

# ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Немкова Никиты Андреевича

*«Модулярные преобразования конформных блоков»,*

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Диссертация Н.А.Немкова посвящена одному из наиболее важных и актуальных разделов современной теоретической физики - изучению некоторых общих аспектов двумерных конформных теорий поля. В двух измерениях локальная конформная группа бесконечномерна и требования симметрии накладывают существенные ограничения на структуру теории. Многие характеристики конформных теорий кодируются конформными блоками, которые образуют базис в пространстве корреляционных функций локальных операторов. Именно конформные блоки, и в частности их непертурбативные свойства, главным образом исследуются в диссертации. Помимо координатной зависимости конформные блоки характеризуются внешними и внутренними размерностями, отвечающим представлениям алгебры Вирасоро. Обычно эти представления бесконечномерны, но существуют представления особого класса, называемые вырожденными, которые имеют конечную размерность. Конформные теории, целиком составленные из вырожденных операторов – минимальные модели, – являются наиболее подробно изученным классом конформных теорий. Такие теории достаточно просты по сравнению с общими. Одним из принципиальных упрощений, которое приносят вырожденные операторы, является возможность вычислить конформные блоки в замкнутой форме. Даже если лишь один из операторов в конформном блоке является вырожденным, то весь конформный блок удовлетворяет определенному дифференциальному уравнению и может быть представлен в виде (обобщенного) гипергеометрического ряда. Конформные теории с операторным составом общего типа изучены значительно хуже. Диссертация вносит важный вклад в этом направлении.

Структура конформных блоков зависит от типа поверхности, на которой они определены. В диссертации рассматриваются топологии сферы и тора. Это представляется вполне оправданным, поскольку условия самосогласованности теории на этих поверхностях необходимы и достаточны для обобщения на поверхности старшего рода. Простейшие конформные блоки на сфере состоят из четырех операторов и зависят от двойного отношения координат. На торе роль координаты играет модулярный параметр, а первый нетривиальный конформный блок содержит всего один оператор. На самом деле эти два типа конформных блоков тесно связаны, поскольку торический можно получить из сферического при помощи определенной редукции. Как на сфере (с четырьмя отмеченными точками), так и на торе действует группа модулярных преобразований, которая должна оставлять корреляционные функции инвариантными. На конформных блоках же модулярные преобразования действуют как линейные преобразования. В случае невырожденных представлений эти линейные преобразования отображают бесконечномерные пространства и задаются интегральными операторами. В основном диссертация посвящена изучению этих интегральных операторов,



но также затрагиваются вопросы и о вычислении самих конформных блоков. В частности, найдено семейство случаев, когда конформные блоки могут быть угаданы в замкнутом виде во всех порядках.

Диссертация состоит из введения, 4 глав основного текста, заключения и 6 приложений.

Во введении дан краткий обзор двумерных конформных теорий поля, определены понятия конформных блоков и их модулярных преобразований. Эти понятия проиллюстрированы для случая простейшего вырожденного конформного блока. Описано рекурсивное представление Замолодчикова, которое играет важную роль в дальнейшем. Приведено краткое содержание диссертации и результаты, выносимые на защиту.

В первой главе производится квазиклассический анализ модулярных преобразований сферического конформного блока в пределе больших промежуточных размерностей. С использованием известных из литературы по суперсимметричным теориям разложений функций Некрасова, методом перевала получена формула, описывающая пертурбативную структуру модулярного ядра. Явным вычислением показано, что в первых трех нетривиальных порядках модулярное преобразование равносильно преобразованию Фурье. Высказана гипотеза о справедливости этого утверждения во всех порядках.

Во второй главе разрабатываются методы, позволяющие описывать непертурбативное поведение модулярного ядра. Отправной точкой является наблюдение о том, что полиномиальные соотношения в алгебре модулярных преобразований могут быть сведены к линейным разностным уравнениям на модулярное ядро невырожденных операторов. С использованием этих уравнений проанализирован пертурбативный предел и доказано, что он действительно точно описывается преобразованием Фурье. При этом оказывается очевидным, что существует целая иерархия непертурбативных поправок, устроенная довольно сложным образом. Предлагается способ поиска этих поправок итерационной процедурой. Для случая единичного центрального заряда предложено полное решение, справедливое во всех непертурбативных порядках.

В третьей главе результаты второй главы для сферических конформных блоков переносятся на торические конформные блоки. Выводится соотношение, аналогичное тождеству Пентагона, которое позволяет получить разностные уравнения на ядро торических модулярных преобразований. Упрощенный вид этих уравнений позволяет найти аналитическое представление (в виде непертурбативного ряда) во всех порядках. Производится сравнение указанного представления с интегральной формой модулярного ядра, полученной ранее в литературе. Показано, что эти формулы в точности согласуются. Также, предложена и проверена явным вычислением формула, описывающая полюсную структуру модулярного ядра.

В четвертой главе изучается вопрос о существовании конформных блоков с конечным количеством полюсов по внутренней размерности. Этот вопрос мотивирован недавно обнаруженными в литературе примерами такого класса. Формула Замолодчика используется для анализа конечно-полюсных конформных блоков, и позволяет получить довольно подробную классификацию таких примеров в торическом случае. Приводятся также первые шаги в направлении подобной классификации в сферическом случае, находится несколько новых нетривиальных примеров. Кроме того доказывается, что модулярные преобразования всех конечно-полюсных блоков имеют весьма простой вид который практически однозначно определяется их полюсной структурой.

В заключении кратко суммируются результаты диссертации. В приложениях освещены различные технические аспекты, от определения необходимых специальных функций до некоторых выкладок, опущенных в основном тексте.

В целом диссертационная работа представляет из себя важное и достаточно глубокое исследование вопроса о модулярных преобразованиях невырожденных конформных блоков и



об их непертурбативной структуре вообще. Полученные результаты могут оказаться полезны во многих вопросах, в частности в физике суперсимметричных калибровочных теорий. Тем не менее, необходимо отметить и недостатки диссертации.

Введение весьма краткое и почти целиком сосредоточено на технических аспектах двумерной конформной теории. Учитывая широкую область применений конформных теорий кажется естественным дать более широкий взгляд на проблему – описать состояние конформных теорий в старших размерностях, дать более подробный обзор связи между конформными теориями и калибровочными теориями, затронуть АдС-КТП соответствие.

Заключение, как и введение, является очень кратким и почти не отражает концептуальных сторон работы. Следовало бы уделить большее внимание возможным приложениям работы, а также направлениям для дальнейших исследований.

Приведенные замечания никак не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Материалы диссертации своевременно опубликованы в ведущих научных журналах. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях, проводимых в ОИЯИ, Физическом и Математическом институтах РАН, ИТЭФ, а также в других научных организациях, где ведутся работы по математической и теоретической физике.

Диссертация Н.А.Немкова «Модулярные преобразования конформных блоков» отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации

Официальный оппонент,  
Начальник отдела Лаборатории Теоретической физики  
им. Н.Н.Боголюбова  
Объединенного Института Ядерных Исследований,  
доктор физико-математических наук  
ул. Жолио-Кюри 6, 141980 Дубна, МО  
krivonos@theor.jinr.ru,  
(496)2163394

С.О. Кривонос  
Сергей Олегович

“Подлинность подписи С.О. Кривоноса удостоверяю”

Ученый секретарь ЛТФ ОИЯИ



А.В. Андреев

02.06.2017