2 = m_\nu^2$. Важно отметить, что значение форм-фактора $f_3(m_\nu^2)$ не зависит от калибровочного параметра ξ .

Сравним вершинную функцию (2.21) для случая реального нейтрино с общим выражением для вершинной функции в пределе малого переданного импульса:

$$\Lambda_\mu = F_Q(0) \gamma_\mu - F_M(0) (\sigma q)_\mu + i F_E(0) (\sigma q)_\mu \gamma_5 + \mathcal{O}(q^2), \quad (2.22)$$

где $F_Q(q^2)$ — электрический форм-фактор нейтрино, а $F_M(q^2)$ и $F_E(q^2)$ — магнитный и электрический дипольные форм-факторы нейтрино. Видно, что у реального нейтрино электрический заряд $Q_\nu = F_Q(0)$ и электрический дипольный момент $d_\nu = F_E(0)$ равны нулю, а отлично от нуля только значение магнитного момента массивного нейтрино:

$$\mu_\nu = \frac{1}{2} m_\nu f_3(p^2) \Big|_{p^2 \rightarrow m_\nu^2} \equiv \frac{e G_F m_\nu}{8 \sqrt{2} \pi^2} J(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2), \quad (2.23)$$

где динамическая функция $J(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2)$ имеет следующее интегральное представление:

$$J(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2) = \left[1 + \int_0^1 dx \frac{m_\ell^2 x^2 + m_W^2 (1-x)(3-2x)}{m_\ell^2 x + m_W^2 (1-x) - m_\nu^2 x(1-x)} \right]. \quad (2.24)$$

Эта функция в широком диапазоне значений масс частиц численно мало отличается от единицы и может быть вычислена аналитически в некоторых предельных случаях.

Если масса нейтрино лежит в интервале $|m_W - m_\ell| < m_\nu < m_\ell + m_W$,

то функция (2.24) принимает вид:

$$\begin{aligned}
J &= \frac{2m_W^2 + m_\ell^2 + m_\nu^2}{m_\nu^2} + \\
&+ \frac{1}{2m_\nu^4} [m_\nu^2 (3m_W^2 - m_\ell^2) + m_\ell^4 + m_\ell^2 m_W^2 - 2m_W^4] \ln \left[\frac{m_W^2}{m_\ell^2} \right] + \\
&+ \frac{1}{m_\nu^4} [m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) - (2m_W^2 + m_\ell^2) I_1^2] \times \\
&\times \frac{1}{I_1} \left\{ \operatorname{arctg} \left[\frac{m_\nu^2 + m_W^2 - m_\ell^2}{I_1} \right] + \operatorname{arctg} \left[\frac{m_\nu^2 - m_W^2 + m_\ell^2}{I_1} \right] \right\}, \quad (2.25)
\end{aligned}$$

где $I_1 \equiv I_1(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2) = \sqrt{[m_\nu^2 - (m_W - m_\ell)^2][(m_\ell + m_W)^2 - m_\nu^2]}$ — кинематическая функция [143].

Выражение для функции $J(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2)$ при условии, что масса нейтрино $m_\nu < |m_W - m_\ell|$, может быть легко получено как аналитическое продолжение (2.25), используя соотношение [144, 145]:

$$\operatorname{arctg}(ix) = -\frac{i}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}, \quad \text{при } x < 1,$$

и имеет вид

$$\begin{aligned}
J &= \frac{2m_W^2 + m_\ell^2 + m_\nu^2}{m_\nu^2} + \\
&+ \frac{1}{2m_\nu^4} (m_\nu^2 (3m_W^2 - m_\ell^2) + m_\ell^4 + m_\ell^2 m_W^2 - 2m_W^4) \ln \left[\frac{m_W^2}{m_\ell^2} \right] - \\
&- \frac{1}{m_\nu^4} [m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_\ell^2) I_2^2] \times \\
&\times \frac{1}{2I_2} \ln \left[\frac{(m_W^2 - m_\ell^2)^2 - (m_\nu^2 - I_2)^2}{(m_W^2 - m_\ell^2)^2 - (m_\nu^2 + I_2)^2} \right], \quad (2.26)
\end{aligned}$$

где $I_2 = \sqrt{[(m_W - m_\ell)^2 - m_\nu^2][(m_\ell + m_W)^2 - m_\nu^2]}$.

В пределе, когда масса нейтрино является самым малым параметром задачи, $m_\nu \ll m_\ell, m_W$, из (2.26) для магнитного момента нейтрино получаем:

$$\mu_\nu = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{2 - 5v^2 + v^4}{2(1 - v^2)^2} - \frac{2v^4 \ln v}{(1 - v^2)^3} \right], \quad (2.27)$$

где $v = m_\ell/m_W$. Результат (2.27) в точности воспроизводит результат работы [139].

При условии $v \ll 1$ на массы частиц из (2.27) имеем:

$$\mu_\nu^{(0)} = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2}, \quad (2.28)$$

что также совпадает с уже известным в литературе результатом [81].

В случае, когда масса нейтрино больше суммы масс W -бозона и заряженного лептона, $m_\nu > m_W + m_\ell$, магнитный момент нейтрино становится комплексным и функция J определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} J = & \frac{2m_W^2 + m_\ell^2 + m_\nu^2}{m_\nu^2} + \\ & + \frac{1}{2m_\nu^4} [m_\nu^2 (3m_W^2 - m_\ell^2) + m_\ell^4 + m_\ell^2 m_W^2 - 2m_W^4] \ln \left[\frac{m_W^2}{m_\ell^2} \right] - \\ & - \frac{1}{m_\nu^4} [m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_\ell^2) I_3^2] \times \\ & \times \frac{1}{2I_3} \ln \left[\frac{(m_\nu^2 + I_3)^2 - (m_\ell^2 - m_W^2)^2}{(m_\nu^2 - I_3)^2 - (m_\ell^2 - m_W^2)^2} \right] - \\ & - \frac{i\pi}{m_\nu^4 I_3} [m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_\ell^2) I_3^2], \end{aligned}$$

где $I_3 = \sqrt{[m_\nu^2 - (m_\ell - m_W)^2][m_\nu^2 - (m_\ell + m_W)^2]}$.

Заметим, что случай $m_\nu > m_W + m_\ell$ соответствует области «нестабильного» нейтрино, распадающегося по каналу $\nu \rightarrow \ell^- W^+$. Ширина данного распада в вакууме легко вычисляется в рамках Стандартной модели:

$$\Gamma^{(0)} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{I_3}{m_\nu^3} \left[(m_\nu^2 - m_\ell^2)^2 + m_W^2 (m_\nu^2 + m_\ell^2 - 2m_W^2) \right]. \quad (2.29)$$

Мнимая часть магнитного момента нейтрино (2.23)

$$\text{Im } \mu_\nu = -\frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_\ell^2) I_3^2}{m_\nu^3 I_3} \quad (2.30)$$

определяет полевую поправку

$$\Delta\Gamma^F = 2(\boldsymbol{\xi}\mathbf{B}) \operatorname{Im} \mu_\nu, \quad (2.31)$$

где вектор $\boldsymbol{\xi}$ — удвоенный средний спин покоящегося нейтрино, к ширине распада $\nu \rightarrow \ell^- W^+$:

$$\Gamma = \Gamma^{(0)} + \Delta\Gamma^F. \quad (2.32)$$

Если масса нейтрино m_ν близка к пороговому значению, $m_\nu - (m_W + m_\ell) \ll m_\nu$, то имеет место пороговое усиление:

$$\Gamma \simeq \Gamma^{(0)} \left[1 - (\boldsymbol{\xi}\mathbf{b}_w) \frac{4+v}{12v(1+v)} \frac{1}{z-1} \right], \quad (2.33)$$

где $z = m_\nu/(m_W + m_\ell)$, $\mathbf{b}_w = e\mathbf{B}/m_W^2 = \mathbf{B}/B_W$, $B_W \simeq 1.1 \times 10^{24}$ Гс — критическое поле W -бозона, и вакуумное выражение для ширины распада можно записать как

$$\Gamma^{(0)} \simeq \frac{3G_F m_W^3}{2\pi} \frac{v^{3/2}}{1+v} \sqrt{z-1}. \quad (2.34)$$

При $z \rightarrow 1$ полевая поправка к ширине распада обладает корневой особенностью, однако, статус вычислений таков, что данное выражение имеет смысл до тех пор, пока эта поправка остается относительно малой. Подобное пороговое усиление наблюдается, например, при рассмотрении распада $\gamma \rightarrow e^+e^-$ в магнитном поле [83, 142].

2.5. Оператор собственной энергии реального нейтрино

Вычислим собственно-энергетический оператор для случая реального нейтрино в R_ξ -калибровке. Оператор $\Sigma(p)$ в линейном приближении по внешнему электромагнитному полю в предположении сохранения

CP -четности в лептонном секторе можно представить в виде [83, 114]:

$$\Sigma(p) - \Sigma_0(p) = C_L (p\tilde{F}\gamma) L + C_R (p\tilde{F}\gamma) R + im_\nu K_2 (\gamma F \gamma), \quad (2.35)$$

где $\Sigma_0(p)$ — не зависящая от внешнего поля часть массового оператора и C_L , C_R , и K_2 — численные коэффициенты, которые удобно выразить через однократные интегралы. После несложных, но достаточно громоздких вычислений получаем:

$$C_L = \frac{eg^2}{32\pi^2 m_W^2} \int_0^1 dx (1-x) \left[\frac{2(2-x)m_W^2}{[\Delta_1]} - \frac{xm_\ell^2}{[\Delta_\xi]} - (1-x) \ln \frac{[\Delta_\xi]}{[\Delta_1]} \right], \quad (2.36)$$

$$C_R = \frac{eg^2 m_\nu^2}{32\pi^2 m_W^2} \int_0^1 dx x (1-x) \left[\frac{x^2}{[\Delta_1]} + \frac{1-x^2}{[\Delta_\xi]} \right], \quad (2.37)$$

$$K_2 = \frac{eg^2}{64\pi^2 m_W^2} \int_0^1 dx \left[\frac{xm_\ell^2}{[\Delta_\xi]} + (1-x-x^2) \ln \frac{[\Delta_\xi]}{[\Delta_1]} \right], \quad (2.38)$$

где использованы обозначения $[\Delta_\xi]$ и $[\Delta_1]$ из (2.14), в которых положили $p^2 = m_\nu^2$. Как видно из (2.36)–(2.38) коэффициенты C_L , C_R , и K_2 , а значит и массовый оператор $\Sigma(p)$, зависят от калибровочного параметра ξ . Как было отмечено ранее, эта зависимость объясняется тем, что по отдельности каждый из коэффициентов C_L , C_R , и K_2 , как и массовый оператор, не являются физически наблюдаемыми объектами и, как следствие, не обязаны быть калибровочно инвариантными величинами.

Физически наблюдаемой величиной является сдвиг энергии нейтрино ΔE , обусловленный наличием магнитного поля, который можно вычислить, воспользовавшись массовым оператором нейтрино и матрицей плотности массивного нейтрино:

$$\Delta E = \frac{1}{4E} \text{Sp} \{ (\hat{p} + m_\nu) (1 + \hat{s} \gamma_5) \Sigma(p) \}, \quad (2.39)$$

где введен четырехмерный вектор поляризации массивного нейтрино [60]:

$$s^\mu = \left(\frac{(\mathbf{p}\boldsymbol{\xi})}{m_\nu}, \boldsymbol{\xi} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\boldsymbol{\xi})}{m_\nu(E + m_\nu)} \right), \quad (2.40)$$

в котором $\boldsymbol{\xi}$ — вектор удвоенного среднего спина покоящегося нейтрино.

С учетом параметризации (2.35) имеем

$$\Delta E = -\frac{m_\nu}{2} [C_L - C_R + 4K_2] \left[(\mathbf{B}_t \boldsymbol{\xi}) + \frac{m_\nu}{E} (\mathbf{B}_l \boldsymbol{\xi}) \right]. \quad (2.41)$$

Здесь \mathbf{B}_l и \mathbf{B}_t — продольная и поперечная относительно направления движения нейтрино составляющие вектора напряженности магнитного поля соответственно, $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\nu^2}$ — энергия нейтрино в вакууме.

Сдвиг энергии нейтрино (2.41) можно получить и на основе эффективного лагранжиана взаимодействия нейтрального фермиона ψ_ν , обладающего магнитным моментом μ_ν , с внешним электромагнитным полем (см. например [146–148]):

$$\Delta \mathcal{L}_{\text{int}}^{(\mu)} = -\frac{i\mu_\nu}{2} (\bar{\psi}_\nu \sigma_{\alpha\beta} \psi_\nu) F^{\alpha\beta}, \quad (2.42)$$

где $\sigma_{\alpha\beta} = (\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha) / 2$. Исходя из лагранжиана (2.42), получим выражении для плотности энергии:

$$\Delta T^{00} = -\Delta \mathcal{L}_{\text{int}}^{(\mu)}, \quad (2.43)$$

что, в свою очередь, дает возможность определить дополнительную энергию взаимодействия нейтрального фермиона, обладающего магнитным моментом, с внешним электромагнитным полем:

$$\Delta E^{(\mu)} = - \int dV \langle \nu(p) | \Delta \mathcal{L}_{\text{int}}^{(\mu)} | \nu(p) \rangle = \frac{i\mu_\nu}{4E} \text{Sp} [\rho(p) \sigma_{\alpha\beta}] F^{\alpha\beta}. \quad (2.44)$$

Подставляя матрицу плотности [60]:

$$\rho(p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_\nu) (1 + \hat{s}\gamma_5), \quad (2.45)$$

где поляризации нейтрино s^μ определен в (2.40) и вычисляя шпур, получаем дополнительную энергию электронейтральной частицы, находящейся в магнитном поле:

$$\Delta E^{(\mu)} = -\mu_\nu \left[(\mathbf{B}_t \boldsymbol{\xi}) + \frac{m}{E} (\mathbf{B}_l \boldsymbol{\xi}) \right]. \quad (2.46)$$

Отметим, что выражение (2.46) может быть получено независимым способом из анализа уравнения эволюции спина [60] в магнитном поле.

Сравнивая результат (2.41) с (2.46), получаем, что магнитный момент нейтрино определяется коэффициентами C_L , C_R и K_2 :

$$\mu_\nu = \frac{m_\nu}{2} (C_L - C_R + 4K_2). \quad (2.47)$$

После подстановки результатов (2.36)–(2.38) в выражение (2.47) получаем, что магнитный момент нейтрино определяется выражением

$$\mu_\nu = \frac{e G_F m_\nu}{8 \sqrt{2} \pi^2} \left[1 + \int_0^1 dx \frac{m_\ell^2 x^2 + m_W^2 (1-x)(3-2x)}{m_\ell^2 x + m_W^2 (1-x) - m_\nu^2 x(1-x)} \right], \quad (2.48)$$

которое в точности совпадает с результатом (2.23) после подстановки функции $J(m_\nu^2, m_\ell^2, m_W^2)$, определенной в (2.24). Отметим, что в выражении для магнитного момента нейтрино зависимость от параметра калибровки ξ пропала. Подробный анализ магнитного момента (2.48) при различных соотношениях масс нейтрино, заряженного лептона и W -бозона представлен в разделе 2.4.

2.6. Заключение

В данной главе получено выражение для вершинной функции виртуального нейтрино, взаимодействующего с мягкими фотонами, на основе вычисления собственно-энергетического оператора массивного нейтри-

но в слабом внешнем электромагнитном поле в рамках Стандартной модели взаимодействия частиц. Предполагается, что CP-нарушение в лептонном секторе отсутствует. Вычисления проводились в произвольной R_ξ -калибровке с учетом вклада заряженного скаляра.

Проанализированы электромагнитные характеристики нейтрино, находящегося на массовой поверхности, как предельные значения форм-факторов вычисленной вершинной функции. Получено выражение для вакуумного магнитного момента нейтрино при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона, которое является калибровочно инвариантным. В зависимости от соотношения между массами частиц вычислены аналитические выражения для магнитного момента нейтрино. При $m_\nu < |m_W - m_\ell|$, т. е. в пределе, когда масса нейтрино является наименьшим параметром задачи, значение магнитного момента μ_ν в точности воспроизводит результат работы [139]. Наложив дополнительное условие $m_\ell^2 \ll m_W^2$ на массы частиц, воспроизводится хорошо известное в литературе значение магнитного момента [81].

При $m_\nu > m_W + m_\ell$, т. е. в случае тяжелого нейтрино, его магнитный момент становится комплексным и мнимая часть определяет полевую поправку к ширине распада нейтрино, определяемую процессом $\nu \rightarrow \ell^- W^+$. Этот дополнительный вклад доминирует вблизи порога реакции, однако в этой кинематической области используемые методы вычислений не применимы.

Глава 3

Собственно-энергетический оператор массивного нейтрино во внешнем магнитном поле

3.1. Введение

На протяжении почти целого столетия исследование свойств нейтрино привлекает внимание мирового научного сообщества. Быстрое развитие и совершенствование проводимых физических экспериментов позволяет регистрировать нейтрино как естественного происхождения [149–151]: атмосферные, солнечные, космические и геонейтрино, так и производимые в ядерных реакторах и экспериментах по ускорению частиц [152]. В дополнение к хорошо известному результату, полученному на LEP из анализа «невидимых» распадов Z -бозонов, что количество ароматов легких нейтрино $N_\nu = 2.984 \pm 0.008$ [7], т. е. не превосходит трех, данные по нейтринным осцилляциям указывают на наличие ненулевой массы по крайней мере у двух сортов нейтрино, а также существование смешивания в лептонном секторе Стандартной модели. Из анализа всех известных экспериментальных данных по нейтрино следует [6]: $\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ эВ}^2$ и $\Delta m_{32}^2 = (2.49 \pm 0.06) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$ ($\Delta m_{32}^2 = (2.42 \pm 0.06) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$) для разностей квадратов масс и $\sin^2 \theta_{12} = 0.304_{-0.013}^{+0.014}$, $\sin^2 \theta_{23} = 0.514_{-0.056}^{+0.055}$ ($\sin^2 \theta_{23} = 0.511 \pm 0.055$) и $\sin^2 \theta_{13} = 0.0219 \pm 0.0012$ для элементов матрицы смешивания V_{PMNS} Понтекорво-Маки-Накагава-Саката [8–10] в случае нормальной (обратной) иерархии масс. Для трех сортов нейтрино дираковского типа с ненулевыми массами матрица сме-

шивания V_{PMNS} , вообще говоря, комплексна и характеризуется одной фазой δ [6], что приводит к появлению CP -неинвариантных процессов в лептонном секторе Стандартной модели [2]. В настоящее время прямые экспериментальные указания на нарушение CP -симметрии в лептонном секторе отсутствуют, однако из анализа имеющихся данных следует, что комплексная фаза близка к $3\pi/2$ [126]: $\delta/\pi = 1.34_{-0.38}^{+0.64}$ ($\delta/\pi = 1.48_{-0.32}^{+0.34}$) для нормальной (обратной) иерархии масс, и CP -нарушение должно быть относительно большим. Планируются также эксперименты по прямому измерению абсолютной массы нейтрино, например эксперимент KATRIN [49], однако первых результатов следует ожидать не ранее 2020 года. Тем не менее, из данных по реликтовому излучению, а также излучению от сверхновых и галактических кластеров были получены ограничения на сумму масс нейтрино $\sum_j m_j \lesssim (0.3 - 1.3)$ эВ на 95% уровне достоверности [153]. Все эти измерения и ограничения указывают на то, что массы всех трех легких нейтрино намного меньше массы m_ℓ любого заряженного лептона $\ell = e, \mu, \tau$ или массы m_q кварка, где $q = u, d, s, c, b, t$ [6].

Особую роль нейтрино играют в астрофизике. Как было отмечено еще в 1941 году Г. Гамовым и М. Шенбергом [154], остывание молодых нейтронных звезд в течении примерно первых ста тысяч лет происходит исключительно за счет излучения нейтрино из центральной части. Другим источником нейтринного излучения (более мощным, но имеющим существенно меньшую длительность) является взрыв сверхновой с коллапсом центральной части. Было показано [155], что взрыв сверхновой невозможно объяснить без учета эффектов вращения вещества и наличия в нем магнитного поля. Такая модель взрыва получила название магниторотационной. В данной модели сильное магнитное поле с напряженностью $B \sim 10^{16}$ Гс образуется в оболочке сверхновой за счет маг-

ниторотационной неустойчивости, при этом естественно предположить, что и в остатке сверхновой также генерируется сильное магнитное поле с несколько меньшей напряженностью. Открытие таких объектов как источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (Soft Gamma-ray Repeaters — SGR) и аномальные рентгеновские пульсары (Anomalous X-ray Pulsars — AXP), у которых предполагается наличие сильного магнитного поля, делает магниторотационную модель весьма привлекательной для их описания. В 1992 году Р. Дунканом и К. Томпсоном [79] была предложена другая модель для объяснения наблюдаемых характеристик этих объектов — модель одиночной нейтронной звезды, названной магнитаром. В настоящее время эта модель является наиболее успешной и популярной. Согласно этой модели, на твердой поверхности магнитара имеется область, заполненная электрон-позитронной плазмой, которую можно, с хорошей точностью, описать как магнитный диполь с напряженностью $B \sim 10^{15}$ Гс [79, 80]. Отметим, что доля магнитаров в общей популяции одиночных нейтронных звезд может достигать десяти процентов (в настоящее время открыто 23 таких объекта [78]). Во всех указанных здесь астрофизических объектах происходит взаимодействие нейтрино с плотной электрон-позитронной плазмой и нуклонной составляющей вещества в присутствии сильного магнитного поля. Учет поля может оказать существенное влияние на процессы, определяющие эволюцию астрофизических объектов, например, распространение нейтрино в оболочке сверхновой [156].

Не следует игнорировать процессы с участием нейтрино в космологии. Интегральные характеристики нейтринных реакций могут существенно измениться под воздействием материи во Вселенной на ранних этапах ее развития [15]. В частности, в некоторых моделях ранней Вселенной на стадии электрослабого фазового перехода гипермагнитные по-

ля могут достигать значений $B \sim 10^{22} - 10^{24}$ Гс [157], существенно превосходящих напряженности, наблюдаемые в сверхновых и магнитарах. Эти примеры показывают, что в астрофизических и космологических приложениях важно учитывать влияние плотной среды и/или интенсивного электромагнитного поля на процессы с участием нейтрино.

Если бозонный сектор Стандартной модели фиксирован группой симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, то никаких теоретических ограничений на число повторяющихся фермионных поколений n пока не имеется, поэтому Стандартная модель с расширенным фермионным сектором ($n \geq 4$) рассматривается как один из простейших вариантов проявления новой физики. До обнаружения хиггсовского бозона Стандартной модели [158, 159] с массой $m_H = 125.09 \pm 0.24$ ГэВ [6] из детального анализа имевшихся прецизионных электрослабых измерений [160] были получены указания на предпочтительность существования только одного дополнительного поколения фермионов, поэтому все внимание было сосредоточено на обсуждении предсказаний Стандартной модели с четырьмя поколениями (SM4). Данная модель была успешно применена [161] для теоретического объяснения барионного числа Вселенной (см. также [162]) и большого значения разности CP -асимметрий в адронных распадах D -мезонов — $D \rightarrow \pi^+ \pi^-$ и $D \rightarrow K^+ K^-$ [163–165].

Изучение бозонных мод распадов хиггсовского бозона Стандартной модели на протон-протонном ускорителе ЛHC оказалось весьма продуктивным по отношению к четвертому поколению фермионов. Многие петлевые процессы, являющиеся приоритетными для измерения на ЛHC, весьма чувствительны к количеству фундаментальных фермионов, например, фотонный $H \rightarrow \gamma\gamma$ и глюонный $H \rightarrow gg$ распады хиггсовского бозона [2]. Если первоначальный анализ данных ЛHC допускал существование четвертого поколения [166–168], несмотря на то, что SM4 уже на

той статистике имела более плохое согласие с данными, чем Стандартная модель с тремя поколениями, то хорошее согласие с экспериментом вероятности радиационного распада хиггсовского бозона $H \rightarrow \gamma\gamma$, вычисленное в Стандартной модели с тремя поколениями, (интенсивность сигнала $\mu_{\gamma\gamma} = 1.17^{+0.19}_{-0.17}$ [6]) является сильным аргументом в пользу отсутствия последовательного четвертого поколения фермионов.

Отсутствие четвертого последовательного поколения фундаментальных фермионов всего лишь означает, что нам известен полный набор фермионов, напрямую взаимодействующих в калибровочными бозонами Стандартной модели. Однако, не исключено, что новые фермионы, будучи стерильными по отношению к сильным и электрослабым взаимодействиям, будут проявлять себя, например, посредством смешивания с известными фермионами. Более того, согласно некоторым (достаточно популярным) моделям, частицами, ответственными за малость массы нейтрино, являются тяжелые нейтральные майорановские фермионы (так называемый механизм качелей [46]). Поиски тяжелых нейтральных фермионов являются неотъемлемой частью экспериментальной программы по поиску «новой физики» на ЛНС (см., например, [169–171]). Поскольку наличие тяжелого нейтрино не запрещено экспериментально и имеется большой произвол в выборе его массы, представляется естественным детально изучить свойства этой частицы в рамках того или иного расширения Стандартной модели, в частности, характеристики, индуцированные внешним электромагнитным полем.

Влияние внешней среды на свойства нейтрино, такие как дисперсия или аномальный магнитный момент, можно учесть, вычислив собственно-энергетический (массовый) оператор нейтрино $\Sigma(p)$ во внешнем электромагнитном поле и/или плазме. Более того, мнимая часть дополнительной энергии ΔE массивного нейтрино в магнитном поле связана с

полевой поправкой к вероятности распада нейтрино на W -бозон и заряженный лептон, $\nu \rightarrow \ell^- W^+$, и в подпороговой области значений массы нейтрино ($m_\nu < m_\ell + m_W$) фактически определяет время жизни этой частицы.

В работах [119, 141, 172–177] было проведено исследование собственно-энергетического оператора стандартного (легкого) нейтрино $\Sigma(p)$ в электромагнитном поле, причем [119, 141, 173] был рассмотрен случай слабого ($eB \ll m_e^2$) магнитного поля, а работе [119] также и умеренно сильного ($m_e^2 \ll eB \ll m_W^2$) поля при малых поперечных к направлению магнитного поля импульсах ($p_\perp \ll m_W$). Был также проведен анализ массового оператора $\Sigma(p)$ для обратного случая больших поперечных импульсов нейтрино ($p_\perp \gtrsim m_W$) в слабом [173, 174, 178] и умеренно сильном [141, 177] полях. В этой главе приводится общее выражение для $\Sigma(p)$, опубликованное в [73], которое содержит все процитированные выше результаты, как предельные.

В настоящей работе вычисляется собственно-энергетический оператор массивного нейтрино в магнитном поле с напряженностью B , вплоть до критического значения магнитного поля, $B_W = m_W^2/e \simeq 1.09 \times 10^{24}$ Гс, определяемого массой W -бозона. В магнитных полях, превышающих данное критическое значение, возникает проблема с устойчивостью вакуума Стандартной модели [179] и полученные результаты не применимы. Инвариантные коэффициенты при ковариантных дираковских структурах вычисляются при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. Исходя из выражения для массового оператора нейтрино, получены дополнительная энергия, приобретаемая нейтрино во внешнем магнитном поле, и магнитный момент нейтрино. Наличие мнимой части у дополнительной энергии нейтрино можно интерпретировать как вероятность распада массивного нейтрино

$\nu \rightarrow \ell^- W^+$. Полученные в работе результаты сравниваются с известными предельными выражениями для слабого магнитного, а также скрещенного электромагнитных полей.

3.2. Собственно-энергетический оператор

массивного нейтрино в магнитном поле

Массовый оператор $\Sigma(p)$ нейтрино определяется амплитудой $M_{\nu \rightarrow \nu}$ диагонального перехода нейтрино $\nu \rightarrow \nu$, изображенного на рис. 3.1,

$$M_{\nu \rightarrow \nu} = -\bar{u}(p) \Sigma(p) u(p), \quad (3.1)$$

где p^μ — 4-импульс нейтрино, $u(p)$ — решение уравнения Дирака для массивного нейтрино в импульсном представлении.

Вклад внешнего электромагнитного поля в процесс $\nu \rightarrow \nu$ обусловлен участием виртуальных заряженных частиц, а именно, W -бозона, заряженного лептона ℓ и голдстоуновского заряженного скалярного бозона Φ (вычисления производятся в фейнмановской калибровке).



Рис. 3.1. Диаграммы Фейнмана, изображающие процесс перехода $\nu \rightarrow \nu$ в однопетлевом приближении. Двойные линии соответствуют пропагаторам, в которых эффекты внешнего электромагнитного поля учтены точно.

Взаимодействие нейтрино с заряженными лептонами и бозонами в Стандартной модели задается следующим лагранжианом [3]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & \frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ [\bar{\psi}_\ell \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\nu] W_\alpha + [\bar{\psi}_\nu \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\ell] W_\alpha^* \right\} - \\ & - \frac{g}{\sqrt{2} m_W} \left[(\bar{\psi}_\nu K \psi_\ell) \Phi^* + (\bar{\psi}_\ell \bar{K} \psi_\nu) \Phi \right], \end{aligned} \quad (3.2)$$

где g — константа электрослабого взаимодействия, ψ_ν , ψ_ℓ , W_α и Φ — поля массивной нейтральной частицы (нейтрино), заряженного лептона, W -бозона и заряженного скалярного бозона соответственно,

$$K = m_\ell R - m_\nu L, \quad \bar{K} = \gamma_0 K^\dagger \gamma_0, \quad (3.3)$$

$R = (1 - \gamma_5)/2$ и $L = (1 + \gamma_5)/2$ — правый и левый проекционные операторы фермионов [60], m_ν , m_ℓ и m_W — массы нейтрино, заряженного лептона и W -бозона соответственно. Используя лагранжиан (3.2), получаем следующее общее выражение для массового оператора нейтрино:

$$\Sigma(p) = -\frac{ig^2}{2} \left[\gamma^\alpha L J_{\alpha\beta}^W(p) \gamma^\beta L + \frac{1}{m_W^2} K J^\Phi(p) \bar{K} \right], \quad (3.4)$$

где введены тензорный и скалярный интегралы

$$J_{\alpha\beta}^W(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(p+q) G_{\beta\alpha}^W(q), \quad (3.5)$$

$$J^\Phi(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(p+q) D^\Phi(q). \quad (3.6)$$

Входящие в эти интегралы функции $S(q)$, $G_{\beta\alpha}^W(q)$ и $D^\Phi(q)$ — Фурье-образы трансляционно инвариантных частей пропагаторов заряженного лептона L , W -бозона и скалярного заряженного бозона Φ . Прежде, чем привести детали вычислений интегралов, опишем кратко структуру пространства Минковского, содержащего внешнее постоянное и однородное магнитное поле (более подробное описание можно найти в [89, 180] и Приложении A).

Внешнее постоянное и однородное магнитное поле разбивает четырехмерное пространство Минковского на два подпространства: двумерное евклидово подпространство, ортогональное вектору напряженности магнитного поля \mathbf{B} , и двумерное псевдоевклидово подпространство. Тензорами, определяющими эти подпространства, будут выступать безраз-

мерные тензор электромагнитного поля и дуальный к нему тензор:

$$\varphi_{\alpha\beta} = \frac{F_{\alpha\beta}}{B}, \quad \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} \varphi^{\rho\sigma}, \quad (3.7)$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}$ — полностью антисимметричный тензор Леви-Чивита пространства Минковского, у которого $\varepsilon^{0123} \equiv 1$ [60], и их бинарные свертки. Удобно ввести специальные обозначения для каждого из подпространств: \perp — для перпендикулярного евклидова подпространства и \parallel — для параллельного псевдоевклидова. При таком соглашении произвольный 4-вектор a_μ можно разбить на две ортогональные составляющие:

$$a^\mu = a^\mu_{\parallel} + a^\mu_{\perp}. \quad (3.8)$$

Тогда скалярное произведение произвольных 4-векторов a_μ и b_μ :

$$(ab) = (ab)_{\parallel} - (ab)_{\perp} \quad (3.9)$$

выражается через скалярные произведения в каждом из подпространств по отдельности:

$$(ab)_{\parallel} = (a\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}b), \quad (ab)_{\perp} = (a\varphi\varphi b). \quad (3.10)$$

Отметим, что скалярные произведения 4-мерных векторов в продольном и поперечном подпространствах являются инвариантами относительно преобразований Лоренца вдоль поля.

Запишем пропагаторы заряженного лептона L , W -бозона и скалярного заряженного бозона Φ в формализме собственного времени Фока-Швингера для случая внешнего постоянного и однородного магнитного поля [141, 181]:

$$S(q) = \int_0^\infty ds_1 e^{-i\Omega_\ell(s_1)} \left\{ [(q\gamma)_{\parallel} + m_\ell] \left[1 - \frac{1}{2} (\gamma\varphi\gamma) \operatorname{tg}(\beta s_1) \right] - \frac{(q\gamma)_{\perp}}{\cos^2(\beta s_1)} \right\}, \quad (3.11)$$

$$G_{\beta\alpha}^W(q) = \int_0^{\infty} \frac{ds_2}{\cos(\beta s_2)} e^{-i\Omega_W(s_2)} [(\varphi\varphi)_{\beta\alpha} \cos(2\beta s_2) + \varphi_{\beta\alpha} \sin(2\beta s_2) - (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\beta\alpha}] , \quad (3.12)$$

$$D^\Phi(q) = \int_0^{\infty} \frac{ds_2}{\cos(\beta s_2)} e^{-i\Omega_W(s_2)} . \quad (3.13)$$

Пропагаторы W - и Φ -бозонов приведены в калибровке Фейнмана (калибровочный параметр $\xi = 1$), $\beta = eB$, e — элементарный заряд, и для показателей фазовых множителей введено обозначение ($j = \ell, W$):

$$\Omega_j(s) = s \left[m_j^2 - q_{\parallel}^2 \right] + \frac{\text{tg}(\beta s)}{\beta} q_{\perp}^2 , \quad (3.14)$$

В пропагаторах (3.11)–(3.13) интегрирование по собственному времени s_1 и s_2 задано вдоль положительной полуоси, однако квадрат массы в фазе (3.14) следует понимать как комплексную величину с малой мнимой частью, $m_j^2 - i\varepsilon$, поэтому реальное интегрирование по s_1 и s_2 осуществляется по контуру C , изображенному на рис. 3.2.

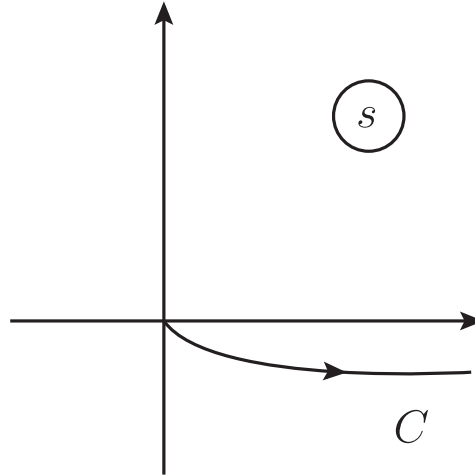


Рис. 3.2. Контур интегрирования C в комплексной плоскости собственного времени.

Интегралы по d^4q в (3.5) и (3.6) с учетом (3.11)–(3.13) сводятся к обобщенным гауссовым интегралам [142]:

$$G_{\parallel} = \int d^2q_{\parallel} e^{i(q_{\parallel} A q_{\parallel} + b q_{\parallel})} = -i\pi (\det A)^{-1/2} e^{-i(bA^{-1}b)/4} , \quad (3.15)$$

$$G_{\parallel\mu} = \int d^2 q_{\parallel} q_{\parallel\mu} e^{i(q_{\parallel} A' q_{\parallel} + b q_{\parallel})} = -i \frac{\partial}{\partial b^{\mu}} G_{\parallel}, \quad (3.16)$$

$$G_{\perp} = \int d^2 q_{\perp} e^{-i(q_{\perp} A' q_{\perp} + b' q_{\perp})} = -i\pi(\det A')^{-1/2} e^{i(b' A'^{-1} b')/4}, \quad (3.17)$$

$$G_{\perp\mu} = \int d^2 q_{\perp} q_{\perp\mu} e^{-i(q_{\perp} A' q_{\perp} + b' q_{\perp})} = i \frac{\partial}{\partial b'^{\mu}} G_{\perp}. \quad (3.18)$$

После интегрирования получаем выражение для собственно-энергетического оператора в присутствии магнитного поля [142]:

$$\begin{aligned} \Sigma(p) &= \left[\mathcal{A}_L(p\gamma) + \mathcal{B}_L e^2 (p\tilde{F}\tilde{F}\gamma) + \mathcal{C}_L e (p\tilde{F}\gamma) \right] L + \\ &+ \left[\mathcal{A}_R(p\gamma) + \mathcal{B}_R e^2 (p\tilde{F}\tilde{F}\gamma) + \mathcal{C}_R e (p\tilde{F}\gamma) \right] R + \\ &+ m_{\nu} [\mathcal{K}_1 + i\mathcal{K}_2 e (\gamma F \gamma)]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Коэффициенты в выражении для массового оператора могут быть записаны в виде двукратных интегралов по безразмерным параметрам:

$$x = m_W^2 (s_1 + s_2), \quad u = \frac{s_2}{s_1 + s_2}, \quad ds_1 ds_2 = \frac{x dx du}{m_W^4}, \quad (3.20)$$

следующим образом:

$$\mathcal{A}_L = \frac{G_F b}{4\sqrt{2}\pi^2} m_W^2 (2 + \lambda) \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sin(bx)} \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} E(x, u), \quad (3.21)$$

$$\mathcal{A}_R = \frac{G_F b m_{\nu}^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sin(bx)} \frac{1}{\cos[bx(1-u)]} E(x, u), \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_L &= -\frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \frac{1}{b} \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sin(bx)} \left[\lambda \left(u \cos[bx(1-u)] - \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(u \cos[bx(1+u)] - \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) \right] E(x, u), \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\mathcal{B}_R = -\frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_{\nu}^2}{m_W^4} \frac{1}{b} \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sin(bx)} \left(u \cos[bx(1-u)] - \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) E(x, u), \quad (3.24)$$

$$\mathcal{C}_L = \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} u (2 \sin [bx(1+u)] - \lambda \sin [bx(1-u)]) E(x, u), \quad (3.25)$$

$$\mathcal{C}_R = \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_\nu^2}{m_W^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} u \sin [bx(1-u)] E(x, u), \quad (3.26)$$

$$\mathcal{K}_1 = \frac{G_F b}{4\sqrt{2}\pi^2} m_W^2 \lambda \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \cos [bx(1-u)] E(x, u), \quad (3.27)$$

$$\mathcal{K}_2 = \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{\lambda}{2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \sin [bx(1-u)] E(x, u), \quad (3.28)$$

где $\lambda = m_\ell^2/m_W^2$, $b = B/B_W$ — величина магнитного поля, отнесенная к критическому полю W -бозона $B_W = m_W^2/e \simeq 1.09 \times 10^{24}$ Гс. Для фазового множителя в данных формулах введено следующее обозначение:

$$E(x, u) = \exp \left\{ -ix \left(u + \lambda(1-u) - \hat{p}_\parallel^2 u(1-u) + \right. \right. \quad (3.29) \\ \left. \left. + \hat{p}_\perp^2 \frac{\sin [bx(1-u)] \sin(bxu)}{bx \sin(bx)} \right) \right\}.$$

Здесь $\hat{p}_\parallel^2 = p_\parallel^2/m_W^2$ и $\hat{p}_\perp^2 = p_\perp^2/m_W^2$ — квадраты продольной и поперечной составляющих четырехмерного импульса нейтрино, обезразмеренные квадратом массы W -бозона.

Отметим, что коэффициенты \mathcal{A}_R , \mathcal{B}_R , \mathcal{C}_R и $\mathcal{K}_{1,2}$ в выражении для массового оператора (3.19) возникают из фейнмановской диаграммы, индуцированной заряженным скалярным Φ -бозоном (см. рис. 3.1), в то время, как коэффициенты \mathcal{A}_L , \mathcal{B}_L и \mathcal{C}_L содержат вклады от обеих рассматриваемых диаграмм. Кроме того, коэффициенты \mathcal{A}_R , \mathcal{A}_L и \mathcal{K}_1 в (3.19) содержат ультрафиолетовые расходимости, которые устраняются вакуумной перенормировкой волновой функции и массы нейтрино [142].

Обратим также внимание на то, что выражения (3.21)–(3.28) и, соответственно, выражение для массового оператора (3.19), справедливы при произвольном соотношении между массами заряженного лептона, W -бозона и нейтрино, а также для произвольной напряженности магнитного поля. Кроме того, при вычислении собственно-энергетического оператора не использовалось условие, что нейтрино находится на массовой поверхности. Таким образом, полученное выражение для собственно-энергетического оператора справедливо не только для реального, но и виртуального нейтрино.

Используя собственно-энергетический оператор (3.19), можно найти дополнительную энергию ΔE , приобретаемую нейтрино во внешнем магнитном поле [142]:

$$\Delta E = \frac{1}{2E} \text{Sp} [\Sigma(p) \rho(p)], \quad (3.30)$$

где $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\nu^2}$ — энергия нейтрино в вакууме. Для матрицы плотности $\rho(p)$ массивного нейтрино, имеющего определенную поляризацию, было выбрано стандартное выражение [60, 182]:

$$\rho(p) = u(p)\bar{u}(p) = \frac{1}{2} (\hat{p} + m_\nu) (1 + \hat{s}\gamma_5), \quad (3.31)$$

где s^μ — четырехмерный вектор поляризации нейтрино:

$$s^\mu = \left(\frac{(\mathbf{p}\boldsymbol{\xi})}{m_\nu}, \boldsymbol{\xi} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p}\boldsymbol{\xi})}{m_\nu(E + m_\nu)} \right), \quad (3.32)$$

где $\boldsymbol{\xi}$ — вектор удвоенного среднего спина массивного нейтрино, находящегося в покое.

Подставив массовый оператор (3.19) в выражение для ΔE (3.30) и вычислив шпуры, получим:

$$\begin{aligned} \Delta E = \frac{1}{2E} \left[m_\nu^2 (\bar{\mathcal{A}}_L + \bar{\mathcal{A}}_R + 2\bar{\mathcal{K}}_1) + e^2 (p\tilde{F}\tilde{F}p) (\mathcal{B}_L + \mathcal{B}_R) \right] + \quad (3.33) \\ + \frac{m_\nu}{2E} e^2 (\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L) (s\tilde{F}\tilde{F}p) - \frac{m_\nu}{2E} eB (\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2) (p\tilde{F}s). \end{aligned}$$

Отметим, что в коэффициентах $\bar{\mathcal{A}}_{L,R} = \mathcal{A}_{L,R}(B) - \mathcal{A}_{L,R}(0)$ и $\bar{\mathcal{K}}_1 = \mathcal{K}_1(B) - \mathcal{K}_1(0)$ представлен чисто полевой вклад, а произведение $E\Delta E$ является инвариантом относительно преобразования Лоренца вдоль поля.

Используя вектор поляризации нейтрино (3.32) и выбирая систему отсчета, в которой отсутствует электрическая составляющая электромагнитного поля, а нейтрино совершает движение со скоростью $\mathbf{V} = \mathbf{p}/E$, энергию ΔE можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2E} \left[m_\nu^2 (\bar{\mathcal{A}}_L + \bar{\mathcal{A}}_R + 2\bar{\mathcal{K}}_1) + e^2 B^2 p_\parallel^2 (\mathcal{B}_L + \mathcal{B}_R) \right] + \\ &+ \frac{p_\parallel^2}{2E} e^2 B^2 (\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L) (\mathbf{V}\boldsymbol{\xi}) - \\ &- \frac{em_\nu}{2} [\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L)(\mathbf{B}\mathbf{V})] \left[(\mathbf{V}_t\boldsymbol{\xi}) + \frac{m_\nu}{E} (\mathbf{V}_l\boldsymbol{\xi}) \right]. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Здесь $\mathbf{V}_{l,t}$ — продольная и поперечная по отношению к скорости нейтрино \mathbf{V} компоненты вектора магнитного поля \mathbf{B} . Таким образом, для дополнительной энергии нейтрино получилось три типа слагаемых: первое слагаемое не зависит от спина нейтрино, второе — пропорционально спиральности нейтрино, и третье описывает корреляцию спина нейтрино с внешним магнитным полем.

Общее выражение для массового оператора нейтрино (3.19) с коэффициентами (3.21)–(3.28), а также дополнительная энергия нейтрино ΔE (3.34) являются основными результатами данной главы. Напомним, что полученные результаты справедливы при произвольном соотношении между массами частиц, а также во внешнем магнитном поле произвольной напряженности, величина которого ограничена только значением критического поля W -бозона, $B_W = m_W^2/e \simeq 1.09 \times 10^{24}$ Гс. Далее будет представлен анализ полученных выражений в наиболее интересных для физических приложений случаях.

3.3. Магнитный момент нейтрино

Для интерпретации отдельных слагаемых в ΔE (3.30) найдем изменение энергии нейтрино в магнитном поле за счет наличия у него магнитного момента μ_ν . Этот вопрос подробно обсуждался в разделе 2.5 и, для полноты изложения данной главы, воспроизведем соответствующее выражение для дополнительной энергии:

$$\Delta E^{(\mu)} = -\mu_\nu \left[(\mathbf{B}_t \boldsymbol{\xi}) + \frac{m}{E} (\mathbf{B}_l \boldsymbol{\xi}) \right]. \quad (3.35)$$

Сравнивая последнее слагаемое в (3.34), содержащее корреляцию спина нейтрино с магнитным полем, с полученным выражением для энергии магнитного момента в магнитном поле (3.35), можно сделать вывод, что нейтрино во внешнем магнитном поле ведет себя как нейтральная частица с магнитным моментом [73]:

$$\mu_\nu(B) = \frac{m_\nu}{2} [\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L)(\mathbf{B}\mathbf{V})]. \quad (3.36)$$

Выражение для магнитного момента (3.36) можно записать в лоренц-инвариантном виде, если использовать четырехмерный вектор скорости среды u^μ . Имеется специальная система отсчета, где среда «покоится», $u^\mu = (1, \mathbf{0})$. В данной системе отсчета, во-первых, электромагнитное поле сводится к чисто магнитному полю, и во-вторых, нейтрино совершает движение с заданной скоростью $\mathbf{V} = \mathbf{p}/E$. С учетом выше сказанного выражение (3.36) может быть записано в инвариантном виде:

$$\mu_\nu(B) = \frac{m_\nu}{2} \left[\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L) \frac{(u\tilde{F}p)}{(up)} \right]. \quad (3.37)$$

Поскольку магнитное поле представляет собой анизотропную среду, то индуцированный полем магнитный момент зависит не только от величины поля, но и от вектора скорости нейтрино. Этим результат (3.37)

отличается от представленного в работе [173], где вклад, пропорциональный \mathcal{B}_R и \mathcal{B}_L , отсутствует.

После того, как наша работа [73] была опубликована, наш результат подвергся критике [183, 184]. Суть критических замечаний состоит в том, что полученное нами выражение (3.36) содержит скалярное и псевдоскалярное слагаемые, причем второе содержит скалярное произведение $(\mathbf{B}\mathbf{V})$. Наличие второго слагаемого приводит к тому, что вектор магнитного момента в этом случае содержит одновременно векторную и аксиально-векторную составляющие. Однако, согласно определению, вектор магнитного момента должен быть аксиальным вектором и чисто векторная добавка нарушает CP -инвариантность электромагнитных взаимодействий. Следует выразить искреннюю благодарность авторам работ [183, 184] за данное замечание и разъяснение допущенной неточности.

Полученные нами результаты, несмотря на указанную выше неточность, позволяют определить индуцированный магнитный момент нейтрино в пределе скрещенного поля. Стоит отметить, что в пределе скрещенного поля зависимость от скорости среды u^μ в магнитном моменте нейтрино исчезает, поскольку для скрещенного поля нет выделенной системы отсчета — скрещенное поле является таковым во всех системах отсчета [185].

Приближение скрещенного поля соответствует формальному пределу, когда напряженность магнитного поля стремится к нулю ($B \rightarrow 0$), а величина поперечного по отношению к магнитному полю импульса нейтрино p_\perp стремится к бесконечности так, что произведение $eB p_\perp$ остается конечным. В этом случае чисто полевые инварианты $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = 0$ и $F_{\alpha\beta}\tilde{F}^{\alpha\beta} = 0$ и остается отличным от нуля единственный инвариант: $(pFFp) = p^\mu F_{\mu\nu}F^{\nu\rho}p_\rho \neq 0$. Следует отметить, что рассматриваемый предел обладает достаточной общностью. Действительно, если при дви-

жении релятивистской частицы в относительно слабом магнитном поле динамический инвариант $\xi \sim e\sqrt{(pFFp)}$ достаточно велик ($eBp_{\perp} \gg (eB)^{3/2}$), то в системе покоя этой частицы электромагнитное поле близко к скрещенному $\mathcal{E} \perp \mathbf{B}$ и $|\mathcal{E}| \simeq |\mathbf{B}|$ [142].

Осуществив предельный переход от магнитного поля к скрещенному в выражениях (3.21)–(3.28) и (3.37), получим магнитный момент нейтрино в виде:

$$\mu_{\nu}(B) = \frac{em_{\nu}G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \frac{\lambda(1-u)(2-u) - \nu u(1-u) + 2u(1+u)}{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)} \rho f(\rho), \quad (3.38)$$

где оказалось удобным воспользоваться квадратами относительных масс электрона $\lambda = m_{\ell}^2/m_W^2$ и нейтрино $\nu = m_{\nu}^2/m_W^2$, а также ввести функцию Харди-Стокса [186]:

$$f(\rho) = i \int_0^{\infty} dx \exp \left[-i \left(\rho x + \frac{x^3}{3} \right) \right] \quad (3.39)$$

с аргументом

$$\rho = \frac{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)}{[u(1-u)\chi]^{2/3}}, \quad (3.40)$$

зависящим от динамического параметра

$$\chi^2 = \frac{e^2(pFFp)}{m_W^6}. \quad (3.41)$$

В пределе малого динамического параметра, $\chi \ll 1$, магнитный момент нейтрино может быть представлен в таком виде, что явно выделяется вакуумный магнитный момент нейтрино, независимый от напряженности магнитного поля, $\mu_{\nu}(0)$, и индуцируемый скрещенным полем магнитный момент нейтрино, где вся полевая зависимость определяется

динамическим параметром χ :

$$\mu_\nu(B) = \mu_\nu(0) + \frac{em_\nu G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \chi^2 \times \int_0^1 du u^2 (1-u^2) \frac{\lambda(1-u)(2-u) - \nu u(1-u) + 2u(1+u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^4}. \quad (3.42)$$

Аналитическое выражение для $\mu_\nu(0)$ приведено в (2.48) и его анализ в зависимости от соотношений между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона можно найти в разделе 2.5 предыдущей главы, а также в работах [70, 140, 187].

В случае стандартного нейтрино, $m_\nu \ll m_\ell, m_W$, и при учете малости массы заряженного лептона ($\lambda = m_\ell^2/m_W^2 \ll 1$) выражение для магнитного момента нейтрино в вакууме (2.48) можно записать в виде разложения в ряд по параметру λ :

$$\mu_\nu(0) \simeq \mu_\nu^{(0)} \left[1 - \frac{\lambda}{2} + \dots \right], \quad \mu_\nu^{(0)} = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2}, \quad (3.43)$$

причем нулевой член разложения воспроизводит классический результат [81, 188].

Если считать, что $m_\nu^2 \ll m_\ell^2 \ll m_W^2$, а $\chi^2 \ll \lambda^2$, то выражение для магнитного момента нейтрино в пределе скрещенного поля (3.42) может быть представлено в относительно простом виде:

$$\mu_\nu(B) \simeq \mu_\nu^{(0)} \left[1 - \frac{1}{2}\lambda + \frac{4}{3}\chi^2 \left(\ln \frac{1}{\lambda} - \frac{8}{3} \right) \right], \quad (3.44)$$

что воспроизводит результат работы [174].

В случае относительно слабого на масштабе массы W -бозона магнитного поля, $B \ll B_W$, (при этом напряженность поля может быть много больше величины критического поля электрона $B_e = 4.41 \times 10^{13}$ Гс) и малого на этом же масштабе значения поперечного импульса нейтри-

но p_{\perp} ($p_{\perp}^2/m_W^2 \ll 1$) коэффициенты (3.23)-(3.26) и (3.28) можно разложить в ряд по параметру $b = B/B_W$:

$$\mathcal{C}_L = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \left[2u(1+u) - \lambda u(1-u) + \frac{1}{3} \tau^2 b^2 u^2 \left[(1+u)(2+u) + \frac{\lambda}{2} (1-u)(2-u) \right] + \dots \right], \quad (3.45)$$

$$\mathcal{C}_R = \frac{G_F \nu}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \left[u(1-u) - \frac{1}{6} \tau^2 b^2 u^2 (1-u)(2-u) + \dots \right], \quad (3.46)$$

$$\mathcal{K}_2 = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \left[(1-u) - \frac{1}{3} \tau^2 b^2 u (1-u)(2-u) + \dots \right], \quad (3.47)$$

$$\mathcal{B}_L = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \times \left[-\frac{1}{3} \tau u [2(1+u)(2+u) + \lambda(1-u)(2-u)] + \dots \right], \quad (3.48)$$

$$\mathcal{B}_R = \frac{G_F \nu}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^{\infty} d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \left[-\frac{1}{3} \tau u (1-u)(2-u) + \dots \right], \quad (3.49)$$

где $e(\tau, u) = \exp\{-\tau[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]\}$ и в интегралах перешли к мнимому времени $x \rightarrow -i\tau$. Многоточие в выражениях (3.45)-(3.49) соответствуют высшим степеням разложения по напряженности магнитного поля.

Подставляя выражения (3.45)-(3.49) в определение магнитного момента (3.36), сохраняя члены в нулевом по напряженности магнитного поля приближении и снимая интегрирование по τ , воспроизводим вакуумное значение магнитного момента нейтрино $\mu_{\nu}(0)$ (2.48).

В предположении, что $p_{\parallel}^2/m_{\ell}^2 \ll 1$ и масса нейтрино — самый малый параметр задачи, выражение для магнитного момента нейтрино при стремлении напряженности магнитного поля B к критическому полю W -бозона имеет вид:

$$\mu_{\nu}(B) \simeq \frac{2\mu_{\nu}^{(0)}}{3\lambda} \left(\ln \frac{B_{\ell}}{B - B_W} - 1 \right), \quad (3.50)$$

где $B_{\ell} = m_{\ell}^2/e$ — критическое значение поля для заряженного лептона. Магнитный момент нейтрино в пределе $B \rightarrow B_W$ логарифмически расходится, как это было отмечено в работе [173]. Однако, такие сильные магнитные поля приводят к перестройке вакуума Стандартной модели [179] и приведенное выражение при этом перестает работать.

Заметим, что наличие магнитного момента у нейтрино ведет к интересному физическому явлению — осцилляциям спиральности нейтрино в магнитном поле [67, 188–190]. Отметим также и красивый эффект прецессии спина нейтрино в магнитном поле, который интересен не только с концептуальной точки зрения, но и может иметь приложение в астрофизике и космологии [67].

3.4. Распад массивного нейтрино на W -бозон и лептон

Если масса нейтрино больше порога рождения пары частиц, состоящей из заряженного лептона и W -бозона, т. е. $m_{\nu} > m_W + m_{\ell}$, то нейтрино становится нестабильным, и возможен его распад с рождением такой пары $\nu \rightarrow W \ell$. В вакууме ширина данного распада нейтрино $\Gamma^{(0)}$ вычисляется в древесном приближении и равна [70] (в системе покоя нейтрино)

$$\Gamma^{(0)} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{I}{m_{\nu}^3} \left[(m_{\nu}^2 - m_{\ell}^2)^2 + m_W^2 (m_{\nu}^2 + m_{\ell}^2 - 2m_W^2) \right], \quad (3.51)$$

где $I = \sqrt{\left[m_\nu^2 - (m_W + m_\ell)^2\right] \left[m_\nu^2 - (m_W - m_\ell)^2\right]}$.

Отметим, что при условии $m_\nu > m_W + m_\ell$ в выражении для вакуумного магнитного момента нейтрино (2.23) появляется мнимая часть. Как следствие, дополнительная энергия покоящегося нейтрино, обусловленная этим магнитным моментом, $\Delta E = -(\boldsymbol{\mu}\mathbf{B})$, становится комплексной и мнимая часть этой энергии будет определять полевую поправку [83, 142]

$$\Delta\Gamma^{(F)} = -2 \operatorname{Im} \Delta E \quad (3.52)$$

к вакуумной ширине распада $\Gamma^{(0)}$ тяжелого нейтрино [70]:

$$\Delta\Gamma^{(F)} = -\frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_\ell^2) I^2}{m_\nu^3 I} (\mathbf{B}\boldsymbol{\xi}). \quad (3.53)$$

Представляет также интерес проанализировать противоположный случай, когда $m_\nu < m_W + m_\ell$, и распад нейтрино на W -бозон и заряженный лептон кинематически запрещен в вакууме. Сразу следует отметить, что в магнитном поле для покоящегося нейтрино распад $\nu \rightarrow W \ell$ также запрещен законом сохранения энергии. Для движущегося в магнитном поле нейтрино данный распад становится возможным, когда энергия распадающейся частицы превосходит сумму масс конечных частиц.

Рассмотрим случай ультрарелятивистского нейтрино, движущегося в относительно слабом поле, $eB \ll p_\perp^2$. Данная задача хорошо описывается приближением скрещенного электромагнитного поля, когда вся полевая зависимость определяется только одним динамическим полевым параметром:

$$\chi = \frac{eB p_\perp}{m_W^3}. \quad (3.54)$$

В рассматриваемом приближении в случае продольно поляризованного нейтрино ($(\mathbf{B}\boldsymbol{\xi}) = \pm B$) доминирующий вклад в мнимую часть дополнительной энергии ΔE будет определяться двумя коэффициентами \mathcal{B}_L (3.23)

и \mathcal{B}_R (3.24):

$$\text{Im } \Delta E = \frac{p_{\parallel}^2}{2E} e^2 B^2 (\text{Im } \mathcal{B}_L + \text{Im } \mathcal{B}_R) + \frac{p_{\parallel}^2}{2E} e^2 B^2 (\text{Im } \mathcal{B}_R - \text{Im } \mathcal{B}_L) (\mathbf{V}\boldsymbol{\xi}). \quad (3.55)$$

В приближении скрещенного поля коэффициенты \mathcal{B}_L и \mathcal{B}_R приводятся к следующему виду:

$$\mathcal{B}_L = \frac{G_F}{12\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^1 du \frac{2u(1+u)(2+u) + \lambda u(1-u)(2-u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^2} \rho^2 \frac{df(\rho)}{d\rho}, \quad (3.56)$$

$$\mathcal{B}_R = \frac{G_F}{12\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \nu \int_0^1 du \frac{u(1-u)(2-u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^2} \rho^2 \frac{df(\rho)}{d\rho}. \quad (3.57)$$

Здесь $f(\rho)$ – функция Харди-Стокса [186]:

$$f(\rho) = i \int_0^{\infty} d\tau \exp \left[-i \left(\rho\tau + \frac{\tau^3}{3} \right) \right] \quad (3.58)$$

с аргументом

$$\rho = \frac{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)}{[u(1-u)\chi]^{2/3}}. \quad (3.59)$$

Учитывая, что мнимая часть функции Харди-Стокса с точностью до коэффициента совпадает с функцией Эйри [191]:

$$\text{Ai}(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\tau \cos \left(\tau\rho + \frac{\tau^3}{3} \right), \quad (3.60)$$

ширину распада нейтрино в скрещенном поле можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Gamma(\nu \rightarrow W \ell) = & -\frac{G_F m_W^4}{12\sqrt{2}\pi} \frac{\chi^{2/3}}{E} \int_0^1 \frac{u du}{[u(1-u)]^{4/3}} \frac{d\text{Ai}(\rho)}{d\rho} \times \quad (3.61) \\ & \times \{ [2(1+u)(2+u) + \lambda(1-u)(2-u)] [1 - (\mathbf{V}\boldsymbol{\xi})] + \\ & + \nu(1-u)(2-u) [1 + (\mathbf{V}\boldsymbol{\xi})] \}. \end{aligned}$$

Наличие знака минус перед выражением для ширины распада не должно пугать, поскольку производная от функции Эйри отрицательна в рассматриваемой области значений ее аргумента. Напомним, что полученное выражение справедливо для произвольного соотношения между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. В случае левополяризованного стандартного нейтрино, т. е. $\nu \rightarrow 0$ и $(\mathbf{V}\boldsymbol{\xi}) = -1$, получим:

$$\Gamma(\nu \rightarrow W \ell) = -\frac{\sqrt{2}G_F m_W^4}{12\pi} \frac{\chi^{2/3}}{E} \int_0^1 \frac{u du}{[u(1-u)]^{4/3}} \frac{d\text{Ai}(\rho)}{d\rho} \times \quad (3.62)$$

$$\times [2(1+u)(2+u) + \lambda(1-u)(2-u)],$$

что в точности совпадает с результатом работы [177].

3.5. Заключение

В работе получено общее выражение для собственно-энергетического оператора массивного нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. Используя массовый оператор нейтрино, найдено выражение для дополнительной энергии ΔE , приобретаемой нейтрино во внешнем магнитном поле. Произведен анализ полученных выражений в наиболее интересных для физических приложений случаях.

Исходя из локального лагранжиана взаимодействия нейтральной частицы, имеющей магнитный момент μ_ν , с внешним магнитным полем, можно вычислить дополнительную энергию, приобретаемую частицей за счет такого взаимодействия. Сравнение с точным выражением для дополнительной энергии нейтрино ΔE , полученным в рамках Стандартной модели, позволяет выразить магнитный момент нейтрино через форм-фак-

торы собственно-энергетического оператора нейтрино. Выражение для магнитного момента стандартного (легкого) нейтрино $m_\nu \ll m_\ell, m_W$, следующее из дополнительной энергии нейтрино ΔE , проанализировано в приближении скрещенного поля.

Продемонстрировано, что при $m_\nu < m_\ell + m_W$ распад $\nu \rightarrow \ell + W$, кинематически запрещенный в вакууме, при рассмотрении ультрарелятивистского нейтрино, движущегося в присутствии внешнего магнитного поля, становится возможным. В приближении скрещенного поля вычислена ширина данного процесса.

Заключение

В настоящей диссертации исследуются свойства массивного нейтрино в условиях замагниченной плазмы. Проанализировано влияние плазмы и сильного магнитного поля на квантовые процессы с участием нейтрино. Подобные условия реализуются в астрофизических катаклизмах, таких как взрывы сверхновых и слияние нейтронных звезд в тесных двойных системах. Полученные результаты могут быть востребованы для изучения свойств и динамики данных астрофизических явлений.

В диссертации представлены следующие результаты:

1. Проведено теоретическое исследование радиационного распада массивного стерильного нейтрино в условиях как чистой (без магнитного поля), так и сильно замагниченной электронной плазмы при учете изменения закона дисперсии фотона в активной среде. Произведен сравнительный анализ вероятности распада в сильно замагниченной плазме и плазме без магнитного поля при условии малости скорости Ферми электронов. Показано, что плазма оказывает сильное катализирующее воздействие на вероятность распада стерильного нейтрино. В случае нерелятивистской плазмы в отсутствие магнитного поля увеличение вероятности распада по сравнению с вакуумным значением в три-четыре раза превосходит аналогичное увеличение в сильно замагниченной плазме.
2. Вычислена вершинная функция виртуального нейтрино, взаимодействующего с мягкими фотонами, исходя из выражения для собственно-энергетического оператора массивного нейтрино, вычисленного в слабом внешнем электромагнитном поле в рамках Стандартной модели взаимодействий частиц. Произведен анализ электромаг-

нитных свойств массивного нейтрино, находящегося на массовой поверхности. Получено выражение для вакуумного магнитного момента реального нейтрино при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона.

3. Вычислен собственно-энергетический оператор нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности вплоть до критического значения магнитного поля W -бозона при произвольном соотношении между массами нейтрино, W -бозона и заряженного лептона. На основе полученного выражения для собственно-энергетического оператора вычислена полевая поправка к магнитному моменту массивного нейтрино, а также дополнительная энергия нейтрино, индуцированная внешним магнитным полем.

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в пяти работах [69–73] из списка ВАК.

Автор благодарен своему научному руководителю Александру Яковлевичу Пархоменко за постоянную поддержку, помощь и внимание к работе в ходе её подготовки. Автор выражает искреннюю благодарность своим соавторам Николаю Владимировичу Михееву, Елене Николаевне Нарынской и Георгу Раффелту. Без их постоянной поддержки и участия научная деятельность автора была бы крайне затруднительна. Автор искренне признателен сотрудникам кафедры теоретической физики Ярославского государственного университета И. С. Огневу, М. В. Чистякову и Д. А. Румянцеву за конструктивную критику и многочисленные дискуссии, которые способствовали выполнению проведенных исследований. Автору приятно поблагодарить М. И. Высоцкого, В. А. Новикова, С. И. Годунова, Ж.-М. Фрере, А. А. Картавцева и М. С. Дворникова за обсуждение результатов и полезные замечания.

Приложение А

Ковариантный формализм пространства Минковского в присутствии магнитного поля

Для любой частицы с импульсом p_μ , находящейся в электромагнитном поле, можно ввести удобный для анализа квантовых процессов с ее участием базис [114, 117, 142]. Заметим, что конфигурация чисто магнитного поля, наиболее важная в приложении к астрофизическим объектам, обладает набором специфических свойств, использование которых существенно упрощает расчеты конкретных реакций.

Из электродинамики известно [185], что электромагнитное поле полностью определяется тензором напряженностей $F_{\mu\nu}$. В дополнение к нему также вводится дуально сопряженный тензор $\tilde{F}_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma} / 2$. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось Oz была направлена вдоль напряженности магнитного поля $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. В такой системе отсчета тензоры $F_{\mu\nu}$ и $\tilde{F}_{\mu\nu}$ имеют следующий явный вид:

$$F_{\mu\nu} = B \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = B \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

В дальнейшем удобно пользоваться не самим тензором электромагнитного поля и дуальным к нему, а их безразмерными аналогами:

$$\varphi_{\mu\nu} = \frac{F_{\mu\nu}}{B}, \quad \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \frac{\tilde{F}_{\mu\nu}}{B}, \quad (\text{A.2})$$

явный вид которых в выбранной нами системе отсчета представлен числовыми матрицами в формуле (A.1).

Представляет интерес проанализировать алгебру введенных безразмерных тензоров (A.2). Начнем с бинарных произведений:

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu} = \varphi_{\mu\rho}\varphi^{\rho\nu}, \quad \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} = \tilde{\varphi}_{\mu\rho}\tilde{\varphi}^{\rho\nu}. \quad (\text{A.3})$$

В отличие от антисимметричных тензоров $\varphi_{\mu\nu}$ и $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$, тензоры $\Lambda_{\mu\nu}$ и $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$ симметричны в соответствии с общими свойствами свертки тензоров. В выбранной нами системе координат эти тензоры имеют следующий явный вид:

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Из явного представления тензоров видно, что они не являются линейно независимыми, а связаны друг с другом посредством метрического тензора $g_{\mu\nu}$:

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \Lambda_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.5})$$

Проведенный анализ показывает, что наличие постоянного однородного внешнего магнитного поля естественным образом разбивает четырехмерное пространство Минковского на два непересекающихся подпространства: двумерное евклидово подпространство с метрическим тензором $\Lambda_{\mu\nu}$, ортогональное вектору напряженности магнитного поля \mathbf{B} , и двумерное псевдоевклидово подпространство с метрическим тензором $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$. Безразмерные тензоры электромагнитного поля $\varphi_{\mu\nu}$ и $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$ играют роль тензоров Леви-Чивита (полностью антисимметричных тензоров) этих подпространств и обладают следующими свойствами:

$$\tilde{\varphi}_{\mu\nu}\tilde{\varphi}_{\rho\sigma} = \tilde{\Lambda}_{\mu\sigma}\tilde{\Lambda}_{\nu\rho} - \tilde{\Lambda}_{\mu\rho}\tilde{\Lambda}_{\nu\sigma}, \quad (\text{A.6})$$

$$\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\rho\sigma} = \Lambda_{\mu\rho}\Lambda_{\nu\sigma} - \Lambda_{\mu\sigma}\Lambda_{\nu\rho}. \quad (\text{A.7})$$

Для введенного набора тензоров справедливы следующие бинарные соотношения:

$$\begin{aligned}
(\tilde{\varphi}\varphi)_{\mu\nu} &= (\tilde{\varphi}\Lambda)_{\mu\nu} = (\tilde{\Lambda}\varphi)_{\mu\nu} = (\tilde{\Lambda}\Lambda)_{\mu\nu} = 0, \\
(\tilde{\Lambda}\tilde{\Lambda})_{\mu\nu} &= \tilde{\Lambda}_{\mu\nu}, \quad (\Lambda\Lambda)_{\mu\nu} = -\Lambda_{\mu\nu}, \\
(\tilde{\Lambda}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} &= \tilde{\varphi}_{\mu\nu}, \quad (\Lambda\varphi)_{\mu\nu} = -\varphi_{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{A.8}$$

При конкретных вычислениях оказывается удобным ввести специальные обозначения для каждого из подпространств: \perp — для евклидова подпространства с метрикой $\Lambda_{\mu\nu}$ и \parallel — для псевдоевклидова подпространства с метрикой $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$. При таком соглашении произвольный 4-вектор $A^\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3)$ можно разбить на две ортогональные составляющие:

$$A^\mu = \tilde{\Lambda}^{\mu\nu} A_\nu - \Lambda^{\mu\nu} A_\nu = A_\parallel^\mu - A_\perp^\mu, \tag{A.9}$$

где $A_\parallel^\mu = (A_0, 0, 0, A_3)$ и $A_\perp^\mu = (0, A_1, A_2, 0)$ в соответствии со свойством (A.5). Такое разбиение позволяет ввести скалярное произведение векторов в каждом подпространстве по отдельности:

$$\begin{aligned}
(AB) &= (AB)_\parallel - (AB)_\perp, \\
(AB)_\parallel &= (A\tilde{\Lambda}B) = A^\mu \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} B^\nu, \\
(AB)_\perp &= (A\Lambda B) = A^\mu \Lambda_{\mu\nu} B^\nu,
\end{aligned} \tag{A.10}$$

где A_μ и B_μ — произвольные 4-векторы.

Деление четырехмерного пространства на два непересекающихся подпространства приводит к эффективной модификации свойств γ -матриц. Будем обозначать γ -матрицы \parallel -подпространства как γ_\parallel^μ , а матрицы \perp -подпространства — γ_\perp^μ .

Введем проекционные операторы фермиона Π_σ :

$$\Pi_\sigma = \frac{1}{2} \left[\mathbb{I} - \frac{i\sigma}{2} (\gamma\varphi\gamma) \right] = \frac{1}{2} [\mathbb{I} + i\sigma \gamma_1\gamma_2], \tag{A.11}$$

где учтен явный вид тензора $\varphi_{\mu\nu}$ в выбранной системе отсчета. Соответственно, $\sigma = +1$ отвечает фермионному состоянию со спином, направленным по магнитному полю, а $\sigma = -1$ — состоянию со спином против магнитного поля. Отметим следующие мультипликативные свойства проекционных операторов:

$$\Pi_\sigma \Pi_\sigma = \Pi_\sigma, \quad \Pi_\sigma \Pi_{-\sigma} = 0, \quad (\text{A.12})$$

а также их коммутационные свойства по отношению к γ -матрицам:

$$\Pi_\sigma \gamma_\mu = \begin{cases} \gamma_\mu \Pi_\sigma & \mu = 0, 3, \\ \gamma_\mu \Pi_{-\sigma} & \mu = 1, 2. \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Последнее свойство интересно тем, что если встречается конструкция вида $\Pi_\sigma \gamma_\mu \Pi_\sigma$, то эффективно от γ -матрицы остается только ее продольная составляющая γ_{\parallel}^μ , а в случае конструкции $\Pi_{-\sigma} \gamma_\mu \Pi_\sigma$ — ее поперечная часть γ_{\perp}^μ . Следует отметить также и коммутативность проекционных операторов Π_σ с матрицей γ_5 :

$$\Pi_\sigma \gamma_5 = \gamma_5 \Pi_\sigma. \quad (\text{A.14})$$

Широко используемой операцией является взятие шпура произведения некоторого числа γ -матриц. В случае сильного магнитного поля вычисление шпуров эффективно реализуется только в \parallel -подпространстве. Как и в обычном четырехмерном пространстве Минковского, в \parallel -подпространстве шпур нечетного числа γ -матриц равен нулю, а несколько первых шпуров четного числа — следующие:

$$\begin{aligned} \text{Sp}\{\Pi_\sigma\} &= 2, \\ \text{Sp}\{\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\Pi_\sigma\} &= 2\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}, \\ \text{Sp}\{\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_{\rho\parallel}\gamma_{\sigma\parallel}\Pi_\sigma\} &= 2[\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}\tilde{\Lambda}_{\rho\sigma} + \tilde{\Lambda}_{\mu\sigma}\tilde{\Lambda}_{\nu\rho} - \tilde{\Lambda}_{\mu\rho}\tilde{\Lambda}_{\nu\sigma}], \quad (\text{A.15}) \\ \text{Sp}\{\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_5\Pi_\sigma\} &= 2\sigma\tilde{\varphi}_{\mu\nu}, \\ \text{Sp}\{\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_{\rho\parallel}\gamma_{\sigma\parallel}\gamma_5\Pi_\sigma\} &= 2\sigma[\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}\tilde{\varphi}_{\rho\sigma} + \tilde{\varphi}_{\mu\nu}\tilde{\Lambda}_{\rho\sigma}]. \end{aligned}$$

Оказываются полезны и другие часто встречающиеся соотношения для γ -матриц в продольном подпространстве:

$$\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\parallel}^{\mu} = 2, \quad (\text{A.16})$$

$$\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_{\parallel}^{\mu} = 0, \quad (\text{A.17})$$

$$\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_{\rho\parallel}\gamma_{\parallel}^{\mu} = 2\gamma_{\parallel\rho}\gamma_{\parallel\nu}, \quad (\text{A.18})$$

$$\gamma_{\mu\parallel}\gamma_{\nu\parallel}\gamma_{\rho\parallel} = \tilde{\Lambda}_{\mu\nu}\gamma_{\rho\parallel} + \tilde{\Lambda}_{\nu\rho}\gamma_{\mu\parallel} - \tilde{\Lambda}_{\mu\rho}\gamma_{\nu\parallel}, \quad (\text{A.19})$$

$$(\tilde{\varphi}\gamma)_{\mu}\Pi_{\sigma} = -\sigma\gamma_{\mu\parallel}\gamma_5\Pi_{\sigma}. \quad (\text{A.20})$$

Легко показать, что свертка двух γ -матриц, между которыми находится любое нечетное число γ -матриц, обращается в нуль.

Интересно также отметить следующее соотношение для γ -матриц в \perp -подпространстве:

$$\gamma_{\alpha\perp}\gamma_{\beta\perp}\Pi_{\sigma} = -(\Lambda_{\alpha\beta} - i\sigma\varphi_{\alpha\beta})\Pi_{\sigma}. \quad (\text{A.21})$$

Это свойство, так же как и свойство (A.19) позволяет эффективно снизить количество γ -матриц при вычислении шпуров.

Отличительная особенность приведенной техники состоит в том, что она не только позволяет упростить вычисление шпуров, но и позволяет сохранить ковариантность полученных таким способом выражений.

Приложение Б

Векторный и аксиальный вклады в амплитуду распада стерильного нейтрино в электронной плазме

Амплитуду распада стерильного нейтрино $\nu_s \rightarrow \nu_a + \gamma$ в электронной плазме, представленную диаграммами Фейнмана, изображенными на рис. 1.1, можно записать в виде:

$$\mathcal{M} = \frac{e G_F}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3 p}{E} f(\mathbf{p}) \left[\frac{\bar{\Psi}_e \hat{\varepsilon}^* (\hat{p} + \hat{q} + m) \hat{j} (C_V + C_A \gamma_5) \Psi_e}{2(pq) + q^2} + \frac{\bar{\Psi}_e \hat{j} (C_V + C_A \gamma_5) (\hat{p} - \hat{q} + m) \hat{\varepsilon}^* \Psi_e}{q^2 - 2(pq)} \right], \quad (\text{Б.1})$$

где j_α — нейтринный ток (1.7), $f(\mathbf{p})$ — функция распределения электронов в плазме.

Рассмотрим аксиально-векторную часть амплитуды (Б.1)

$$\mathcal{M}^{(A)} = C_A \frac{e G_F}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3 p}{E} f(\mathbf{p}) \left[\text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \hat{\varepsilon}^* \frac{\hat{p} + \hat{q} + m}{2(pq) + q^2} \hat{j} \gamma_5 \right\} + \text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \hat{j} \gamma_5 \frac{\hat{p} - \hat{q} + m}{q^2 - 2(pq)} \hat{\varepsilon}^* \right\} \right]. \quad (\text{Б.2})$$

Воспользовавшись свойствами гамма-матриц Дирака [60], упростим шпур в аксиально-векторной части амплитуды (Б.2):

$$\begin{aligned} \text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \hat{\varepsilon}^* (\hat{p} + \hat{q} + m) \hat{j} \gamma_5 \right\} &= \text{Sp} \left\{ \hat{p} \hat{\varepsilon}^* \hat{q} \hat{j} \gamma_5 \right\}, \\ \text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \hat{j} \gamma_5 (\hat{p} - \hat{q} + m) \hat{\varepsilon}^* \right\} &= -\text{Sp} \left\{ \hat{q} \hat{\varepsilon}^* \hat{p} \hat{j} \gamma_5 \right\} = \text{Sp} \left\{ \hat{p} \hat{\varepsilon}^* \hat{q} \hat{j} \gamma_5 \right\}, \end{aligned}$$

и получим следующее выражение:

$$\mathcal{M}^{(A)} = -\sqrt{2} e G_F C_A q^2 \int \frac{d^3 p}{E} f(\mathbf{p}) \frac{\text{Sp} \left\{ \hat{p} \hat{\varepsilon}^* \hat{q} \hat{j} \gamma_5 \right\}}{4(pq)^2 - (q^2)^2}. \quad (\text{Б.3})$$

Интеграл, входящий в выражение (Б.3), можно упростить, если учесть, что в рассматриваемой плазме при максимально допустимых значениях параметров q^2 можно пренебречь по сравнению с (pq) . Таким образом, нам необходимо вычислить векторный интеграл:

$$J_\alpha = \int \frac{d^3p}{E} f(\mathbf{p}) \frac{p_\alpha}{(pq)^2}, \quad (\text{Б.4})$$

который представляет собой сумму двух векторов, пропорциональных четырехмерному вектору скорости среды $u^\alpha = (1, \mathbf{0})$, где предполагается, что электронная плазма покоится как целое, и четырехмерному импульсу фотона $q^\alpha = (\omega, \mathbf{k})$:

$$J_\alpha = A u_\alpha + B q_\alpha. \quad (\text{Б.5})$$

Здесь коэффициенты разложения A и B являются скалярными функциями квадрата импульса фотона q^2 и энергии фотона $\omega = (qu)$. Найдем явный вид A и B из уравнений, получающихся сверткой векторного интеграла J_α с u^α и q^α :

$$(Ju) = \int d^3p \frac{f(\mathbf{p})}{(pq)^2} = A + \omega B, \quad (\text{Б.6})$$

$$(Jq) = \int \frac{d^3p}{E} \frac{f(\mathbf{p})}{(pq)} = \omega A + q^2 B, \quad (\text{Б.7})$$

где $p^\alpha = (E, \mathbf{p})$ — четырехмерный импульс электрона плазмы и $(pu) = E$.

Вычислим интегралы (Б.6) и (Б.7) для случая релятивистской плазмы, где $p = |\mathbf{p}| \simeq E$, тогда скалярное произведение в интегралах примет вид:

$$(pq) = E\omega - \mathbf{p}\mathbf{k} \simeq E\omega (1 - n \cos \theta), \quad (\text{Б.8})$$

где $n = |\mathbf{k}|/\omega$ — показатель преломления среды и θ — угол между направлениями движения электрона и фотона. В предположении, электронная плазма вырождена [103]:

$$f(\mathbf{p}) = \Theta(\mu_F - E), \quad (\text{Б.9})$$

где μ_F — химический потенциал, удовлетворяющий условию $\mu_F \gg m_e$, интегралы (Б.6) и (Б.7) можно вычислить аналитически. В частности, интеграл в (Б.6) равен

$$\int \frac{f(\mathbf{p}) d^3p}{E^2 \omega^2 (1 - n \cos \theta)^2} = \frac{2\pi}{\omega^2} \int_0^{\mu_F} dE \int_{-1}^1 \frac{du}{(1 - nu)^2} = \frac{4\pi\mu_F}{q^2}, \quad (\text{Б.10})$$

а в формуле (Б.7)

$$\int \frac{d^3p}{E} \frac{f(\mathbf{p})}{E\omega(1 - n \cos \theta)} = \frac{2\pi}{\omega} \int_0^{\mu_F} dE \int_{-1}^1 \frac{du}{1 - nu} = \frac{4\pi\mu_F}{\omega} \ell(n), \quad (\text{Б.11})$$

где $u = \cos \theta$ и была введена функция

$$\ell(n) = \frac{1}{2n} \ln \frac{1+n}{1-n}.$$

Теперь, разрешая систему уравнений относительно A и B , получим:

$$A = \frac{4\pi\mu_F}{\mathbf{k}^2} [\ell(n) - 1], \quad (\text{Б.12})$$

$$B = \frac{4\pi\mu_F}{\mathbf{k}^2} \frac{\omega^2 - q^2 \ell(n)}{q^2 \omega}. \quad (\text{Б.13})$$

Отметим, что слагаемое в J_α , пропорциональное q_α , не дает вклада в интеграл (Б.3) и, как следствие, аксильно-векторная часть амплитуды в случае релятивистской плазмы может быть представлена в виде:

$$\mathcal{M}_{\text{rel}}^{(A)} = -\frac{eG_F C_A}{2\sqrt{2}} \frac{4\pi\mu_F}{\mathbf{k}^2} q^2 [\ell(n) - 1] \text{Sp} \left\{ \hat{u} \hat{\varepsilon}^* \hat{q} \hat{j} \gamma_5 \right\}. \quad (\text{Б.14})$$

Проведя аналогичные вычисления для случая нерелятивистской плазмы, в которой скалярное произведение $(pq) \simeq m_e \omega$ в интегралах (Б.6) и (Б.7), и учитывая, что концентрация электронов в плазме

$$n_e \simeq 2 \int d^3p f(\mathbf{p}), \quad (\text{Б.15})$$

для аксильно-векторной части амплитуды в этом случае получим:

$$\mathcal{M}_{\text{non-rel}}^{(A)} = -\frac{G_F C_A}{4\sqrt{2}e} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{q^2}{m_e} \text{Sp} \left\{ \hat{u} \hat{\varepsilon}^* \hat{q} \hat{j} \gamma_5 \right\}, \quad (\text{Б.16})$$

где была введена плазменная частота ω_0^2 , которая в нерелятивистском пределе определена как [67]:

$$\omega_0^2 \simeq \frac{4\pi\alpha n_e}{m_e}. \quad (\text{Б.17})$$

Векторная часть амплитуды распада определяется выражением:

$$\mathcal{M}^{(V)} = \frac{G_F C_V}{e\sqrt{2}} q^2 (\varepsilon^* j). \quad (\text{Б.18})$$

Можно сравнить вклады от векторной и аксильно-векторной частей амплитуды при значениях параметров близких к максимально допустимым:

- нерелятивистская плазма

$$\frac{\mathcal{M}_{\text{non-rel}}^{(A)}}{\mathcal{M}^{(V)}} \simeq \frac{C_A}{C_V} \frac{m_s}{m_e} \ll 1;$$

- релятивистская плазма

$$\frac{\mathcal{M}_{\text{rel}}^{(A)}}{\mathcal{M}^{(V)}} \sim \frac{C_A}{C_V} \frac{\alpha\mu_F}{m_s} \sim \frac{C_A}{C_V} \frac{\omega_0^2}{m_s\mu_F} \sim \frac{C_A}{C_V} \frac{\omega_0}{\mu_F} \ll 1.$$

Здесь было использовано, что $\omega_0 \sim m_s$, а также, что в релятивистской вырожденной плазме $\omega_0^2 \sim \alpha\mu_F^2$ [67].

Исходя из проведенного анализа, можно сделать вывод, что вклад от аксильно-векторного тока в амплитуду процесса в электронной плазме пренебрежимо мал.

Приложение В

Вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в релятивистской сильно замагниченной плазме

Вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в релятивистской замагниченной электронной плазме имеет вид:

$$W_{\text{pl+f}}^{\text{rel}} = \frac{(G_F m_s^2)^2}{64\pi^2\alpha} m_s \sin^2(2\theta_s) (C_V^2 + C_A^2) \left[1 - e^{-m_s(1+x_0^2)/(2T)}\right]^{-1} \times \quad (\text{B.1})$$

$$\times x_0^4 (1 + x_0^2) \left[\int_0^a dx f(x, x_0) + \Theta\left(1 - x_0 \sqrt{\frac{1+V_F}{1-V_F}}\right) \int_a^1 dx f(x, x_0) \right],$$

где $x = 2k_z/[m_s(1+x_0^2)]$, $x_0 = \Omega_0/m_s$ — плазменная частота, отнесенная к массе стерильного нейтрино, $\Theta(x)$ — единичная ступенчатая функция, и подынтегральное выражение определяется следующей функцией:

$$f(x, x_0) = \frac{1-x^2}{(1-V_F^2 x^2)^2} - \frac{3+x_0^2}{4} \frac{(1-x^2)^2}{(1-V_F^2 x^2)^2}. \quad (\text{B.2})$$

В результате возникло два простых интеграла:

$$F_1(y, V_F) = \int_0^y \frac{(1-x^2) dx}{(1-V_F^2 x^2)^2} = \quad (\text{B.3})$$

$$= -\frac{y}{2V_F^2} \left(\frac{1-V_F^2}{1-V_F^2 y^2} + \frac{1+V_F^2}{2V_F y} \ln \frac{1-V_F y}{1+V_F y} \right),$$

$$F_2(y, V_F) = \int_0^y \frac{(1-x^2)^2 dx}{(1-V_F^2 x^2)^2} = \quad (\text{B.4})$$

$$= \frac{y}{2V_F^4} \left(2 + \frac{(1-V_F^2)^2}{1-V_F^2 y^2} + \frac{(3+V_F^2)(1-V_F^2)}{2V_F y} \ln \frac{1-V_F y}{1+V_F y} \right).$$

Используя (B.3) и (B.4), интегралы в формуле (B.1) можно представить в виде:

$$F(x_0, V_F) \equiv \int_0^a dx f(x, x_0) = F_{12}(a, V_F) + \frac{1 - x_0^2}{4} F_2(a, V_F), \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(x_0, V_F) &\equiv \int_a^1 dx f(x, x_0) = & (\text{B.6}) \\ &= F_{12}(1, V_F) - F_{12}(a, V_F) + \frac{1 - x_0^2}{4} [F_2(1, V_F) - F_2(a, V_F)], \end{aligned}$$

где $a = (1 - x_0^2)/(1 + x_0^2)$, причем оказалось удобным воспользоваться функцией, представляющей собой разность интегралов (B.3) и (B.4):

$$\begin{aligned} F_{12}(y, V_F) &\equiv F_1(y, V_F) - F_2(y, V_F) = & (\text{B.7}) \\ &= -\frac{y}{2V_F^4} \left[2 + \frac{1 - V_F^2}{1 - V_F^2 y^2} + \frac{3 - V_F^2}{2V_F y} \ln \frac{1 - V_F y}{1 + V_F y} \right]. \end{aligned}$$

Подставляя $a = (1 - x_0^2)/(1 + x_0^2)$ в формулы (B.5) и (B.6) и используя значения функций (B.4) и (B.7) при $y = 1$:

$$F_2(1, V_F) = \frac{1}{2V_F^4} \left[3 - V_F^2 + \frac{(3 + V_F^2)(1 - V_F^2)}{2V_F} \ln \frac{1 - V_F}{1 + V_F} \right], \quad (\text{B.8})$$

$$F_{12}(1, V_F) = -\frac{1}{2V_F^4} \left[3 + \frac{3 - V_F^2}{2V_F} \ln \frac{1 - V_F}{1 + V_F} \right], \quad (\text{B.9})$$

получим аналитической результат (1.56) для вероятности распада стерильного нейтрино.

Список литературы

1. Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 784 с.
2. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Эдиториал УРСС, 2008. 352 с.
3. Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Калибровочные поля. М.: Изд-во МГУ, 1986. 260 с.
4. Halzen F., Klein S. R. IceCube: An Instrument for Neutrino Astronomy // *Rev. Sci. Instrum.* 2010. Vol. 81. P. 081101. [arXiv:astro-ph.HE/1007.1247](https://arxiv.org/abs/astro-ph.HE/1007.1247).
5. Высоцкий М. И. Лекции по теории электрослабых взаимодействий. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 152 с.
6. Olive K. A. et al. Review of Particle Physics // *Chin. Phys.* 2014. Vol. C38. P. 090001.
7. Schael S. et al. Precision electroweak measurements on the Z -resonance // *Phys. Rept.* 2006. Vol. 427. P. 257–454. [hep-ex/0509008](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0509008).
8. Понтекорво Б. М. Мезоний и антимезоний // *ЖЭТФ*. 1957. Т. 33. С. 549–551.
9. Понтекорво Б. М. Нейтринные эксперименты и проблема сохранение лептоного числа // *ЖЭТФ*. 1967. Т. 53. С. 1717–1725.
10. Maki Z., Nakagawa M., Sakata S. Remarks on the unified model of elementary particles // *Prog. Theor. Phys.* 1962. Vol. 28. P. 870–880.
11. Aguilar-Arevalo A. et al. Evidence for neutrino oscillations from the observation of $\bar{\nu}_e$ appearance in a $\bar{\nu}_\mu$ beam // *Phys. Rev.* 2001. Vol. D64. P. 112007. [hep-ex/0104049](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0104049).
12. Aguilar-Arevalo A. A. et al. Improved Search for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ Oscillations in the MiniBooNE Experiment // *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 110. P. 161801. [arXiv:hep-ex/1207.4809](https://arxiv.org/abs/hep-ex/1207.4809).

13. Mention G., Fechner M., Lasserre T. et al. The Reactor Antineutrino Anomaly // *Phys. Rev.* 2011. Vol. D83. P. 073006. [arXiv:hep-ex/1101.2755](#).
14. Abazajian K. N., Acero M. A., Agarwalla S. K. et al. Light Sterile Neutrinos: A White Paper. 2012. [arXiv:hep-ph/1204.5379](#).
15. Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 552 с.
16. Bilenky S. Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos // *Lect. Notes Phys.* 2010. Vol. 817. 255 p.
17. Coloma P. Non-Standard Interactions in Propagation at the Deep Underground Neutrino Experiment // *JHEP.* 2016. Vol. 03. P. 016. [arXiv:hep-ph/1511.06357](#).
18. Patterson R. B. The NO ν A Experiment: Status and Outlook // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 2013. Vol. 235–236. P. 151–157. [arXiv:hep-ex/1209.0716](#).
19. Adams C. et al. The Long-Baseline Neutrino Experiment: Exploring Fundamental Symmetries of the Universe. 2013. [arXiv:hep-ex/1307.7335](#).
20. Agarwalla S. K., Chatterjee S. S., Dasgupta A., Palazzo A. Discovery Potential of T2K and NO ν A in the Presence of a Light Sterile Neutrino // *JHEP.* 2016. Vol. 02. P. 111. [arXiv:hep-ph/1601.05995](#).
21. Dodelson S., Widrow L. M. Sterile-neutrinos as dark matter // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72. P. 17–20. [hep-ph/9303287](#).
22. Tremaine S., Gunn J. E. Dynamical Role of Light Neutral Leptons in Cosmology // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 42. P. 407–410.
23. Adhikari R. et al. A White Paper on keV Sterile Neutrino Dark Matter. 2016. [arXiv:hep-ph/1602.04816](#).

24. Pal P. B., Wolfenstein L. Radiative Decays of Massive Neutrinos // [Phys. Rev.](#) 1982. Vol. D25. P. 766–773.
25. Barger V. D., Phillips R. J. N., Sarkar S. Remarks on the KARMEN anomaly // [Phys. Lett.](#) 1995. Vol. B352. P. 365–371. [Erratum: *ibid.* B356, 617 (1995)]. [hep-ph/9503295](#).
26. Dolgov A. D., Hansen S. H. Massive sterile neutrinos as warm dark matter // [Astropart. Phys.](#) 2002. Vol. 16. P. 339–344. [hep-ph/0009083](#).
27. Boyarsky A., Ruchayskiy O., Shaposhnikov M. The role of sterile neutrinos in cosmology and astrophysics // [Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.](#) 2009. Vol. 59. P. 191–214. [arXiv:hep-ph/0901.0011](#).
28. Laine M., Shaposhnikov M. Sterile neutrino dark matter as a consequence of ν MSM-induced lepton asymmetry // [JCAP](#). 2008. Vol. 0806. P. 031. [arXiv:hep-ph/0804.4543](#).
29. Merle A. keV Neutrino Model Building // [Int. J. Mod. Phys.](#) 2013. Vol. D22. P. 1330020. [arXiv:hep-ph/1302.2625](#).
30. Kusenko A. Sterile neutrinos: The dark side of the light fermions // [Phys. Rept.](#) 2009. Vol. 481. P. 1–28. [arXiv:hep-ph/0906.2968](#).
31. de Vega H. J., Sanchez N. G. Cosmological evolution of warm dark matter fluctuations II: Solution from small to large scales and keV sterile neutrinos // [Phys. Rev.](#) 2012. Vol. D85. P. 043517. [arXiv:astro-ph.CO/1111.0300](#).
32. Destri C., de Vega H. J., Sanchez N. G. Quantum WDM fermions and gravitation determine the observed galaxy structures // [Astropart. Phys.](#) 2013. Vol. 46. P. 14–22. [arXiv:astro-ph.CO/1301.1864](#).
33. Bulbul E., Markevitch M., Foster A. et al. Detection of An Unidentified Emission Line in the Stacked X -ray spectrum of Galaxy Clusters // [Astrophys. J.](#) 2014. Vol. 789. P. 13. [arXiv:astro-ph.CO/1402.2301](#).
34. Boyarsky A., Ruchayskiy O., Iakubovskyi D., Franse J. Unidentified

- Line in X -Ray Spectra of the Andromeda Galaxy and Perseus Galaxy Cluster // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113. P. 251301. [arXiv:astro-ph.CO/1402.4119](#).
35. Bezrukov F. L. ν MSM-predictions for neutrinoless double beta-decay // *Phys. Rev.* 2005. Vol. D72. P. 071303. [hep-ph/0505247](#).
 36. Asaka T., Eijima S., Ishida H. Mixing of Active and Sterile Neutrinos // *JHEP*. 2011. Vol. 04. P. 011. [arXiv:hep-ph/1101.1382](#).
 37. Merle A., Niro V. Influence of a keV sterile neutrino on neutrinoless double beta-decay: How things changed in recent years // *Phys. Rev.* 2013. Vol. D88. P. 113004. [arXiv:hep-ph/1302.2032](#).
 38. Hinshaw G. et al. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results // *Astrophys. J. Suppl.* 2013. Vol. 208. P. 19. [arXiv:astro-ph.CO/1212.5226](#).
 39. Ade P. A. R. et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. 2015. [arXiv:astro-ph.CO/1502.01589](#).
 40. Kraus C. et al. Final results from phase II of the Mainz neutrino mass search in tritium beta decay // *Eur. Phys. J.* 2005. Vol. C40. P. 447–468. [hep-ex/0412056](#).
 41. Aseev V. N. et al. An upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment // *Phys. Rev.* 2011. Vol. D84. P. 112003. [arXiv:hep-ex/1108.5034](#).
 42. Englert F., Brout R. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons // *Phys. Rev. Lett.* 1964. Vol. 13. P. 321–323.
 43. Higgs P. W. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // *Phys. Rev. Lett.* 1964. Vol. 13. P. 508–509.
 44. Guralnik G. S., Hagen C. R., Kibble T. W. B. Global Conservation Laws and Massless Particles // *Phys. Rev. Lett.* 1964. Vol. 13. P. 585–587.
 45. Higgs P. W. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless

- Bosons // [Phys. Rev.](#) 1966. Vol. 145. P. 1156–1163.
46. Minkowski P. $\mu \rightarrow e\gamma$ at a Rate of One Out of 10^9 Muon Decays? // [Phys. Lett.](#) 1977. Vol. B67. P. 421–428.
47. Dienes K. R., Dudas E., Gherghetta T. Neutrino oscillations without neutrino masses or heavy mass scales: A Higher dimensional seesaw mechanism // [Nucl. Phys.](#) 1999. Vol. B557. P. 25. [hep-ph/9811428](#).
48. Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G. R., March-Russell J. Neutrino masses from large extra dimensions // [Phys. Rev.](#) 2002. Vol. D65. P. 024032. [hep-ph/9811448](#).
49. Angrik J. et al. KATRIN design report 2004. 2005.
50. Adamson P. et al. Measurement of Neutrino and Antineutrino Oscillations Using Beam and Atmospheric Data in MINOS // [Phys. Rev. Lett.](#) 2013. Vol. 110, no. 25. P. 251801. [arXiv:hep-ex/1304.6335](#).
51. Abe K. et al. Measurement of Muon Antineutrino Oscillations with an Accelerator-Produced Off-Axis Beam // [Phys. Rev. Lett.](#) 2016. Vol. 116, no. 18. P. 181801. [arXiv:hep-ex/1512.02495](#).
52. Wolfenstein L. Neutrino Oscillations in Matter // [Phys. Rev.](#) 1978. Vol. D17. P. 2369–2374.
53. Михеев С. П., Смирнов А. Ю. Резонансное усиление осцилляций в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино // [ЯФ](#). 1985. Т. 42. С. 1441–1448.
54. Mikheev S. P., Smirnov A. Yu.. Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy // [Nuovo Cim.](#) 1986. Vol. C9. P. 17–26.
55. Михеев С. П., Смирнов А. Ю. Резонансные осцилляции нейтрино в веществе // [УФН](#). 1987. Т. 153. С. 3–58.
56. Winter W. Neutrino mass hierarchy determination with IceCube-PINGU // [Phys. Rev.](#) 2013. Vol. D88. P. 013013. [arXiv:hep-ph/1305.5539](#).

57. Aartsen M. G. et al. Letter of Intent: The Precision IceCube Next Generation Upgrade (PINGU). 2014. [arXiv:physics.ins-det/1401.2046](https://arxiv.org/abs/physics.ins-det/1401.2046).
58. Adrian-Martinez S. et al. Letter of Intent for KM3NeT2.0. 2016. [arXiv:astro-ph.IM/1601.07459](https://arxiv.org/abs/astro-ph.IM/1601.07459).
59. Choubey S. Atmospheric Neutrinos: Status and Prospects // *Nucl. Phys.* 2016. Vol. B908. P. 235–249. [arXiv:hep-ph/1603.06841](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1603.06841).
60. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 720 с.
61. Cabibbo N. Unitary Symmetry and Leptonic Decays // *Phys. Rev. Lett.* 1963. Vol. 10. P. 531–533.
62. Kobayashi M., Maskawa T. *CP*-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction // *Prog. Theor. Phys.* 1973. Vol. 49. P. 652–657.
63. Jarlskog C. Commutator of the Quark Mass Matrices in the Standard Electroweak Model and a Measure of Maximal *CP* Violation // *Phys. Rev. Lett.* 1985. Vol. 55. P. 1039–1042.
64. Jarlskog C. A Basis Independent Formulation of the Connection Between Quark Mass Matrices, *CP* Violation and Experiment // *Z. Phys.* 1985. Vol. C29. P. 491–497.
65. Capozzi F., Fogli G. L., Lisi E. et al. Status of three-neutrino oscillation parameters, circa 2013 // *Phys. Rev.* 2014. Vol. D89. P. 093018. [arXiv:hep-ph/1312.2878](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1312.2878).
66. Abe K. et al. Measurements of neutrino oscillation in appearance and disappearance channels by the T2K experiment with 6.6×10^{20} protons on target // *Phys. Rev.* 2015. Vol. D91, no. 7. P. 072010. [arXiv:hep-ex/1502.01550](https://arxiv.org/abs/hep-ex/1502.01550).
67. Raffelt G. G. Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago & London: University of Chicago Press, 1996. 686 p.
68. Raffelt G. G. Limits on neutrino electromagnetic properties: An up-

- date // [Phys. Rept.](#) 1999. Vol. 320. P. 319–327.
69. Dobrynina A. A., Mikheev N. V., Raffelt G. G. Radiative decay of keV-mass sterile neutrinos in a strongly magnetized plasma // [Phys. Rev.](#) 2014. Vol. D90. P. 113015. [arXiv:hep-ph/1410.7915](#).
70. Dobrynina A. A., Mikheev N. V., Narynskaya E. N. Vertex function of virtual neutrino at small momentum transferred // [Int. J. Mod. Phys.](#) 2012. Vol. A27. P. 1250167.
71. Добрынина А. А., Михеев Н. В., Нарынская Е. Н. Электромагнитные свойства массивного нейтрино // [ЯФ](#). 2013. Т. 76. С. 1311–1314.
72. Добрынина А. А., Михеев Н. В., Нарынская Е. Н. Массовый оператор нейтрино и его магнитный момент // [ЯФ](#). 2013. Т. 76. С. 1417–1420.
73. Добрынина А. А., Михеев Н. В. Собственно-энергетический оператор массивного нейтрино во внешнем магнитном поле // [ЖЭТФ](#). 2014. Т. 145. С. 65–76.
74. Moiseenko S. G., Bisnovatyi-Kogan G. S. Development of the magneto-differential-rotational instability in magnetorotational supernova // [Astronomy Reports](#). 2015. Vol. 59. P. 573–580.
75. Sawai H., Yamada S. The Evolution and Impacts of Magnetorotational Instability in Magnetized Core-Collapse Supernovae // [Astrophys. J.](#) 2016. Vol. 817. P. 153. [arXiv:astro-ph.HE/1504.03035](#).
76. Barkov M. V., Komissarov S. S. Close Binary Progenitors of Long Gamma Ray Bursts // [Mon. Not. Roy. Astron. Soc.](#) 2010. Vol. 401. P. 1644–1656. [arXiv:astro-ph.HE/0908.0695](#).
77. Zalamea I., Beloborodov A. M. Neutrino Heating Near Hyper-Accreting Black Holes // [Mon. Not. Roy. Astron. Soc.](#) 2011. Vol. 410. P. 2302. [arXiv:astro-ph.HE/1003.0710](#).
78. Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill Magnetar Catalog // [Astro-](#)

- phys. J. Suppl. 2014. Vol. 212. P. 6. [arXiv:astro-ph.HE/1309.4167](#).
79. Duncan R. C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars — implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.* 1992. Vol. 392. P. L9–L13.
80. Thompson C., Duncan R. C. The Soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars — I. Radiative mechanism for outbursts // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. Vol. 275. P. 255–300.
81. Lee B. W., Shrock R. E. Natural suppression of symmetry violation in gauge theories: Muon- and electron-lepton-number nonconservation // *Phys. Rev.* 1977. Vol. D16. P. 1444–1473.
82. Adams J. B., Ruderman M. A., Woo C.-H. Neutrino Pair Emission by a Stellar Plasma // *Phys. Rev.* 1963. Vol. 129. P. 1383–1390.
83. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. *Electroweak Processes in External Active Media*. Springer-Verlag, New York, 2013. Vol. 252 of Springer Tracts in Modern Physics. 282 p.
84. Гальцов Д. В., Никитина Н. С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // *ЖЭТФ*. 1972. Т. 62. С. 2008–2012.
85. Скобелев В. В. О реакциях $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и $\nu \rightarrow \gamma + \nu$ в сильном магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1976. Т. 71. С. 1263–1267.
86. Ioannisian A. N., Raffelt G. G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // *Phys. Rev.* 1997. Vol. D55. P. 7038–7043. [hep-ph/9612285](#).
87. Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vasilevskaya L. A. The radiative decay of the massive neutrino in the external electromagnetic fields // *Phys. Rev.* 1996. Vol. D54. P. 5674–5685. [hep-ph/9610219](#).
88. Adler S. L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // *Annals Phys.* 1971. Vol. 67. P. 599–647.
89. Баталин И. А., Шабат А. Е. Фотонная функция Грина в постоян-

- ном однородном электромагнитном поле произвольной формы // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 894–900.
90. Tsai W.-Y. Vacuum Polarization in Homogeneous Magnetic Fields // *Phys. Rev.* 1974. Vol. D10. P. 2699–2702.
91. Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vasilevskaya L. A. Resonance neutrino bremsstrahlung neutrino $\nu \rightarrow \nu + \gamma$ in a strong magnetic field // *Phys. Lett.* 1997. Vol. B410. P. 211–215. [hep-ph/9702285](#).
92. Цытович В. Н. Поглощение электромагнитных волн нейтрино // ЖЭТФ. 1964. Т. 45. С. 1183–1187.
93. Ораевский В. Н., Семикоз В. Б., Смородинский Я. А. Поляризационные потери и индуцированный электрический заряд нейтрино в плазме // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 549–551.
94. D’Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B. Radiative Neutrino Decay in a Medium // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64. P. 1088.
95. Giunti C., Kim C. W., Lam W. P. Radiative decay and magnetic moment of neutrinos in matter // *Phys. Rev.* 1991. Vol. D43. P. 164–169.
96. Sawyer R. F. Production of single plasmons and photons by neutrinos in a medium // *Phys. Rev.* 1992. Vol. D46. P. 1180–1185.
97. D’Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // *Phys. Lett.* 1996. Vol. B365. P. 178–184. [hep-ph/9509415](#).
98. Hardy S. J., Melrose D. B. Ponderomotive force due to neutrinos // *Phys. Rev.* 1996. Vol. D54. P. 6491–6496.
99. Chistyakov M. V., Mikheev N. V. Radiative neutrino transition $\nu \rightarrow \nu\gamma$ in strongly magnetized plasma // *Phys. Lett.* 1999. Vol. B467. P. 232–237. [hep-ph/9907345](#).
100. Ternov A. I., Eminov P. A. Decay of a massive neutrino in magnetized electron gas // *Phys. Rev.* 2013. Vol. D87. P. 113001.
101. Perez Rojas H., Shabad A. E. Polarization of relativistic electron and

- positron gas in a strong magnetic field. Propagation of electromagnetic waves // *Annals Phys. (N. Y.)*. 1979. Vol. 121. P. 432–455.
102. Perez Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // *Annals Phys. (N. Y.)*. 1982. Vol. 138. P. 1–35.
103. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Часть 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 616 с.
104. Chang L. N., Zia R. K. P. Anomalous Propagation of Neutrino Beams through Dense Media // *Phys. Rev.* 1988. Vol. D38. P. 1669.
105. Raffelt G. G., Zhou S. Supernova bound on keV-mass sterile neutrinos reexamined // *Phys. Rev.* 2011. Vol. D83. P. 093014. [arXiv:hep-ph/1102.5124](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1102.5124).
106. Canetti L., Drewes M., Frossard T., Shaposhnikov M. Dark Matter, Baryogenesis and Neutrino Oscillations from Right-Handed Neutrinos // *Phys. Rev.* 2013. Vol. D87. P. 093006. [arXiv:hep-ph/1208.4607](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1208.4607).
107. Drewes M. The Phenomenology of Right Handed Neutrinos // *Int. J. Mod. Phys.* 2013. Vol. E22. P. 1330019. [arXiv:hep-ph/1303.6912](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1303.6912).
108. Boyarsky A., Franse J., Iakubovskiy D., Ruchayskiy O. Checking the dark matter origin of 3.53 keV line with the Milky Way center. 2014. [arXiv:astro-ph.CO/1408.2503](https://arxiv.org/abs/astro-ph.CO/1408.2503).
109. Riemer-Sorensen S. Questioning a 3.5 keV dark matter emission line. 2014. [arXiv:astro-ph.CO/1405.7943](https://arxiv.org/abs/astro-ph.CO/1405.7943).
110. Jeltema T. E., Profumo S. Dark matter searches going bananas: the contribution of Potassium (and Chlorine) to the 3.5 keV line. 2014. [arXiv:astro-ph.HE/1408.1699](https://arxiv.org/abs/astro-ph.HE/1408.1699).
111. Kohyama Y., Itoh N., Munakata H. Neutrino energy loss in stellar interiors. II. Axial-vector contribution to the plasma neutrino energy loss rate // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 310. P. 815–819.

112. Braaten E., Segel D. Neutrino energy loss from the plasma process at all temperatures and densities // *Phys. Rev.* 1993. Vol. D48. P. 1478–1491. [hep-ph/9302213](#).
113. Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном // *Изв. ВУЗов. Физика*. 1975. Т. 10. С. 142–143.
114. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*. Springer-Verlag, New York, 2004. Vol. 197 of Springer Tracts in Modern Physics. 134 p.
115. Chistyakov M. V., Romyantsev D. A., Stus' N. S. Photon splitting and Compton scattering in strongly magnetized hot plasma // *Phys. Rev.* 2012. Vol. D86. P. 043007. [arXiv:hep-ph/1207.6273](#).
116. Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электроде в плотной замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2014. Т. 146. С. 1–8.
117. Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // *Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях* / Под ред. В. Л. Гинзбурга. М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5–152.
118. Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Влияние фотонейтринных процессов на остывание магнитаров // *ЖЭТФ*. 2008. Т. 134. С. 627–636. [arXiv:astro-ph/0811.4526](#).
119. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Raffelt G. G., Vassilevskaya L. A. Neutrino dispersion in external magnetic fields // *Phys. Rev.* 2006. Vol. D73. P. 023001. [hep-ph/0505092](#).
120. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
121. Pauli W. On the Earlier and more recent history of the neutrino // *Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.* 1991. Vol. 1. P. 1–25.

122. Cowan C. L., Reines F., Harrison F. B. et al. Detection of the free neutrino: a confirmation // [Science](#). 1956. Vol. 124. P. 103–104.
123. Reines F., Cowan C. L., Harrison F. B. et al. Detection of the free anti-neutrino // [Phys. Rev.](#) 1960. Vol. 117. P. 159–173.
124. Danby G., Gaillard J. M., Goulianos K. A. et al. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos // [Phys. Rev. Lett.](#) 1962. Vol. 9. P. 36–44.
125. Kodama K. et al. Observation of tau neutrino interactions // [Phys. Lett.](#) 2001. Vol. B504. P. 218–224. [arXiv:hep-ex/hep-ex/0012035](#).
126. Forero D. V., Tortola M., Valle J. W. F. Neutrino oscillations refitted // [Phys. Rev.](#) 2014. Vol. D90. P. 093006. [arXiv:hep-ph/1405.7540](#).
127. Beda A. G., Brudanin V. B., Egorov V. G. и др. Gemma experiment: The results of neutrino magnetic moment search // [Письма в ЭЧАЯ](#). 2013. Т. 10. С. 217–223.
128. Беда А. Г., Бруданин В. Б., Демидова Е. В. и др. Первый результат эксперимента по измерению магнитного момента нейтрино на установке GEMMA // [ЯФ](#). 2007. Т. 70. [arXiv:hep-ex/0705.4576](#).
129. Beda A. G., Brudanin V. B., Egorov V. G. et al. Upper limit on the neutrino magnetic moment from three years of data from the GEMMA spectrometer. 2010. [arXiv:hep-ex/1005.2736](#).
130. Wong H. T. et al. A Search of Neutrino Magnetic Moments with a High-Purity Germanium Detector at the Kuo-Sheng Nuclear Power Station // [Phys. Rev.](#) 2007. Vol. D75. P. 012001. [hep-ex/0605006](#).
131. Deniz M. et al. Measurement of $\nu(e)\text{-}\bar{\nu}$ -Electron Scattering Cross-Section with a CsI(Tl) Scintillating Crystal Array at the Kuo-Sheng Nuclear Power Reactor // [Phys. Rev.](#) 2010. Vol. D81. P. 072001. [arXiv:hep-ex/0911.1597](#).
132. Arpesella C. et al. Direct Measurement of the Be-7 Solar Neutrino Flux

- with 192 Days of Borexino Data // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101. P. 091302. [arXiv:astro-ph/0805.3843](#).
133. Corsico A. H., Althaus L. G., Miller Bertolami M. M. et al. Constraining the neutrino magnetic dipole moment from white dwarf pulsations // *JCAP*. 2014. Vol. 1408. P. 054. [arXiv:astro-ph.SR/1406.6034](#).
134. Miller Bertolami M. M. Limits on the neutrino magnetic dipole moment from the luminosity function of hot white dwarfs // *Astron. Astrophys.* 2014. Vol. 562. P. A123. [arXiv:hep-ph/1407.1404](#).
135. Viaux N., Catelan M., Stetson P. B. et al. Particle-physics constraints from the globular cluster M5: Neutrino Dipole Moments // *Astron. Astrophys.* 2013. Vol. 558. P. A12. [arXiv:astro-ph.SR/1308.4627](#).
136. Viaux N., Catelan M., Stetson P. B. et al. Neutrino and axion bounds from the globular cluster M5 (NGC 5904) // *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 111. P. 231301. [arXiv:astro-ph.SR/1311.1669](#).
137. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Okrugin A. A. Reexamination of a Bound on the Dirac Neutrino Magnetic Moment from the Supernova Neutrino Luminosity // *Int. J. Mod. Phys.* 2009. Vol. A24. P. 5977–5989. [arXiv:hep-ph/0907.2905](#).
138. Shrock R. E. Electromagnetic Properties and Decays of Dirac and Majorana Neutrinos in a General Class of Gauge Theories // *Nucl. Phys.* 1982. Vol. B206. P. 359.
139. Cabral-Rosetti L. G., Bernabeu J., Vidal J., Zepeda A. Charge and magnetic moment of the neutrino in the background field method and in the linear R_ξ^L gauge // *Eur. Phys. J.* 2000. Vol. C12. P. 633–642. [hep-ph/9907249](#).
140. Dvornikov M., Studenikin A. Electric charge and magnetic moment of massive neutrino // *Phys. Rev.* 2004. Vol. D69. P. 073001. [hep-ph/0305206](#).

141. Erdas A., Feldman G. Magnetic field effects on lagrangians and neutrino self-energies in the Salam-Weinberg theory in arbitrary gauges // [Nucl. Phys.](#) 1990. Vol. B343. P. 597–621.
142. Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Электрослабые процессы во внешней активной среде. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 336 с.
143. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. М.: Мир, 1975. 343 с.
144. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. Т. 1. Элементарные функции. 632 с.
145. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. СПб.: Издательство и типография АО ВНИИГ им. Б. В. Веденеева, 1995. 176 с.
146. Elmfors P., Enqvist K., Raffelt G., Sigl G. Neutrinos with magnetic moment: Depolarization rate in plasma // [Nucl. Phys.](#) 1997. Vol. B503. P. 3–23.
147. Heger A., Friedland A., Giannotti M., Cirigliano V. The Impact of Neutrino Magnetic Moments on the Evolution of Massive Stars // [Astrophys. J.](#) 2009. Vol. 696. P. 608–619. [arXiv:astro-ph/0809.4703](#).
148. Voloshin M. B. Neutrino scattering on atomic electrons in searches for neutrino magnetic moment // [Phys. Rev. Lett.](#) 2010. Vol. 105. P. 201801. [arXiv:hep-ph/1008.2171](#).
149. Avrorin A. Search for neutrinos from Gamma-Ray Bursts with the Baikal neutrino telescope NT200. 2009. [arXiv:astro-ph.HE/0910.4327](#).
150. Abbasi R. et al. Searches for high-energy neutrino emission in the Galaxy with the combined IceCube-AMANDA detector // [Astrophys. J.](#) 2013. Vol. 763. P. 33. [arXiv:astro-ph.HE/1210.3273](#).
151. Lambard G. Indirect dark matter search with the ANTARES neutrino telescope // [PoS](#). 2012. Vol. DSU2012. P. 042. [[J. Phys. Conf. Ser.](#) 409,

- 012126 (2013)]. [arXiv:hep-ph/1212.1290](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1212.1290).
152. Abe Y. et al. Reactor electron antineutrino disappearance in the Double Chooz experiment // *Phys. Rev.* 2012. Vol. D86. P. 052008. [arXiv:hep-ex/1207.6632](https://arxiv.org/abs/hep-ex/1207.6632).
153. Abazajian K. N., Calabrese E., Cooray A. et al. Cosmological and Astrophysical Neutrino Mass Measurements // *Astropart. Phys.* 2011. Vol. 35. P. 177–184. [arXiv:astro-ph.CO/1103.5083](https://arxiv.org/abs/astro-ph.CO/1103.5083).
154. Gamow G., Schoenberg M. Neutrino Theory of Stellar Collapse // *Phys. Rev.* 1941. Vol. 59. P. 539–547.
155. Janka H.-T., Langanke K., Marek A. et al. Theory of Core-Collapse Supernovae // *Phys. Rept.* 2007. Vol. 442. P. 38–74. [astro-ph/0612072](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0612072).
156. Гвоздев А. А., Огнев И. С. Процессы взаимодействия нейтрино с нуклонами оболочки коллапсирующей звезды с сильным магнитным полем // *ЖЭТФ*. 2002. Т. 121. С. 1219–1234.
157. Joyce M., Shaposhnikov M. E. Primordial magnetic fields, right-handed electrons, and the Abelian anomaly // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 1193–1196. [astro-ph/9703005](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9703005).
158. Aad G. et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // *Phys. Lett.* 2012. Vol. B716. P. 1–29. [arXiv:hep-ex/1207.7214](https://arxiv.org/abs/hep-ex/1207.7214).
159. Chatrchyan S. et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC // *Phys. Lett.* 2012. Vol. B716. P. 30–61. [arXiv:hep-ex/1207.7235](https://arxiv.org/abs/hep-ex/1207.7235).
160. Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I. Once more on extra quark-lepton generations and precision measurements // *ЯФ*. 2010. Т. 73. С. 662–668. [arXiv:hep-ph/0904.4570](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0904.4570).
161. Dolgov A. D., Godunov S. I., Rozanov A. N., Vysotsky M. I. Charmed penguin versus BAU // *Письма в ЖЭТФ*. 2012. Т. 96. С. 320–327.

- [arXiv:hep-ph/1206.6652](#).
162. Murayama H., Rentala V., Shu J., Yanagida T. T. Saving fourth generation and baryon number by living long // *Phys. Lett.* 2011. Vol. B705. P. 208–211. [arXiv:hep-ph/1012.0338](#).
163. Aaij R. et al. Evidence for CP -violation in time-integrated $D^0 \rightarrow h^- h^+$ decay rates // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 108. P. 111602. [arXiv:hep-ex/1112.0938](#).
164. Aaltonen T. et al. Measurement of the difference of CP -violating asymmetries in $D^0 \rightarrow K^+ K^-$ and $D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ decays at CDF // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109. P. 111801. [arXiv:hep-ex/1207.2158](#).
165. Ko B. R. Direct CP violation in charm at Belle. 2012. [arXiv:hep-ex/1212.1975](#).
166. Eberhardt O., Herbert G., Lacker H. et al. Impact of a Higgs boson at a mass of 126 GeV on the standard model with three and four fermion generations // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109. P. 241802. [arXiv:hep-ph/1209.1101](#).
167. Eberhardt O., Herbert G., Lacker H. et al. Joint analysis of Higgs decays and electroweak precision observables in the Standard Model with a sequential fourth generation // *Phys. Rev.* 2012. Vol. D86. P. 013011. [arXiv:hep-ph/1204.3872](#).
168. Chanowitz M. S. Electroweak Constraints on the Fourth Generation at Two Loop Order // *Phys. Rev.* 2013. Vol. D88. P. 015012. [arXiv:hep-ph/1212.3209](#).
169. Aad G. et al. Search for heavy neutrinos and right-handed W -bosons in events with two leptons and jets in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector // *Eur. Phys. J.* 2012. Vol. C72. P. 2056. [arXiv:hep-ex/1203.5420](#).
170. Khachatryan V. et al. Search for heavy neutrinos and W -bosons with

- right-handed couplings in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ // [Eur. Phys. J.](#) 2014. Vol. C74. P. 3149. [arXiv:hep-ex/1407.3683](#).
171. Khachatryan V. et al. Search for heavy Majorana neutrinos in $\mu^\pm\mu^\pm +$ jets events in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ // [Phys. Lett.](#) 2015. Vol. B748. P. 144–166. [arXiv:hep-ex/1501.05566](#).
172. Mckeen G. Propagation of a Neutrino in a Homogeneous Magnetic Field // [Phys. Rev.](#) 1981. Vol. D24. P. 2744–2747.
173. Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Курилин А. В., Тернов А. И. Радиационные поправки к массе нейтрино во внешнем электромагнитном поле // [ЯФ](#). 1985. Т. 41. С. 743–748.
174. Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Дисперсионные свойства нейтрино во внешнем магнитном поле // [ЯФ](#). 2007. Т. 70. С. 1299–1304.
175. Bhattacharya K., Sahu S. Neutrino absorption by W production in the presence of a magnetic field // [Eur. Phys. J.](#) 2009. Vol. C62. P. 481–489. [arXiv:hep-ph/0811.1692](#).
176. Erdas A. Neutrino self-energy in external magnetic field // [Phys. Rev.](#) 2009. Vol. D80. P. 113004.
177. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. High energy neutrino absorption by W production in a strong magnetic field // [Phys. Lett.](#) 2010. Vol. B690. P. 386–389. [arXiv:hep-ph/1002.3804](#).
178. Bravo Garcia A., Bhattacharya K., Sahu S. The Neutrino self-energy in a magnetized medium // [Mod. Phys. Lett.](#) 2008. Vol. A23. P. 2771–2786.
179. Скалозуб В. В. Структура вакуума в теории Вайнберга-Салама // [ЯФ](#). 1987. Т. 45. С. 1708–1718.
180. Василевская Л. А., Михеев Н. В., Пархоменко А. Я. Задания по квантовой теории поля в сильном внешнем магнитном поле (методические указания). Ярославль: ЯрГУ, 2000. 32 с.

181. Schwinger J. S. On gauge invariance and vacuum polarization // *Phys. Rev.* 1951. Vol. 82. P. 664–679.
182. Биленький С. М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия. М.: Энергоатомиздат, 1990. 328 с.
183. Эминов П. А. Спин и дисперсия массивного дираковского нейтрино в замагниченной плазме // *ЖЭТФ*. 2016. Т. 149. С. 76–92.
184. Тернов А. И. Массивные нейтрино во внешних полях и плотных средах: Докторская диссертация / МФТИ. 2014.
185. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 536 с.
186. Ригус В. И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля / Под ред. В. Л. Гинзбурга. М.: Наука, 1979. Т. 111. С. 5–151.
187. Дворников М. С., Студеникин А. И. Электромагнитные формфакторы массивного нейтрино // *ЖЭТФ*. 2004. Т. 126. С. 288–304.
188. Fujikawa K., Shrock R. The Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino Spin Rotation // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 963–966.
189. Окунь Л. Б., Волошин М. Б., Высоцкий М. И. Об электромагнитных свойствах нейтрино и возможных полугодовых вариациях потока нейтрино от Солнца // *ЯФ*. 1986. Т. 44. С. 677–680.
190. Окунь Л. Б., Волошин М. Б., Высоцкий М. И. Электродинамика нейтрино и возможные эффекты для солнечных нейтрино // *ЖЭТФ*. 1986. Т. 91. С. 754–765.
191. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. Т. 3. Специальные функции. Дополнительные главы. 688 с.