

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор
ФГБУН Институт теоретической
физики им. Л.Д.Ландау РАН,
член-корреспондент РАН



В.В.Лебедев

Отзыв ведущей организации

Института теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН
на диссертационную работу Немкова Никиты Андреевича
«Модулярные преобразования конформных блоков»,
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

В диссертации изучаются свойства невырожденных вирасоровских конформных блоков, являющихся принципиальными объектами в двумерных конформных теориях поля. Невырожденность конформных блоков, т. е. принадлежность всех внешних полей к бесконечномерным представлениям алгебры Вирасоро, существенно усложняет их описание. В диссертации разработаны методы, позволяющие исследовать важное непертурбативное свойство конформных блоков -- поведение при модулярных преобразованиях, включающих кроссинг-симметрию на сфере и S -движение на торе. Показано, что несмотря на невозможность вывести выражения для модулярных ядер непосредственно из вида конформных блоков, условия самосогласованности модулярной алгебры оказываются настолько ограничительными, что позволяют получать замкнутые ответы в общем случае. Для торических конформных блоков также проводится нетривиальная проверка согласованности аналитической структуры полученных формул и аналитической структуры самих невырожденных конформных блоков. Помимо этого, произведён анализ особого семейства конформных блоков, которые могут быть точно найдены во всех порядках. Показано, что такие конформные блоки существуют только при центральных зарядах минимальных моделей и имеют ряд интересных свойств. Описаны модулярные преобразования этого класса точно-решаемых конформных блоков.

Диссертация состоит из введения, четырех основных глав, заключения и ряда приложений.

Во введении приводятся основные сведения о двумерных конформных теориях с особым акцентом на определении модулярных преобразований.

В первой главе исследуется специальный предел конформных блоков – большой промежуточной размерности, при том, что все внешние размерности, а также центральный заряд, являются фиксированными. С использованием дуальных выражений из суперсимметричных теорий найдено несколько первых членов разложения конформного блока в этом пределе, при этом каждое слагаемое представляет из себя некоторую модулярную форму. Такое представление позволяет найти разложение модулярного ядра в этом же пределе, и увидеть, что модулярное преобразование с точностью до преобразования подобия является преобразованием Фурье по внутренним размерностям.

Во второй главе показано, как из тождества пентагона для ядер кроссинг-преобразования можно получить линейные (разностные) уравнения на модулярное ядро невырожденного конформного блока. Показано, что в общей ситуации модулярное ядро однозначно определяется как решение этих уравнений. Показано, что рассмотренный ранее предел модулярного преобразования (преобразований Фурье), может рассматриваться как пертурбативная асимптотика. Предложен анзац, позволяющий последовательно находить непертурбативные поправки. Для специального случая единичного центрального заряда предложено точное решение разностных уравнений.

В третьей главе, по-существу, результаты предыдущей главы обобщаются на случай одноточечного торического конформного блока. Разностные уравнения, получаемые из аналога формулы Верлинде, в этом случае имеют гораздо более простой вид и могут быть решены явно в общей ситуации. Точное решение оказывается довольно громоздким, что затрудняет его качественный анализ. Тем не менее, показывается, что это решение совпадает с интегральной формулой, известной в литературе, а также, что оно имеет правильную полюсную структуру.

В четвертой главе обсуждается недавно открытое семейство конформных блоков, имеющих необычные свойства. Эти конформные блоки содержат лишь конечное количество полюсов по промежуточной размерности, а также могут быть найдены во всех порядках по константе связи через модулярные формы. Для торических конформных блоков приведено несколько явных выражений и предложена общая схема классификации, основанная на рекуррентной формуле Замолодчикова. Предложен способ обобщения этой классификации на сферические конформные блоки. Кроме того, для всех конечно-полюсных блоков предложена очень простая форма модулярных преобразований (по-существу являющихся преобразованиями Фурье, сопряженными определенными полиномами).

В заключении дан краткий обзор результатов диссертации.

В приложениях приведены некоторые технические подробности, опущенные в основном тексте.

В целом диссертация посвящена важным и актуальным вопросам современной теории поля. Результаты являются оригинальными и могут быть важны для дальнейшего изучения конформных и калибровочных теорий. Тем не менее, работа содержит ряд недостатков. Необходимо отметить следующие:

- Основным объектом исследования является ядро модулярного преобразования конформных блоков. В литературе известно представление этого ядра в замкнутой форме, в виде интеграла от отношения дйлогарифмических функций. На протяжении большей части диссертации это представление почти не упоминается, хотя в главе 4 и приводится сравнение с полученными результатами. Стоило бы ввести интегральное представление гораздо раньше и объяснить, почему из него не удается вывести все желаемые свойства.

- Сравнение точного ответа для модулярного ядра при единичном центральном заряде с результатами, известными в литературе, проведено довольно небрежно. Приводятся две различные формулы через элементарные функции, которые не сравниваются между собой. Нормировочные множители и недиагональные члены также не учтены при сравнении.

- Введение и приложение в диссертации написаны очень кратко, связь конформных теорий с другими областями практически не освещена. Общее количество ссылок также невелико, библиография могла бы быть обширнее.

Тем не менее, указанные недостатки не имеют большого значения для оценки диссертации. Исследования проведены на высоком уровне, результаты своевременно опубликованы в четырех статьях в журналах списка ВАК, представлялись на международных конференциях. Автореферат верно и полно отражает содержание диссертации. Таким образом, диссертация Немкова Никиты Андреевича «Модулярные преобразования конформных блоков» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к квалификационным работам на степень кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв составил
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник
ИТФ им. Л.Д.Ландау РАН
142432, МО., г. Черноголовка,
просп. Академика Семенова, д. 1-А
spark@itp.ac.ru



С.А.Пархоменко
Сергей Евгеньевич