



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи

Котов Андрей Юрьевич

**Моделирование влияния внешних воздействий  
на свойства КХД на решетке**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

*диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук*

Москва, 2016

Работа выполнена в ФГБУ “ГНЦ РФ - Институт Теоретической и Экспериментальной Физики” НИЦ “Курчатовский Институт”, г. Москва

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Брагута Виктор Валерьевич  
старший научный сотрудник  
ФГБУ “ГНЦ РФ ИФВЭ”, г. Протвино

Официальные оппоненты:

доктор физ.-мат. наук Бережной Александр Викторович  
заведующий лабораторией  
НИИЯФ МГУ, г. Москва

доктор физ.-мат. наук Катаев Андрей Львович  
ведущий научный сотрудник  
ФГБУН ИЯИ РАН, г. Москва

Ведущая организация: Объединенный институт ядерных исследований

Защита состоится "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2016 г. в \_\_\_ часов \_\_\_ минут на заседании диссертационного совета Д.201.002.01 ФГБУ “ГНЦ РФ ИТЭФ” по адресу: 117218, Москва, ул. Б.Черемушкинская, 25.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУ “ГНЦ РФ ИТЭФ”, а также на сайте института [www.iter.ru](http://www.iter.ru)

Автореферат разослан "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физ.-мат. наук

В.В. Васильев

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

Кварк-глюонная плазма - это состояние, в которое переходит адронное вещество при очень высоких температурах или плотностях барионного заряда. Носители цветного заряда - кварки и глюоны, из которых состоят адроны, - становятся отдельными степенями свободы, в то время как в обычной фазе они связаны в бесцветные (нейтральные) объекты - мезоны и барионы. Похожее явление происходит и в обычном веществе - при высоких температурах происходит ионизация атомов, при этом электрически нейтральные атомы разделяются на заряженные ионы и электроны.

Предположительно, вещество Вселенной на ранних этапах ее развития находилось в состоянии кварк-глюонной плазмы. Сейчас такие высокие температуры и плотности получают в столкновениях тяжелых ионов очень высоких энергий, также, возможно, кварк-глюонная плазма есть в центре нейтронных звезд.

Экспериментально было обнаружено, что кварк-глюонная плазма является не квази-идеальным газом из свободных кварков и глюонов, а практически идеальной жидкостью, то есть взаимодействие между частицами - носителями цветного заряда достаточно велико. По этой причине один из основных методов квантовой теории поля, пертурбативные вычисления, успешно работающие в квантовой электродинамике, очень часто не применимы для изучения свойств кварк-глюонной плазмы.

Одним из основных способов получения теоретических данных о кварк-глюонной плазме является численное моделирование теории сильных взаимодействий, квантовой хромодинамики, на суперкомпьютерах. С его помощью исследуются термодинамические и гидродинамические свойства кварк-глюонной плазмы.

Стоит отметить, что кварк-глюонная плазма, возникающая в столкновениях тяжелых ионов, в нейтронных звездах или на ранних этапах жизни Вселенной, находится под воздействием экстремальных внешних условий. Такие условия включают в себя высокую температуру  $\sim 10^{13}$  К, сильные магнитные поля  $\sim 10^{14}$  Тесла, большие плотности различных зарядов: барионного, электрического и кирального и др. Поведение квантовой хромодинамики под воздействием этих условий может сильно изменяться. Эти условия также необходимо учитывать для описания свойств системы.

### **Цель и задачи диссертационного исследования**

Представленная диссертационная работа посвящена изучению свойств теории сильных взаимодействий - квантовой хромодинамики - во внешних условиях методами решеточного моделирования. В работе решаются такие вопросы как:

- изучение экзотической сверхпроводящей фазы квантовой хромодинамики в сверхсильных магнитных полях
- анализ влияния барионного химического потенциала на свойства фазового перехода конфайнмент - деконфайнмент и на нарушение киральной симметрии
- изучение фазовой диаграммы квантовой хромодинамики при ненулевой киральной плотности

- разработка методов расчета вязкости в решеточных вычислениях и измерение вязкости в решеточной теории
- анализ свойств абелевых монополей в кварк-глюонной плазме и их взаимодействия

### **Научная новизна**

Результаты, представленные к защите, являются оригинальными и получены в ходе научной работы автора диссертации. В частности, впервые было проведено изучение сверхпроводящей фазы в КХД решеточными методами. Получены первые результаты расчетов в двухцветной КХД с двумя динамическими «staggered» фермионами и ненулевой барионной плотностью. Фазовая диаграмма КХД с ненулевой киральной плотностью также ранее не исследовалась с помощью решеточных вычислений. Проведено первое измерение вязкости в  $SU(2)$  глюодинамике и впервые измерена зависимость вязкости от температуры в  $SU(3)$  теории. Рассматриваемые трехточечные корреляции абелевых монополей также ранее не рассматривались. По излагаемому материалу опубликована серия статей в ведущих реферируемых журналах, результаты также многократно докладывались на международных конференциях.

### **Практическая и научная ценность**

Исследования, представленные в диссертационной работе, носят теоретический характер. Результаты могут иметь применение в исследованиях физики калибровочной теории поля и физики конденсированного состояния. Также результаты позволяют лучше понять свойства квантовой хромодинамики и могут быть применены для дальнейших теоретических исследований данной области.

Представленные исследования могут быть применимы в экспериментальной физике, связанной с высокоэнергетическими столкновениями ядер тяжелых элементов (LHC, RHIC, FAIR, NICA) при поиске, анализе и детектировании высокотемпературных состояний адронной материи (кварк-глюонной плазмы).

### Результаты, выносимые на защиту диссертации

- Проанализирована экзотическая фаза сверхпроводимости в сверхсильных магнитных полях в решеточной квантовой хромодинамике. Исследована структура  $\rho$ -мезонного конденсата в решеточной теории с калибровочной группой  $SU(2)$  без динамических фермионов и обнаружена жидкость из сверхпроводящих вихрей.
- Проведено изучение фазовой структуры двухцветной квантовой хромодинамики с ненулевой барионной плотностью. Показано, что увеличение барионного химического потенциала приводит к уменьшению температуры фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент и восстановлению киральной симметрии.
- Исследована фазовая диаграмма квантовой хромодинамики в плоскости киральный химический потенциал - температура. Показано, что в двухцветной и трехцветной КХД рост кирального химического потенциала приводит к росту температуры фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент и фазового перехода нарушение-восстановление киральной симметрии. Обнаружено явление катализа динамического нарушения киральной симметрии киральным химическим потенциалом.
- Проведено численное измерение вязкости в  $SU(2)$  и  $SU(3)$ -глюодинамике. Для  $SU(3)$  теории измерена зависимость вязкости от температуры среды.

Изучены различные методы определения вязкости в решеточных вычислениях.

- Изучены корреляции Абелевых монополей и их взаимодействие. Обнаружено, что они проявляют свойства слабовзаимодействующего газа с попарным взаимодействием между частицами.

### **Апробация диссертации и публикации**

Результаты диссертации докладывались на семинарах: ИТЭФ, Университета им. Гумбольдта (Берлин, Германия), Объединённого института ядерных исследований (Дубна, Россия), университета Франсуа Рабле (Тур, Франция) и на следующих международных конференциях: International Moscow Workshop on Phenomenology of Particle Physics (Москва, Россия, 2013), The 31st International Symposium on Lattice Field Theory (Майнц, Германия, 2013), International Conference-Session of the Section of Nuclear Physics of PSD RAS (Протвино, Московская область, 2013), 18th International Seminar on High Energy Physics «QUARKS — 2014» (Суздаль, Россия, 2014), The 32st International Symposium on Lattice Field Theory (Нью-Йорк, США, 2014), Quark Confinement and the Hadron Spectrum XI (Санкт-Петербург, Россия, 2014), Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems (Владивосток, Россия, 2014), International Conference-Session of the Section of Nuclear Physics of PSD RAS (Москва, Россия, 2014), Strangeness in Quark Matter (Дубна, Россия, 2015), The 33st International Symposium on Lattice Field Theory (Кобе, Япония, 2015), Quark Matter 2015 (Кобе, Япония, 2015), Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems, (Владивосток, Россия, 2015), Challenges and opportunities at FAIR and NICA (Москва, Россия, 2015).

По материалам работы опубликованы 8 статей в ведущих международных реферируемых журналах.

## Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения (Глава 1), пяти глав основного текста (Главы 2-6), заключения (Глава 7) и Приложения. Общий объем диссертации составляет 98 страниц, включая 34 рисунка и 5 таблиц. Список литературы содержит 155 наименований.

## Содержание диссертации

Во **введении** формулируется рассматриваемый круг задач, даётся характеристика работы и краткий обзор методов решеточного моделирования, применяемых в данной работе.

В **главе 2** рассматриваются свойства квантовой хромодинамики в магнитных полях. Исследуется вакуум КХД и высказанное теоретическое предположение о его превращении в сверхпроводник в сверхсильных магнитных полях за счет конденсации заряженного  $\rho$ -мезонного поля. Предполагаемое численное значение критического магнитного поля равно

$$eB_c \approx \frac{m_\rho^2}{e} \approx 10^{16} \text{Тл} \quad (1)$$

Представлены результаты моделирования в упрощенной КХД-подобной теории с калибровочной группой  $SU(2)$  и без динамических фермионов. Для изучения вопроса конденсации  $\rho$ -мезонов рассматривается коррелятор операторов с квантовыми числами  $\rho$ -мезонов. Поведение данного коррелятора на больших



расстояниях (вдоль направления  $z$  магнитного поля) позволяет определить конденсат:

$$\langle \rho_+^\dagger(0)\rho_+(z) \rangle \rightarrow |\langle \rho \rangle|^2, z \rightarrow \infty \quad (2)$$

Численные измерения проводились на решетке конечного объема. Обнаружено, что измеренный решеточный коррелятор хорошо фитируется формулой

$$\langle \rho_+^\dagger(0)\rho_+(z) \rangle \sim C \cosh(\mu(z - L/2)) + \eta^2(L), \quad (3)$$

$C$ ,  $\mu$ ,  $\eta$  - фитируемые параметры,  $L$  - размер решетки,  $z$  - расстояние, на котором измеряется коррелятор. Для анализа поведения коррелятора (2) на больших расстояниях изучалась зависимость  $\eta(L)$  от размера решетки  $L$ . Предел  $\eta(L)$  при  $L \rightarrow \infty$  соответствует конденсату  $\rho$ -мезонного поля.

Было обнаружено, что при малых значениях магнитного поля  $eB = 0 \text{ GeV}^2$  и  $eB = 1.07 \text{ GeV}^2$  зависимость  $\eta(L)$  прекрасно описывается экспоненциальным падением:

$$\eta^{fit}(L) = Ce^{-L/L_0}, \quad (4)$$

где  $C$  и  $L_0$  - параметры фитирования. В пределе бесконечного объема, как и ожидалось, конденсат стремится к 0.

При больших значениях магнитного поля ( $eB = 1.28 \text{ ГэВ}$  и  $eB = 2.14 \text{ ГэВ}$ ) зависимость  $\eta(L)$  уже не экспоненциальная, а выходит на плато при больших размерах решетки  $L$ . Полученные результаты позволяют заключить, что  $\rho$ -мезонный конденсат отличен от нуля при таких величинах магнитного поля, что согласуется с рассматриваемым предположением о конденсации  $\rho$ -мезонов и сверхпроводимости с учетом того, что масса  $\rho$ -мезона в рассматриваемой теории  $m_\rho = 1.1 \text{ ГэВ}$ .

Для изучения структуры конденсата был также рассмотрен коррелятор  $\rho$ -

мезонных полей

$$\phi(x) = \langle \rho_+^\dagger(0) \rho_+(x) \rangle_f, \quad (5)$$

на основе которого можно написать следующие наблюдаемые

$$\begin{aligned} \text{Плотность энергии: } E(x) &= \frac{|D_\mu \phi(x)|^2}{|\phi(x)|^2}, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \\ \text{Электрический ток: } j_\mu(x) &= \frac{\phi^* D_\mu \phi - \phi (D_\mu \phi)^*}{2i|\phi(x)|^2} \\ \text{Плотность вихрей: } v(x) &= \text{sing arg } \phi(x) = \frac{\epsilon^{ab}}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x_a} \frac{\partial}{\partial x_b} \arg \phi(x) \end{aligned} \quad (6)$$

Обнаруженная структура конденсата нетривиальна. Полученные данные показывают, что при малых значениях магнитного поля в плотности энергии нет никаких регулярных структур, при магнитных полях в окрестности критического значения  $B \approx B_c$  появляются вытянутые вдоль поля дефекты, при этом флуктуации приводят к отклонению их формы от прямой. При еще больших магнитных полях количество вихрей растет, а сами вихри сильно вытянуты вдоль поля. Электрический ток закручен вокруг вихрей.

Для изучения взаимодействия вихрей были рассмотрены корреляционные функции положения вихрей. При малых значениях магнитного поля корреляционные функции ведут себя монотонно, стремятся к 1 на больших расстояниях, в то время как при больших полях наблюдается широкий и невысокий пик в корреляционных функциях, что означает, что система проявляет свойства жидкости из вихрей.

Итак, полученные данные для рассмотренной  $SU(2)$  решеточной теории без динамических фермионов говорят в пользу того, что при достаточно сильных магнитных полях происходит конденсация  $\rho$ -мезонов, а конденсат проявляет свойства жидкости из сверхпроводящих вихрей.

В **главе 3** обсуждается поведение  $SU(2)$  калибровочной теории при ненуле-

вой барионной плотности. Несмотря на то, что изучение свойств КХД с ненулевой барионной плотностью является чрезвычайно интересной темой, вычисления в решеточной квантовой хромодинамике в настоящее время невозможно применить для исследования данной задачи. Причина этого заключается в так называемой проблеме знака. Как только в квантовую хромодинамику вводится барионная плотность при помощи ненулевого барионного химического потенциала, фермионный детерминант становится комплексным, тем самым делая стандартные методы моделирования Монте-Карло неприменимыми. Стоит отметить, что в двухцветной КХД (то есть, КХД с калибровочной группой  $SU(2)$ ) проблемы знака не возникает, при этом теория обладает рядом общих свойств с КХД.

В диссертационной работе представлены результаты расчетов в двухцветной КХД с двумя динамическими «staggered» фермионными ароматами и ненулевым барионным химическим потенциалом. Обсуждается влияние барионного химического потенциала на фазовый переход конфайнмент - деконфайнмент и на нарушение - восстановление киральной симметрии.

Измерены следующие наблюдаемые, как функции температуры и барионного химического потенциала:

- петля Полякова:

$$\langle L \rangle = \frac{1}{N_s^3} \sum_{x_1, x_2, x_3=0}^{N_s-1} \frac{1}{2} \left\langle \text{tr} \prod_{x_4=0}^{N_\tau-1} U_{x,4} \right\rangle; \quad (7)$$

- киральный конденсат:

$$\begin{aligned} a^3 \langle \bar{\psi}\psi \rangle &= -\frac{1}{N_s^3 N_\tau} \frac{1}{8} \frac{\partial}{\partial(ma)} \ln(Z) = \\ &= \frac{1}{N_s^3 N_\tau} \frac{1}{8} \langle \text{tr} M^{-1} + \text{tr}(M^\dagger)^{-1} \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Петля Полякова чувствительна к фазовому переходу конфайнмент - деконфайнмент, а киральный конденсат соответствует переходу нарушение - восстановление киральной симметрии.

Полученные результаты позволяют заключить, что увеличение барионного химического потенциала приводит к значительному уменьшению  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ , то есть к восстановлению киральной симметрии, и к росту петли Полякова. Критические температуры обоих фазовых переходов совпадают и падают с ростом барионного химического потенциала.

В **главе 4** обсуждается влияние ненулевой киральной плотности на свойства КХД и КХД-подобных теорий. Рассмотрены следующие решеточные системы:  $SU(2)$  КХД с четырьмя ароматами «staggered» фермионов и  $SU(3)$  КХД с двумя ароматами вильсоновских фермионов. Производится численный анализ наблюдаемых в зависимости от температуры, кирального химического потенциала, массы кварков. Рассмотрены следующие наблюдаемые: петля Полякова, киральный конденсат и их восприимчивости.

Результаты показывают, что ненулевой киральный химический потенциал приводит к увеличению кирального конденсата. Оба перехода (конфайнмент - деконфайнмент и нарушение - восстановление киральной симметрии) по-прежнему совпадают и температура общего перехода растет. Данный эффект также подтвержден в киральном пределе.

Очень интересен обнаруженный физический механизм данного явления. Введение кирального химического потенциала приводит к образованию поверхности Ферми для левых и правых кварков и появлению дополнительных состояний на этой поверхности, которые принимают участие в динамическом нарушении киральной симметрии. По этой причине киральный химический потенциал играет роль катализатора динамического нарушения киральной симметрии.

В **главе 5** рассматривается вязкость кварк-глюонной плазмы. Обсуждаются различные методы расчета вязкости и возможность их применения в современных численных расчетах. Представлены результаты моделирования  $SU(2)$ - и  $SU(3)$ - глюодинамики в фазе деконфайнмента и измерения вязкости в указанных теориях. Для  $SU(3)$  теории представлены результаты измерения зависимости вязкости от температуры.

При расчете вязкости был использован следующий метод. Вначале на решетке вычисляется корреляционная функция компонент тензора энергии-импульса в координатном пространстве. Затем используется физически мотивированная параметризация спектральной плотности, где соответствующие параметры фиксируются из требования соответствия интеграла по энергии от спектральной плотности (со стандартным термальным весом) полученному результату для коррелятора:

$$C_{\mu\nu\rho\sigma}(x_0, \mathbf{p}) = \beta^5 \int_0^\infty \rho_{\mu\nu\rho\sigma}(\omega, \mathbf{p}) \frac{\cosh \omega(\frac{1}{2}L_0 - x_0)}{\sinh \frac{\omega L_0}{2}} d\omega \quad (9)$$

Наконец, из предела спектральной плотности при нулевой энергии по формуле Кубо восстанавливается вязкость

$$\eta = \frac{1}{\pi} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\rho(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\omega} \quad (10)$$

Обычно в качестве количественной меры неидеальности жидкости используют следующую безразмерную величину: отношение вязкости к плотности энтропии  $\eta/s$ . Использование этой величины позволяет сравнить вязкость сред различной температуры и/или плотности.

Для  $SU(2)$ -теории была измерена вязкость при температуре  $T/T_c \approx 1.2$ . Полученное значение отношения вязкости к плотности энтропии равно  $\eta/s = 0.134 \pm 0.03(\text{стат.}) \pm 0.05(\text{сис.})$ .

Для  $SU(3)$ -теории была измерена зависимость отношения вязкости к плотности энтропии в фазе деконфайнмента для ряда температур. Полученные данные для  $\eta/s$  в пределах ошибок не зависят от температуры. Численно для температуры  $T/T_c \approx 1.2$  получено  $\eta/s = 0.178 \pm 0.04(\text{стат.}) \pm 0.05(\text{сис.})$ .

Полученные данные находятся в согласии с экспериментальными оценками  $\eta/s = 0.08 - 0.24$  и с фундаментальным пределом  $1/4\pi$ , полученным аналитически с помощью  $AdS/CFT$ -соответствия. Эти данные подтверждают утверждение о том, что кварк-глюонная плазма является самой идеальной жидкостью, то есть обладает наименьшим для всех известных сред отношением  $\eta/s$ . Также малость вязкости и сравнение ее величины с пертурбативными оценками еще раз подтверждает, что кварк-глюонная плазма является сильновзаимодействующей системой.

В **главе 6** обсуждаются свойства абелевых монополей, считающимися ответственными за ряд необычных свойств кварк-глюонной плазмы. Изучено взаимодействие между монополями и антимонополями. Показано, что монополи проявляют свойства идеального газа с попарным взаимодействием между частицами.

Для изучения взаимодействия Абелевых монополей рассматривается трехточечная корреляционная функция положения монополей:

$$g^{(3)}(r_{12}, r_{13}, r_{23}) = \frac{\langle \rho(\bar{r}_1) \rho(\bar{r}_2) \rho(\bar{r}_3) \rangle}{\rho^3}, \quad (11)$$

где  $r_1, r_2, r_3$  - положения трех монополей,  $r_{12} = |\bar{r}_1 - \bar{r}_2|$ ,  $r_{13} = |\bar{r}_1 - \bar{r}_3|$ ,  $r_{23} = |\bar{r}_2 - \bar{r}_3|$  - расстояния между монополями,  $\rho(\bar{r})$  - оператор плотности монополей в точке  $\bar{r}$ , а  $\rho$ -средняя плотность монополей.

Данная корреляционная функция сравнивалась с модельной функцией, которая представляет произведение попарных двухточечных корреляционных

функций:

$$G^{(3)}(r_{12}, r_{13}, r_{23}) = g^{(2)}(r_{12})g^{(2)}(r_{13})g^{(2)}(r_{23}) \quad (12)$$

где  $g^{(2)}(r)$  - двухточечная корреляционная функция.

Было показано, что в пределах погрешности корреляционная функция  $g^{(3)}(r_{12}, r_{13}, r_{23})$  и модельная функция  $G^{(3)}(r_{12}, r_{13}, r_{23})$  совпадают. Модель (12) означает, что все трехточечные корреляции связаны только с попарными корреляциями монополей. Такая корреляционная функция будет для систем, похожих на разреженный газ. Очевидно, что в разреженном газе нет коллективных эффектов и можно пренебречь влиянием среды монополей на систему из трех монополей. Таким образом, отклонение корреляционной функции (11) от формулы (12) может быть рассмотрено как оценка коллективных явлений и эффектов среды монополей. Из корреляционной функции (12) можно заключить, что взаимодействие между монополями в среде монополей является попарным взаимодействием, описываемым некоторым универсальным потенциалом  $V(r)$ , который может быть получен исходя из двухточечной корреляционной функции. Это является довольно нетривиальным свойством неабелевой глюодинамики.

В **заключении** работы сформулированы основные результаты диссертации, выносимые на защиту.

В **приложении** обсуждаются ультрафиолетовые расходимости, связанные с ненулевым киральным химическим потенциалом. Показано, что они не влияют на представленные результаты.

## Публикации по теме диссертации

1. V. V. Braguta, P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, A. Yu. Kotov, and M. I. Polikarpov. Electromagnetic superconductivity of vacuum induced by strong magnetic field: numerical evidence in lattice gauge theory. *Phys. Lett.*, B718:667–671, 2012.
2. В. В. Брагута, А. Ю. Котов, А. А. Николаев и С. Н. Валгушев. Изучение свойств  $SU(2)$  КХД с ненулевой барионной плотностью в рамках решеточного моделирования. *Письма в ЖЭТФ*, 101(11):827, 2015.
3. В. В. Брагута, В. А. Гой, М. Ильгенфритц, А. Ю. Котов, А. В. Молочков, М. Мюллер-Пройсскер. Study of the phase diagram of  $SU(2)$  quantum chromodynamics with nonzero chirality. *Письма в ЖЭТФ*, 100(9):623, 2015.
4. V. V. Braguta, V. A. Goy, E. M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, A. V. Molochkov, M. Muller-Preussker, and B. Petersson. Two-Color QCD with Non-zero Chiral Chemical Potential. *JHEP*, 06:094, 2015.
5. В. В. Брагута и А. Ю. Котов. Вычисление вязкости  $SU(2)$ -глюодинамики в рамках моделирования КХД на решетке. *JETP Letters*, 98(3):127, 2013.
6. V. V. Braguta and A. Yu Kotov. Shear viscosity in  $SU(2)$  lattice gluodynamics. *J. Phys. Conf. Ser.*, 607(1):012019, 2015.
7. N. Yu. Astrakhantsev, V. V. Braguta, and A. Yu. Kotov. Study of shear viscosity of  $SU(2)$ -gluodynamics within lattice simulation. *JHEP*, 09:082, 2015.
8. V. V. Braguta and A. Yu. Kotov. Correlations of Abelian monopoles in quark-gluon plasma. *Phys. Rev.*, D86:014511, 2012.