

Отзыв официального оппонента
на диссертацию Немкова Никиты Андреевича
«Модулярные преобразования конформных блоков»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

Диссертация посвящена исследованию аспектов корреляционных функций в 2-мерных конформных теориях поля. Специальное внимание уделяется проблеме нахождения так называемых конформных блоков – функций, входящих в выражения для корреляторов.

Тема диссертации весьма актуальна. Конформные теории играют важную роль в теоретической физике высоких энергий и статистической физике. В последнее время конформные теории в различном числе измерений активно исследуются в рамках программы конформного бутстрапа – целью является нахождение корреляционных функций из основных постулатов конформной симметрии, кроссинг-симметрии и т.д. Активно исследуется также связь конформных теорий в d измерениях с гравитационными теориями (теориями струн, высших спинов, и т.д.) в $d+1$ измерении. В частности, АдС формализм позволяет найти альтернативные представления для корреляционных функций и конформных блоков. В двухмерном случае выражения для конформных блоков более сложные и менее изучены. Двухмерный случай конформных теорий важен еще и в связи с $N=2$ суперсимметричными теориями поля в четырех измерениях: инстантонные статсуммы оказываются связанными с 2-мерными конформными блоками через соответствие, предложенное Л.Алдаем, Д.Гайотто и Ю.Тачикавой (АГТ).

Диссертация вносит полезный вклад в исследование проблемы конформных блоков в $d=2$ в случае топологии сферы и тора. Получены новые результаты о поведении конформных блоков при модулярных преобразованиях, выведены уравнения, описывающие модулярные ядра, и показана их связь с преобразованием Фурье. Получено явное выражение для торических конформных блоков и изучены его приложения к теории Лиувилля. Полученные результаты обобщают результаты других авторов и служат важным дополнением к существующей литературе о конформных блоках и конформном бутстрапе в двух измерениях.

Диссертация состоит из введения, 4х глав основного текста, заключения и 6 приложений.

Во введении приводится краткий обзор 2-мерных конформных теорий поля, даются определения основных объектов (конформные блоки, их модулярные преобразования и т.д.). Перечисляются цели и задачи исследования и обсуждается актуальность решаемых проблем, кратко характеризуется содержание работы.

В первой главе найдена пертурбативная асимптотика модулярного ядра конформных блоков и ее интерпретация в терминах преобразования Фурье. Используется связь двухмерных конформных теорий и конформных блоков со статсуммой Некрасова в $N=2$ суперсимметричных четырехмерных теориях поля в контексте АГТ соответствия, в частности, полученные в литературе выражения для препотенциала Зайберга-Виттена для деформированной $N=2$ теории.

Вторая глава посвящена непертурбативному подходу к модулярному ядру конформных блоков на двухмерной сфере. Получены разностные уравнения на модулярное ядро, и исследовано как их пертурбативное разложение, так и непертурбативные поправки. Рассмотрен, в частности, случай модели Ашкина-Теллера и проведено сравнение с результатами, имеющимися в литературе. В результате подтверждена гипотеза, что на пертурбативном уровне модулярные преобразования могут быть интерпретированы как преобразование Фурье. Для случая центрального заряда $c=1$ найдено замкнутое выражение для непертурбативных поправок к модулярному ядру.

В третьей главе развиваются методы исследования модулярных преобразований конформных блоков в теории на двумерном торе. Как и в случае сферы, исходным пунктом является формальное условие согласованности (тождество пентагона), из которого следуют разностные уравнения, которые затем решаются. Получено замкнутое выражение для модулярного ядра и исследованы его аналитические свойства. Полученные результаты являются полезным дополнением к существующим в литературе.

В четвертой главе изучается специальный случай конформных блоков, имеющих конечное число полюсов по размерности «промежуточного» оператора, для которых удается получить замкнутые выражения. Мотивировка связана с работой М.Беккария и Г.Макорини для торического случая, связанного АГТ соответствием. Проводится обобщение на случай конформных блоков в теории на сфере и изучаются их свойства относительно модулярных преобразований. Полученные нетривиальные результаты дают надежду на существование других специальных случаев, где конформные блоки могут быть найдены в замкнутой форме, и их структура описана в рамках более универсального подхода.

В заключении перечислены полученные в диссертации результаты.

Приложения содержат ряд технических результатов, определений и полезных формул, использованных в основной части диссертации.

В представленной диссертационной работе автор получил ряд важных и интересных результатов, связанных с изучением корреляционных функций в двумерных конформных теориях поля, тесно связанных с моделями статистической физики и некоторыми аспектами суперсимметричных теорий в четырех измерениях.

Автор продемонстрировал совершенное владение методами современной квантовой теории поля и математической физики. Развитые методы могут быть востребованы при дальнейших исследованиях конформных теорий поля.

Хотелось бы высказать некоторые замечания как по содержанию, так и по форме настоящей диссертации.

1. Введение могло бы содержать более широкий обзор конформных теорий поля в различном числе измерений (со ссылками на обзоры), с упоминанием АдС/КТП дуальности и связи с АГТ соответствием (АГТ обсуждается в разделе 2).
2. Во введении следовало бы подчеркнуть отличие случая $d=2$ (в том, что касается свойств конформных блоков) и $d>2$. В диссертации обсуждаются конформные блоки на сфере и торе, но для полноты следовало бы упомянуть о возможных свойствах конформных блоков на поверхностях старшего рода.
3. Заключение несколько коротко – оно могло бы быть расширено – часть обсуждений результатов в конце глав 2, 3 и 4 могла бы быть повторена в заключении. Можно было бы упомянуть задачи, которые остаются актуальными, и возможные приложения полученных результатов. Следовало бы упомянуть связь с рядом работ по нахождению конформных блоков с помощью методов, использующих АдС/КТП соответствие (в частности с работами, использующими метод геодезических в АдС₃).
4. Список литературы мог бы быть расширен ссылками на обзоры и книги по конформной теории поля. Было бы более естественно привести список литературы в конце диссертации, а не перед приложениями.

Приведенные замечания не умаляют высокой оценки работы. Полученные автором результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы. Все результаты своевременно опубликованы в четырех научных статьях в ведущих международных журналах. Они могут быть использованы при дальнейших исследованиях конформных моделей теории поля, активно изучаемых в настоящее время. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация Н.А.Немкова «Модулярные преобразования конформных блоков» отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

22.04.2017

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
отделения теоретической физики ФИАН

119991 ГСП-1 Москва, Ленинский проспект, д.53
тел. +7(499) 132-60-49, email: atseytlin@gmail.com

А.А. Цейтлин
Аркадий Александрович

Подпись А.А. Цейтлина удостоверяю.
Ученый секретарь ФИАН



А.В. Колобов